

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. In $\mathbb{R}[x]$, quali dei seguenti insiemi è formato da vettori linearmente indipendenti?
 a $1, x, x^2, (x+1)^2$; b $1+x, (1+x)^2, (1+x)^3$; c $(1+x)^2, (1-x)^2, x$; d $x, 1+x, 1, x^2$.
2. Quale delle seguenti equazioni definisce un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^2 ?
 a $x^2 + y^2 = 1$; b $x^2 + y^2 < 1$; c $x^2 = 0$; d $xy = 0$.
3. La segnatura della forma bilineare di \mathbb{R}^3 definita da $b((x, y, z), (x', y', z')) = xz' + yy' + zx'$ è:
 a $(1, 1, 1)$; b $(0, 1, 1)$; c $(1, 1, -1)$; d $(0, 2, 1)$.
4. La forma quadratica della forma bilineare associata alla matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ è:
 a $x^2 + 2xy + 3y^2$; b $x^2 + y^2 + 2xy + yx$; c $x^2 + 3xy + 3y^2$; d $3xy + 3y^2$.
5. Quale delle seguenti è un'isometria di \mathbb{R}^3 ?
 a $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.
6. Sia V uno spazio vettoriale su un campo \mathbb{K} . Quale affermazione è necessariamente vera?
 a V ha una base; b $\dim(V) < \infty$; c V è infinito; d V ha un numero finito di vettori.
7. Sia $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tali che } xy = 0\}$. Lo Span di X è
 a \mathbb{R}^2 ; b $\{x = 0\}$; c nessuna delle altre; d $\{y = 0\}$.
8. Quali delle seguenti matrici è diagonalizzabile su \mathbb{R} ?
 a $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
9. Il piano di \mathbb{R}^3 passante per la retta $r = \text{span}((1, 1, 1))$ ed il punto $p = (1, 0, 0)$ è:
 a $\{x - y = 1\} \cap \{y - z = 1\}$; b $\{x = y\} \cap \{y = z\}$; c $y - z = 1$; d $y = z$.
10. Quali delle seguenti matrici commuta con $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$?
 a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; b A^2 ; c $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.
11. L'ortogonale a $X = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \text{ tali che } x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$ rispetto al prod. scal. standard è:
 a $\{2x = y\} \cap \{z = 0\}$; b $\{y = x\}$; c $\{x = -y\}$; d $\text{span}((0, 0, 1))$.
12. Il polinomio caratteristico di $f(x, y, z) = (x + y + z, x + y + z, x + y + z)$ è:
 a $\lambda(3 - \lambda)^2$; b $\lambda^2(\sqrt{3} - \lambda)$; c $\lambda^2(1 - \lambda)$; d $\lambda^2(3 - \lambda)$.
13. Quali dei seguenti vettori sono affinemente indipendenti tra loro? a $(1, 0), (0, 0), (0, 1)$;
 b $(1, 0), (0, 0), (-1, 0)$; c $(1, 0), (0, 1), (0, 0), (1, 1)$; d $(2, 0), (0, 2), (1, 1)$.
14. Quali delle seguenti formule definisce un'applicazione lineare $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$? $f(x, y, z) =$
 a $(x + y)^2 - (x - y)^2 + z - 4xy$; b $2x + 4xy$; c $2x + 1$; d $x^2 + y + x$.
15. Quante soluzioni ha in \mathbb{R}^3 il sistema $AX = 0$ con $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$?
 a 0; b 1; c infinite; d 2.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

6.  13. 

1. b

2. c

3. d

4. d

5. b

6. a

7. a

8. a

9. d

10. b

11. b

12. d

13. a

14. a

15. c

1.  2.  3.  4.  5.  6.  7.  8.  9.  10.  11.  12.  13.  14.  15. 

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. a b c d

2. a b c d

3. a b c d

4. a b c d

5. a b c d

6. a b c d

7. a b c d

8. a b c d

9. a b c d

10. a b c d

11. a b c d

12. a b c d

13. a b c d

14. a b c d

15. a b c d

1.◇ 2.♥ 3.♣ 4.♠ 5.♠ 6.◇ 7.♠ 8.♣ 9.♣ 10.♠ 11.♥ 12.◇ 13.♣ 14.♣ 15.◇
