Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** __________

1. Sia $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; x + y + z = 0\}$. Quale dei seguenti è un insieme di generatori di V?
[a] $(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)$; [b] $(1, 1, -2), (1, -2, 1), (-2, 1, 1), (0, 0, 0)$;
[c] $(1, 0, -1), (0, 1, 0)$; [d] $(1, 0, -1), (1, -1, 0), (1, 0, 0)$.

2. Il rango di $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 7 & 7 \end{pmatrix}$ è: [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

3. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definita da $f(x, y, z) = (x, z, 0)$. Gli autovalori di f sono:
[a] $0, 1$; [b] $0, 1, -1$; [c] $1, 2$; [d] $0, -1$.

4. Siano $B_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$, $B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ e sia f l'applicazione lineare di $\mathbb{R}^2$ in sé definita da $f(x, y) = (x + y, x - y)$. La matrice associata a f nella base B_1 in partenza e B_2 in arrivo è:
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

5. La conica definita da $x^2 + 2xy + y^2 + x - y + 1 = 0$ è una:
[a] ellisse; [b] iperbole; [c] parabola; [d] retta.

6. Sia f la derivata seconda dallo spazio dei polinomi in sé. Quale polinomio non è autovettore di f?
[a] 1; [b] $1 + x$; [c] x; [d] x^2.

7. Sia V uno spazio vettoriale. Dei vettori $v_1, \ldots, v_n \in V$ costituiscono una base di V se e solo se:
[a] $\dim(V) = n$; [b] generano V; [c] sono lin. ind. e $\dim(V) = n$; [d] nessuna delle precedenti.

8. In $\mathbb{R}^3$ sia $\pi = \{x - y + z = 4\}$ e $v = (1, 1, 1)$. La distanza tra π e v è:
[a] $-\sqrt{3}$; [b] 3; [c] $\sqrt{3}$; [d] 1.

9. In $\mathbb{R}^3$ siano $p_1 = (1, 1, 1)$ e $p_2 = (-1, -1, -1)$. La retta per p_1 e p_2 è:
[a] $\begin{cases} x - y = 1 \\ y - z = 1 \end{cases}$; [b] $x + y + z = 0$; [c] $Span(1, 1, 1)$; [d] $Span(p_2 - p_1) + (1, 1, 0)$.

10. Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^3$ il sistema $AX = 0$ con $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$?
[a] 2; [b] 1; [c] 0; [d] infinite.

11. Quale delle seguenti matrici è ortogonale?
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

12. La giacitura del piano in $\mathbb{R}^3$ passante per $p_1 = (1, 2, 3), p_2 = (1, 1, 1), p_3 = (0, 2, 0)$ è:
[a] $span(p_1, p_2, p_3)$; [b] $\begin{cases} x + y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$; [c] $x - y = 0$; [d] $span((0, 1, 2), (1, -1, 1))$.

13. In $\mathbb{R}^4$ sia V l'ortogonale di $(1, 1, 1, 1)$ (rispetto al prodotto scalare standard) e $W = \{x = 0\}$.
[a] $\dim(V \cap W) = 0$; [b] $\dim(V \cap W) = 1$; [c] $\dim(V \cap W) = 2$; [d] $\dim(V \cap W) = 3$.

14. Detta e_1, e_2, e_3, e_4 la base canonica di $\mathbb{R}^4$, quale sottospazio è in somma diretta con $span(e_1, e_3)$?
[a] $span(e_2, e_4)$; [b] $V = span(e_1)$; [c] $\{x = 0\}$; [d] $span(e_1, e_2, e_3)$.

15. Quali delle seguenti espressioni per $b((x, y), (x', y'))$ definisce un'applicazione bilineare?
[a] $(x + y)^2 + (x' + y')^2$; [b] $xx' + 2xy' + yy'$; [c] $x^2 + 2xy + y^2$; [d] $x - y'$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito.
Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♢ 2.♡ 3.♣ 4.♠ 5.♠ 6.♢ 7.♠ 8.♣ 9.♣ 10.♠ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♣ 15.♢

Risposte esatte

6. $\diamondsuit$ 13. $\clubsuit$

1. b

2. c

3. a

4. d

5. c

6. d

7. c

8. c

9. c

10. a

11. c

12. d

13. c

14. a

15. b

1.$\diamondsuit$ 2.$\heartsuit$ 3.$\clubsuit$ 4.$\spadesuit$ 5.$\spadesuit$ 6.$\diamondsuit$ 7.$\spadesuit$ 8.$\clubsuit$ 9.$\clubsuit$ 10.$\spadesuit$ 11.$\heartsuit$ 12.$\diamondsuit$ 13.$\clubsuit$ 14.$\clubsuit$ 15.$\diamondsuit$

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. a b c d

2. a b c d

3. a b c d

4. a b c d

5. a b c d

6. a b c d

7. a b c d

8. a b c d

9. a b c d

10. a b c d

11. a b c d

12. a b c d

13. a b c d

14. a b c d

15. a b c d

1.♢ 2.♡ 3.♣ 4.♠ 5.♠ 6.♢ 7.♠ 8.♣ 9.♣ 10.♠ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♣ 15.♢