

Esercizi inerenti le serie di Fourier

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Chimica e di processo e Corso di Laurea in Ingegneria Specialistica per l'Ambiente e il Territorio. Anno Accademico 2007/2008,
Prof. F. Ferrari

Esercizio 1

Disegnare la seguente funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$(1) \quad f(x) = \begin{cases} 2, & x \in (0, 7] \\ 5, & x = 0 \\ -2, & x \in [-7, 0) \end{cases}$$

di periodo 14. Scrivere la serie di Fourier associata e stabilire in base ai teoremi noti che tipo di convergenza possiamo aspettarci. In particolare si chiede se la serie converge in 0.

Esercizio 2

Disegnare la seguente funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$(2) \quad f(x) = \begin{cases} \sin(x), & x \in [-\pi, 0] \\ 0, & x \in (0, \pi] \end{cases}$$

di periodo 2π . Scrivere la serie di Fourier associata e stabilire in base ai teoremi noti che tipo di convergenza possiamo aspettarci.

Esercizio 3

Sviluppare $f : [-\pi, 0] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin(x)$ in serie di Fourier di coseni. Stabilire poi, in base ai teoremi noti, che tipo di convergenza possiamo aspettarci. In particolare si chiede se la serie converge in 0.

Esercizio 4

Sviluppare $f : [-\pi, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = -x$ in serie di Fourier di seni. Stabilire poi, in base ai teoremi noti, che tipo di convergenza possiamo aspettarci. In particolare si chiede se la serie converge in 0. Sviluppare $f : [-\pi, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = -x$ in serie di Fourier di coseni. Stabilire poi, in base ai teoremi noti, che tipo di convergenza possiamo aspettarci. Se moltiplichiamo ogni coefficiente a_n , con $n > 0$, della serie ottenuta per $1/n$, possiamo affermare che la derivata di tale serie è la serie delle derivate? Motivare la risposta.