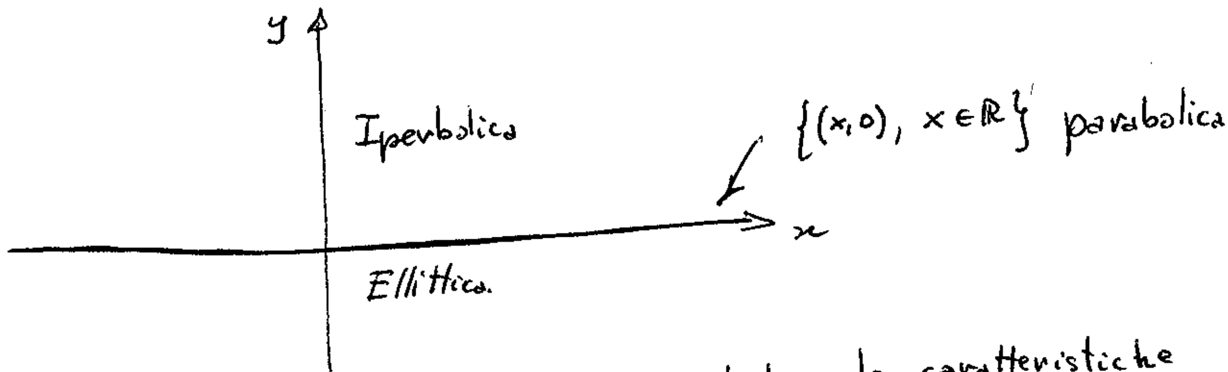
Classificazione delle equazioni alle derivate parziali

Equazione di Tricomi

$-y u_{xx} + u_{yy} = 0$

$a = -y$, $b = 0$, $c = 1$. Da $-y\varphi'^2 + 1 = 0$ segue

$\varphi'^2 = \frac{1}{y}$. Notare che $\frac{\Delta}{4} = y$, quindi se $y < 0$ è ellittica, se $y = 0$ è parabolica, se $y > 0$ è iperbolica



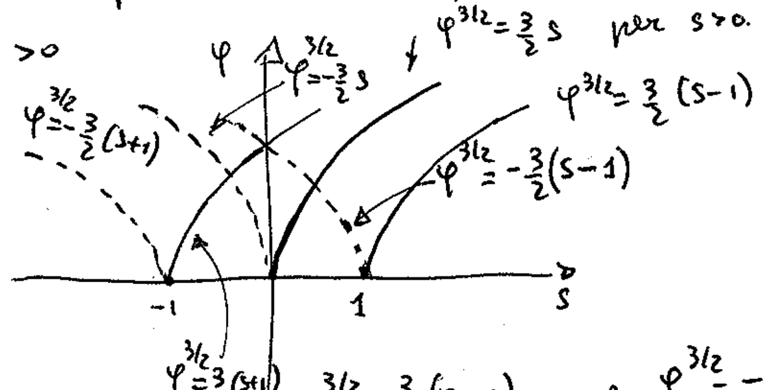
Nel caso in cui sia iperbolica possiamo calcolare le caratteristiche risolvendo per $\varphi > 0$, si ha:

$\varphi' = \pm\sqrt{\frac{1}{\varphi}}$. Pertanto $\varphi'(s)\sqrt{\varphi} = \pm 1$ da cui

$\frac{2}{3}\varphi^{3/2} = \pm(s+K)$ con K costante. Quindi $\varphi^{3/2} = \pm\frac{3}{2}(s+K)$.

Pertanto $\varphi^{3/2} = \frac{3}{2}(s+K)$ e $\varphi^{3/2} = -\frac{3}{2}(s+K)$ con K costante

Alcuni esempi se $K=0$ $\varphi^{3/2} = +\frac{3}{2}s$ e $\varphi^{3/2} = -\frac{3}{2}s$; nel primo caso per $s > 0$



Se $K=1$ $\varphi^{3/2} = \frac{3}{2}(s+1)$ e $\varphi^{3/2} = -\frac{3}{2}(s+1)$.

Se $K=-1$ $\varphi^{3/2} = \frac{3}{2}(s-1)$ e $\varphi^{3/2} = -\frac{3}{2}(s-1)$.

Nel caso parabolico avremo $s =$ costante