

**PRIMA PROVA PARZIALE DI COMPLEMENTI DI ANALISI
MATEMATICA LS, LM
A.A. 08/09**

Prof. F. Ferrari

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria per l'Ambiente e delle Risorse
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Chimica e di processo

Cognome.....Nome.....Mat.....CdL.....

Esercizio 1 [4 punti] Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{5}{5+\sin(3x+5y)} \\ y(x_0) = y_0, \end{cases}$$

il candidato risponda alle seguenti domande avendo cura di giustificare ogni passaggio.

- (i) Per quali dati iniziali si ha esistenza e unicità locale delle soluzioni?
- (ii) Qual è la regolarità delle soluzioni del problema di Cauchy?
- (iii) Si ha esistenza globale della soluzione del problema di Cauchy? Determinare in quali intervalli le soluzioni sono monotone crescenti e in quali intervalli le soluzioni sono concesse.
- (iv) Qual è il polinomio di Taylor di ordine 2 della soluzione del problema di Cauchy in un intorno di 0 ottenuta per $x_0 = 0$ e $y_0 = 14\frac{\pi}{5}$?

Esercizio 2 [4 punti] Determinare gli autovalori e le autosoluzioni del seguente problema ai limiti:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y(x) = 0, & (0, 4) \\ y(0) = 0, \\ y'(4) = 0. \end{cases}$$

- (i) Scrivere gli autovalori del problema.
- (ii) Scrivere le autosoluzioni del problema.
- (iii) Per quali λ il seguente problema non omogeneo ha soluzione?

$$\begin{cases} y'' + \lambda y(x) = 5, & (0, 4) \\ y(0) = 0, \\ y'(4) = 0. \end{cases}$$

Esercizio 3 [7 punti] Risolvere con il metodo delle caratteristiche il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} -11y\frac{\partial u}{\partial x} + 11x\frac{\partial u}{\partial y} = 3u, & \text{in } U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, y > 0\} \\ u = x^3 + 2y^4, & \text{su } \Gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, y = 0\}. \end{cases}$$

Esercizio 4 [3 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y_1' = 2y_1 + 3y_2 \\ y_2' = 3y_1 + 4y_2, \\ y_1(0) = 1 \\ y_2(0) = 0 \end{cases}$$