

Elenco ufficiale degli argomenti svolti fino al 08/11/2007

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Chimica e di processo e Corso di Laurea in Ingegneria Specialistica per l'Ambiente e il Territorio. Anno Accademico 2007/2008, Prof. F. Ferrari

ANALISI REALE

Definizione di spazio vettoriale e di applicazione lineare tra spazi vettoriali. La definizione di base di uno spazio vettoriale. La definizione di autovalore e di autovettore di una applicazione lineare. La definizione di autovalore e di autovettore di una matrice.

EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI

Definizione di equazione alle derivate parziali. Classificazione delle equazioni alle derivate parziali: in base all'ordine, in base alla non linearità o alla linearità. Classificazione delle equazioni alle derivate parziali lineari di ordine due: caso ellittico, iperbolico e parabolico. L'equazione del calore in due variabili. Definizione di problema al bordo con dati iniziali, in due variabili, per l'equazione del calore.

SPAZI METRICI

Definizione di spazio metrico. Definizione di distanza. Esempi di distanze. Definizione di palla metrica. Lo spazio metrico delle funzioni $C([a, b])$ con la distanza del max. Definizione di successione convergente in uno spazio metrico. Definizione di successione di Cauchy in uno spazio metrico. Definizione di spazio metrico completo. Esempi di spazi metrici completi e non completi: \mathbb{Q} non è completo rispetto all'usuale distanza del valore assoluto, \mathbb{R} è completo rispetto all'usuale distanza del valore assoluto, $C([a, b])$ è completo rispetto alla distanza del max. Definizione di contrazione. Il Teorema di Banach Caccioppoli. La nozione di completamento di uno spazio metrico

EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE

Definizione di problema di Cauchy e di soluzione di un problema di Cauchy. Equivalenza tra l'esistenza della soluzione locale di un problema di Cauchy e la soluzione dell'equazione integrale di Volterra. Equazioni differenziali a variabili separabili. Equazioni differenziali lineari di ordine uno. Metodo della variazione delle costanti. Regolarità delle soluzioni in relazione alla regolarità dei coefficienti in sistemi di equazioni differenziali di ordine uno. Definizione di soluzione massimale di un problema di Cauchy in sistemi di equazioni differenziali di ordine uno. Definizione di soluzione globale di un problema di Cauchy in sistemi di equazioni differenziali di ordine uno. Condizioni sufficienti per l'esistenza di una soluzione globale del problema di Cauchy in sistemi di equazioni differenziali di ordine uno. Equazioni differenziali omogenee, Equazioni differenziali esatte. Studio qualitativo delle soluzioni delle equazioni differenziali di ordine uno.

SPAZI NORMATI

Definizione di norma. Esempi di spazi vettoriali normati. Definizione di successione convergente in uno spazio normato. Definizione di serie convergente in uno spazio normato. Definizione di successione di Cauchy in uno spazio normato. Spazi di Banach. Definizione di serie totalmente convergente.

SPAZI CON PRODOTTO INTERNO

Definizione di spazio vettoriale con prodotto interno. La disuguaglianza di Cauchy Schwarz. Norma associata al prodotto interno. Esempi di spazi con prodotto interno: $C([a, b], \mathbb{C})$ con

il prodotto di L^2 . Spazi di Hilbert. La definizione di $L^2([a, b], \mathbb{C})$ come completamento di $C([a, b], \mathbb{C})$ rispetto alla distanza indotta dal prodotto interno di L^2 . Definizione di vettori ortogonali in uno spazio con prodotto interno. Definizione di famiglia di vettori ortogonale e ortonormale rispetto ad un prodotto interno. Un sistema ortogonale di vettori in uno spazio vettoriale è libero. La definizione di spazio vettoriale ortogonale. Esempi di sistemi ortogonali di vettori: $C([a, b], \mathbb{C})$ dotato del prodotto interno di L^2 e $\{e^{ikx}\}_{k \in \mathbb{Z}}$. Definizione di polinomio trigonometrico in $C([-\pi, \pi], \mathbb{C})$ rappresentazione rispetto ad una famiglia reale di vettori ortogonali $\{\frac{1}{2}, \cos(x), \sin(x), \dots, \cos(nx), \sin(nx), \dots\}$ di un polinomio trigonometrico.

SUCCESSIONI E SERIE DI FUNZIONI

Definizione di successione di funzioni. Definizione di successione di funzioni puntualmente convergente. Definizione di successione di funzioni uniformemente convergente. Le successioni uniformemente convergenti sono anche puntualmente convergenti. Esistono successioni puntualmente convergenti che non sono uniformemente convergenti. Criterio necessario e sufficiente per la convergenza delle successioni di funzioni uniformemente convergenti. Proprietà di scambio dei limiti per le successioni uniformemente convergenti: le successioni di funzioni continue, su intervalli compatti, uniformemente convergenti convergono a funzioni continue, l'integrale di una funzione limite di una successione di funzioni continue su intervalli compatti è il limite della successione degli integrali delle funzioni continue. Definizione di serie di funzioni.

SISTEMI DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI LINEARI DI ORDINE UNO

Definizione di sistema di equazioni differenziali lineari. Sistemi lineari omogenei e non omogenei. Definizione di funzione a valori matrice. Definizione di sistema fondamentale di soluzioni per un sistema lineare omogeneo. Il sistema fondamentale di soluzioni di un sistema di equazioni differenziali lineari n equazioni omogeneo è uno spazio vettoriale di dimensione n. La matrice esponenziale. Definizione di sistema fondamentale di soluzioni. Definizione di matrice fondamentale di soluzioni. Il caso delle matrici a coefficienti costanti. Costruzione della matrice fondamentale nel caso di matrici a coefficienti costanti. L'integrale generale di un sistema lineare non omogeneo è una varietà lineare. Il metodo della variazione delle costanti di Lagrange per la costruzione di una soluzione particolare del sistema di equazioni lineari di ordine uno n equazioni.

EQUAZIONI DIFFERENZIALI LINEARI DI ORDINE n

Definizione di sistema fondamentale di soluzioni per un'equazione differenziale lineare omogenea di ordine n. Il sistema fondamentale di soluzioni per un'equazione differenziale lineare omogenea di ordine n è uno spazio vettoriale di dimensione n.

PROBLEMI AI LIMITI

Definizione di problema ai limiti per una equazione differenziale lineare di ordine due omogenea su un intervallo chiuso e limitato. Il problema agli autovalori per un problema ai limiti associato ad un equazione differenziale lineare omogenea di ordine due. Definizione di autosoluzione di un problema agli autovalori.