

Elenco ufficioso degli argomenti svolti dal 09/11/2007

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Chimica e di processo e Corso di Laurea in Ingegneria Specialistica per l'Ambiente e il Territorio. Anno Accademico 2007/2008, Prof. F. Ferrari

### EQUAZIONI DIFFERENZIALI

Le equazioni differenziali lineari di Eulero.

### EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI

L'equazione del calore in due variabili. Il problema di Cauchy Dirichlet. Risoluzione di un problema di Cauchy-Dirichlet con il metodo della separazione delle variabili. Analisi di Fourier delle soluzioni. Esempio di un problema di Cauchy Neumann per l'operatore del calore in due variabili. Il principio del massimo per l'operatore del calore e corollari principali. Unicità delle soluzioni classiche di un problema di Cauchy-Dirichlet. L'equazione del telegrafo e l'equazione delle onde: significato fisico. Il problema misto per l'equazione delle onde su  $(0, L) \times (0, \infty)$  risolto mediante separazione di variabili e discussione della soluzione ottenuta. Il problema di Dirichlet omogeneo per l'operatore di Laplace in due variabili su un disco. Il nucleo di Poisson. Funzioni subarmoniche, superarmoniche e armoniche. Il principio del massimo per le funzioni subarmoniche e superarmoniche. Il nucleo del calore. La soluzione del problema di Cauchy su un semipiano per l'operatore del calore come convoluzione del nucleo del calore con la condizione iniziale. La formula di D'Alambert per l'equazione delle onde. La nozione di caratteristica nella soluzione dell'equazione delle onde. L'equazione della trave.

### SPAZI CON PRODOTTO INTERNO

Il Teorema della proiezione ortogonale su uno spazio vettoriale. La matrice di Gram. La disuguaglianza di Bessel e l'uguaglianza di Parseval. Definizione di base per uno spazio vettoriale. Definizione di sistema totale. Il Teorema di Riesz -Fisher per spazi di Hilbert. Equivalenza in spazi di Hilbert tra la nozione di base e sistema totale. Il metodo di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt.

### ANALISI DI FOURIER

La convergenza in  $L^2$  delle serie di Fourier. La disuguaglianza di Bessel. L'uguaglianza di Parseval. I coefficienti di Fourier su un intervallo dimezzato. Le serie di Fourier su intervalli diversi da  $[-\pi, \pi]$ . La condizione (D) Condizioni sufficienti per la convergenza puntuale della serie di Fourier. Condizioni sufficienti per la convergenza totale e uniforme delle serie di Fourier

### SUCCESSIONI E SERIE DI FUNZIONI

Serie di funzioni totalmente convergenti. Convergenza totale delle serie implica convergenza uniforme delle stesse. Il criterio di Weierstrass. Teorema di scambio della derivazione di funzioni con la serie.

SPAZI  $L^p$  Definizione di  $L^p(\mathbb{R})$  come completamento di  $C_0^\infty(\mathbb{R})$  rispetto alla norma  $L^p$ . La definizione di convoluzione in  $L^1(\mathbb{R})$ . Definizione di mollificatore. Mollificazione di funzioni di  $L^1(\mathbb{R})$ .

### TRASFORMATA DI FOURIER

Significato della trasformata di Fourier rispetto ai coefficienti della serie di Fourier. Definizione della trasformata di Fourier in  $L^1(\mathbb{R})$ . Proprietà di linearità della trasformata di Fourier. La trasformata di Fourier di una funzione di  $L^1(\mathbb{R})$ . Definizione di supporto di una funzione.

Definizione di  $C_0^\infty(\mathbb{R})$ . Lo spazio  $\mathcal{S}(\mathbb{R})$  delle funzioni a decrescita rapida. La trasformata di Fourier della derivata di ordine  $\alpha$  per una funzione di  $\mathcal{S}(\mathbb{R})$ . La derivata di ordine  $\beta$  della trasformata di Fourier per funzioni di  $\mathcal{S}(\mathbb{R})$ . La trasformata di Fourier di una funzione di  $\mathcal{S}(\mathbb{R})$  è una funzione di  $\mathcal{S}(\mathbb{R})$ . La trasformata di Fourier da  $\mathcal{S}(\mathbb{R})$  a  $\mathcal{S}(\mathbb{R})$  è lineare. La trasformata di Fourier della convoluzione di funzioni. Estensione della trasformata di Fourier a  $L^2(\mathbb{R})$  il Teorema di Plancherel. La trasformata di Fourier è invertibile in  $\mathcal{S}(\mathbb{R})$  e in  $L^2(\mathbb{R})$ . La trasformata di Fourier di  $e^{-|x|}$  e di  $\chi_{[-a,a]}$  funzione caratteristica. L'uguaglianza di Parseval e il calcolo di alcuni integrali in  $L^2$ . L'antitrasformata di Fourier. Applicazioni della trasformata di Fourier al problema di Cauchy per l'equazione del calore su un semipiano.