## APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA
## 11/12/2009

(Comm. Prof. F. Ferrari)

Cognome..................................Nome...............................Mat.......................CdL.............

**Esercizio 1** [10 p.ti]

Risolvere mediante separazione di variabili il seguente problema

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = 5\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \ x \in (0,1), \ t > 0 \\ u(x,0) = 2x^3, \ x \in [0,1] \\ \frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \ t > 0 \\ \frac{\partial u(1,t)}{\partial x} = 0, \ t > 0 \end{cases}$$

**Esercizio 2** [8 p.ti]

Risolvere con il metodo delle caratteristiche il seguente problema di Cauchy lineare

$$\begin{cases} (3x-2y)\frac{\partial u}{\partial x} + (x+y)\frac{\partial u}{\partial y} = 7u, \ \text{in } \mathbb{R}^2 \\ u = 5x, \ \Gamma = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2, \ y = 1, \ x \in \mathbb{R}\}. \end{cases} \tag{1}$$

Motivare ogni passaggio.

**Esercizio 3** [6 punti]

Risolvere il seguente problema

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 25\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \ x \in \mathbb{R}, \ t > 0 \\ u(x,0) = \sin x, \ x \in \mathbb{R} \\ \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = x^3, \ x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

**Esercizio 4** [6]

Assegnato il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -\frac{5x^2+3y}{3x+2y^2}, \\ y(x_0) = y_0, \end{cases} \tag{2}$$

determinare per quali $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ esiste un'unica soluzione locale e quale regolarità ha. Risolvere inoltre il problema di Cauchy nel caso in cui $x_0 = 0$ e $y_0 = 1$.

**N.B.** Gli studenti hanno a disposizione **3 h** per svolgere gli esercizi. **NON** è concesso l'uso di libri di testo, appunti ed eserciziari. Motivare ogni risposta.