

Compito per casa del 16/10/2014

(i) Risolvere, usando il metodo di separazione delle variabili il seguente

Problema

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t}(x,t) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} & , \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0 \\ u(x,0) = \sin x & , \quad 0 \leq x \leq \pi \\ \frac{\partial u}{\partial x}(0,t) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(\pi,t) = 0 & , \quad t > 0 \end{cases}$$

(ii) Risolvere, usando il metodo di separazione delle variabili il seguente problema non omogeneo

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t}(x,t) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 3tx & , \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0 \\ u(x,0) = 2 & , \quad 0 \leq x \leq \pi \\ \frac{\partial u}{\partial x}(0,t) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(\pi,t) = 0 & , \quad t > 0 \end{cases}$$

(iii) Scrivere la serie di Fourier della seguente funzione

$$f: [-\pi, \pi] \longrightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = |x|.$$

(iv) Scrivere la serie di Fourier della seguente funzione

$$f: [-\pi, \pi] \longrightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = \begin{cases} \pi - x & , \quad x \in [0, \pi] \\ -\pi - x & , \quad x \in [-\pi, 0] \end{cases}$$