APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA

(programma dell'A.A. 2008/2009)

(Comm. Prof. F. Ferrari)

Cognome..................................Nome...............................Mat.......................CdL.............

Esercizio 1 [10 p.ti]

Risolvere mediante separazione di variabili il seguente problema di Dirichlet

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 5\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \ (0,1)\times(0,1) \\ u(0,y) = 0, \ 0 \le y \le 1 \\ u(1,y) = 0, \ 0 \le y \le 1 \\ u(x,0) = 0, \ 0 \le x \le 1 \\ u(x,1) = 1-x, \ 0 \le x \le 1 \end{cases}$$

Esercizio 2 [8 p.ti]

Risolvere con il metodo delle caratteristiche il seguente problema di Cauchy semilineare

$$\begin{cases} y\frac{\partial u}{\partial x} - x\frac{\partial u}{\partial y} = 7u, \ \text{in } \mathbb{R}^2 \\ u = x^2, \ \Gamma = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2, \ y = 2, \ x \in \mathbb{R}\}. \end{cases} \tag{1}$$

Rispondere alle domande motivando ogni passaggio.

Esercizio 3 [4 punti]

Classificare la seguente equazione alle derivate parziali lineare di ordine due

$$y\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

Esercizio 4 [8]

Assegnato il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -\frac{2x+2y}{-2x+3y}, \\ y(x_0) = y_0, \end{cases} \tag{2}$$

determinare per quali $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ esiste un'unica soluzione locale e quale regolarità ha. Risolvere inoltre il problema di Cauchy nel caso in cui $x_0 = 1$ e $y_0 = 1$.

N.B. Gli studenti hanno a disposizione **3 h** per svolgere gli esercizi. **NON** è concesso l'uso di libri di testo, appunti ed eserciziari. Motivare ogni risposta.