

**APPELLO STRAORDINARIO DI COMPLEMENTI DI ANALISI
MATEMATICA LM (4 CREDITI)**

18/12/2014

(Comm. Prof. F. Ferrari)

Cognome.....Nome.....Mat.....CdL.....

Esercizio 1 [5 punti]

Sia $g :] - \pi, \pi[\rightarrow \mathbb{R}$

$$g(x) = \begin{cases} x, & x \in]\frac{\pi}{2}, \pi], \\ 1, & x \in [0, \frac{\pi}{2}], \\ -1, & x \in [-\frac{\pi}{2}, 0[, \\ x, & x \in] - \pi, -\frac{\pi}{2}[. \end{cases}$$

Calcolare i coefficienti della serie di Fourier di g .

Esercizio 2 [11 punti]

Risolvere il seguente problema utilizzando il metodo della separazione delle variabili.

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = 36 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 5t^2 \sin(4x), & (x, t) \in (0, \pi) \times (0, +\infty), \\ u(x, 0) = h(x), & x \in [0, \pi], \\ u(0, t) = 0, & t \geq 0, \\ u(\pi, t) = 0, & t \geq 0, \end{cases}$$

dove

$$h(x) = \begin{cases} x, & x \in]\frac{\pi}{2}, \pi], \\ 1, & x \in [0, \frac{\pi}{2}]. \end{cases}$$

Esercizio 3 [7 punti] Utilizzando la trasformata di Laplace, calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 9y = 3, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

Esercizio 4 [7 punti] Siano $\chi_{[-1,1]} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $\chi_{[-1,3]} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ rispettivamente le funzioni caratteristiche degli insiemi $[-1, 1]$ e $[-1, 3]$ cioè:

$$\chi_{[-1,1]}(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1, \end{cases}$$

e

$$\chi_{[-1,3]}(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x \leq 3, \\ 0, & x \in] - \infty, -1[\cup]3, +\infty[. \end{cases}$$

Calcolare $\chi_{[-1,1]} * \chi_{[-1,3]}$, (la convoluzione delle due funzioni) e $\mathcal{F}\chi_{[-1,1]}$, (la trasformata di Fourier di $\chi_{[-1,1]}$).