

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

- Quanti blocchi ha la forma di jordan di $f(x, y, z) = (x + y, x + 2y, z)$?
 a 1; b 2; c 3; d 4.
- Siano v_1, \dots, v_k vettori linearmente indipendenti di \mathbb{R}^n , allora:
 a generano; b $k = n$; c $k \leq n$; d $k > n$.
- La matrice associata a $f(x, y) = (2x + y, y - x)$ nella base di \mathbb{R}^2 formata da $v_1 = e_2, v_2 = e_1$ è:
 a $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- La matrice associata alla forma bilineare $b((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = x_1x_2 + y_1y_2$ in base canonica è:
 a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; d b non è una forma bilineare.
- In \mathbb{R}^3 col prod. scal. standard, la distanza tra $(1, -2, 1)$ ed il piano $y - 2x + 2z = 2$ è:
 a $4/3$; b $2/3$; c 0 ; d $5/3$.
- La conica definita da $x^2 + y^2 - xy = 0$ è:
 a ellisse; b iperbole; c parabola; d un punto.
- Quale delle seguenti è una base di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$? a $1 + ix - x^2, 1 + (1 - i)x^2, 2i - x + x^2$;
 b $x^2 + 1, x - i, x + i$; c x, x^2 ; d $1 + x - ix^2, x^2 + i, x$.
- Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & k \\ k & k^2 \end{pmatrix}$ e $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Per quali k il sistema $AX = b$ ha soluzione?
 a $k = \pm 1$; b $k = 2$; c $k = 0, k = 2$; d nessuna delle precedenti.
- Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^3)$ la forma simmetrica con forma quadratica $x^2 + 2xy + y^2 + 2z^2$. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di b è: a $(1, 2, 0)$; b $(2, 1, 0)$; c $(1, 0, 2)$; d $(1, 1, 1)$.
- Quali sono gli autovalori dell'endomorfismo di $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ definito da $f(X) = X + X^T$?
 a ± 1 ; b 2 ; c $0, 2$; d $1, -1, 0, 2$.
- In $\mathbb{R}_{\leq 5}[x]$ distanza tra x e x^2 rispetto al prodotto scalare $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(x)q(x)dx$ è:
 a $1/\sqrt{30}$; b $1/\sqrt{6}$; c $1/\sqrt{5}$; d $1/30$.
- In $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{Z}_2)$, l'inversa di $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ è:
 a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; d A non è invertibile.
- Quale delle seguenti matrici è ortogonale?
 a $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; d Lo sono tutte le precedenti.
- Due piani affini in \mathbb{R}^4 : a si intersecano sempre; b se si intersecano le loro giaciture non generano \mathbb{R}^4 ; c generano \mathbb{R}^4 ; d se le giaciture generano \mathbb{R}^4 allora i due piani si intersecano.
- In \mathbb{R}^3 le rette $r(t) = (t, t - 1, t + 1)$ ed $s : \begin{cases} x - y = 0 \\ z = 1 \end{cases}$ sono tra loro
 a sghembe; b incidenti; c parallele; d coincidenti.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

2. \diamond

1. c

2. c

3. d

4. d

5. a

6. d

7. b

8. b

9. a

10. c

11. a

12. d

13. c

14. d

15. a

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

- Qual è la dimensione massima dei blocchi della forma di jordan di $f(x, y, z) = (x + y, x + 2y, z)$?
 a 1; b 2; c 3; d 4.
- Siano v_1, \dots, v_n dei generatori di \mathbb{R}^k , allora:
 a sono linearmente indipendenti; b $k = n$; c $k > n$; d $k \leq n$.
- La matrice associata a $f(x, y) = (2x + y, y - x)$ nella base di \mathbb{R}^2 formata da $v_1 = e_2, v_2 = e_1 + e_2$ è:
 a $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$.
- La matrice associata alla forma bilineare $b((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1y_2 + x_2y_1$ in base canonica è:
 a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; d b non è una forma bilineare.
- In \mathbb{R}^2 col prod. scal. standard, la distanza tra $(1, 2)$ ed la retta $r(t) = (t, t + 1)$ è:
 a $2/3$; b $\sqrt{2/3}$; c 0 ; d $\sqrt{1/3}$.
- La conica definita da $x^2 + y^2 - 4xy = 1$ è:
 a ellisse; b iperbole; c parabola; d un punto.
- Quale delle seguenti è una base di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$? a $1 + ix + x^2, 1 + (1 - i)x^2, 2i - x + x^2$;
 b $x^2 + 1, x + i$; c x, x^2 ; d $1 + x - ix^2, x^2 + i, x$.
- Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ k & k^2 \end{pmatrix}$ e $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Per quali k il sistema $AX = b$ ha soluzione?
 a $k \neq \pm 1$; b $k \neq 0$; c $k \neq 0, 1$; d Il sistema ha sempre soluzione.
- Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^3)$ la forma simmetrica con forma quadratica $2xy + z^2$. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di b è:
 a $(0, 2, 1)$; b $(2, 1, 0)$; c $(0, 1, 2)$; d $(1, 1, 1)$.
- Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e sia $f \in \text{End}(\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}))$ definito da $f(X) = X^T A$. Gli autovalori di f sono:
 a ± 1 ; b $0, 2$; c 1 ; d f non ha autovalori reali.
- In $\mathbb{R}_{\leq 5}[x]$ distanza tra x e 1 rispetto al prodotto scalare $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(x)q(x)dx$ è:
 a $1/\sqrt{5}$; b $1/\sqrt{4}$; c $1/\sqrt{3}$; d $1/2$.
- L'inversa di $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ è: a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; d $\frac{1}{2}A^T$.
- Quale delle seguenti matrici è ortogonale?
 a $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; d tutte le precedenti.
- Date due rette affini in \mathbb{R}^3 , quale affermazione è falsa? a se si intersecano allora sono contenute in un piano affine; b se sono contenute in un piano allora si intersecano; c se sono sghembe generano \mathbb{R}^3 ; d se le giaciture sono uguali allora sono contenute in un piano affine.
- In \mathbb{R}^3 una base dell'ortogonale di $(1, -2, 1)$ è:
 a $(1, 1, 0), (0, 1, 1)$; b $(1, -2, 1)$; c $(1, 1, 1), (2, 1, 0)$; d $(1, 1, 1)$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

