

SECONDO APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA LM

28/01/2014

(Comm. Prof. F. Ferrari)

Cognome.....Nome.....Mat.....CdL.....

**Esercizio 1** [ 6 punti]

Sia  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \in [0, 1] \\ -1 + x^2, & x \in [-1, 0[. \end{cases}$$

Calcolare i coefficienti della serie di Fourier di  $f$ .

**Esercizio 2** [ 10 punti]

Risolvere il seguente problema utilizzando il metodo della separazione delle variabili.

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + t^2 \cos(3\pi x), & (x, t) \in (0, 1) \times (0, +\infty), \\ u(x, 0) = 1 - x^2, & x \in [0, 1], \\ u(0, t) = 0, & t \geq 0, \\ u(1, t) = 0, & t \geq 0. \end{cases}$$

**Esercizio 3** [8 punti] Utilizzando la trasformata di Laplace, calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y' = \sinh(2x), \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

**Esercizio 4** [6 punti] Verificare che  $e^{-|x|}\chi_{[-2,2]} \in L^1(\mathbb{R})$  e poi calcolare la sua trasformata di Fourier.