

**SECONDO APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI
MATEMATICA**

Prof. F. Ferrari

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Chimica e di processo e Corso
di Laurea Specialistica in Ingegneria per l'Ambiente e delle Risorse

Cognome.....Nome.....Mat.....CdL.....

Esercizio 1 (7 punti)

Dopo aver determinato una matrice fondamentale risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y_1' = y_2 \\ y_2' = -15y_1 + 8y_2 \\ y_1(0) = 0 \\ y_2(0) = 1 \end{cases}$$

Esercizio 2 (7 punti)

Siano

$$\chi_{[1,2]} = \begin{cases} 1, & \text{se, } x \in [1, 2] \\ 0, & \text{se, } x \in \mathbb{R} \setminus [1, 2] \end{cases}$$

e

$$\chi_{[5,15]} = \begin{cases} 1, & \text{se, } x \in [5, 15] \\ 0, & \text{se, } x \in \mathbb{R} \setminus [5, 15] \end{cases}$$

- (1) Calcolare esplicitamente $\chi_{[1,2]} * \chi_{[5,15]}$.
- (2) Calcolare la trasformata di Fourier di $\chi_{[1,2]} * \chi_{[5,15]}$.

Esercizio 3 (16 punti)

Risolvere il seguente problema di Dirichlet mediante separazione di variabili:

$$(1) \quad \begin{cases} \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} = 0, & (0, 3) \times (0, 5) \\ u(0, y) = u(3, y) = 0, & y \in [0, 5] \\ u(x, 0) = 0, & x \in [0, 3] \\ u(x, 5) = 1. \end{cases}$$

N.B. Gli studenti hanno a disposizione **2h** per svolgere gli esercizi. **NON** è concesso l'uso di libri di testo, appunti ed eserciziari. Motivare ogni risposta.