2. ♥

1. a

2. d

3. a

4. b

5. c

6. b

7. a

8. b

9. a

10. a

11. c

12. d

13. d

14. b

15. c

1.♥ 2.♥ 3.♣ 4.♠ 5.♥ 6.♥ 7.◇ 8.♣ 9.♠ 10.♥ 11.♥ 12.◇ 13.♣ 14.♠ 15.♥

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Qual è la dimensione massima dei blocchi della forma di jordan di $f(x, y, z) = (x, 2x+y, 3x+2y+z)$?
 a 1; b 2; c 3; d 4.
2. Se v_1, \dots, v_n sono dei generatori di uno spazio vettoriale V , allora: a sono linearmente indipendenti; b $\dim(V) = n$; c V ha dimensione finita; d nessuna delle precedenti.
3. La matrice associata a $f(x, y) = (2x - y, y - x)$ nella base di \mathbb{R}^2 formata da $v_1 = e_1 + e_2, v_2 = e_1$ è:
 a $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
4. La matrice associata alla forma bilineare $b((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1(y_2 - x_2) + x_2y_1$ in base canonica è:
 a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; d b non è una forma bilineare.
5. In \mathbb{R}^2 col prod. scal. standard, la distanza tra $(1, 1)$ ed la retta $r : \{x + y = 3\}$ è:
 a 2; b $\sqrt{3/2}$; c 0; d $\sqrt{1/2}$.
6. La conica definita da $x^2 + y^2 - 4xy = 0$ è:
 a una coppia di rette; b un'iperbole; c una parabola; d un'ellisse.
7. Quale delle seguenti è una base di $\mathbb{C}_{\leq 3}[x]$? a $1 + ix + x^2, 1 + (1 - i)x^2, 2i - x + x^2$;
 b $x^2 + 1, x + i, x^3$; c $1, x, x^2$; d nessuna delle precedenti.
8. Sia $A = \begin{pmatrix} k+2 & -1 \\ k & k^2 \end{pmatrix}$ e $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Per quali k il sistema $AX = b$ ha soluzione?
 a $k \neq \pm 1$; b $k \neq 0$; c $k \neq -1$; d Il sistema ha sempre soluzione.
9. Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^4)$ la forma simmetrica con forma quadratica $2xy + zt$. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di b è:
 a $(1, 2, 1)$; b $(0, 2, 2)$; c $(2, 1, 1)$; d $(1, 1, 2)$.
10. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e sia $f \in \text{End}(\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}))$ definito da $f(X) = XA$. Gli autovalori di f sono:
 a ± 1 ; b 0, 2; c 1; d f non ha autovalori reali.
11. In $\mathbb{R}_{\leq 5}[x]$ distanza tra x^2 e 1 rispetto al prodotto scalare $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(x)q(x)dx$ è:
 a $1/3$; b $1/\sqrt{4}$; c $1/\sqrt{3}$; d $2\sqrt{2/15}$.
12. L'inversa di $A = \begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{pmatrix}$ è: a A non è invertibile; b $\frac{A+A^T}{2}$; c A^2 ; d $\frac{1}{2}A^T$.
13. Quale delle seguenti matrici è ortogonale?
 a $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; d tutte le precedenti.
14. Il piano affine di \mathbb{R}^3 ortogonale a $(1, 2, 3)$ e passante $(1, 2, 3)$ è: a $(x-1)+2(y-2)+3(z-3) = 0$;
 b $(x-1) + (y-2) + (z-3) = 0$; c $x + 2y + 3z = 6$; d un tale piano non esiste.
15. In \mathbb{R}^3 le rette $r(t) = (1-t, t-1, 2)$ ed $s : \begin{cases} x + y + z = 1 \\ z = 1 \end{cases}$ sono:
 a uguali; b parallele; c sghembe; d incidenti.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

2. ♠

1. c

2. c

3. a

4. b

5. d

6. a

7. d

8. c

9. b

10. c

11. d

12. a

13. b

14. a

15. b

1.♥ 2.♠ 3.♣ 4.♠ 5.♥ 6.♥ 7.◇ 8.♣ 9.♠ 10.♥ 11.♥ 12.◇ 13.♣ 14.♠ 15.♥

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

- Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $f(x, y, z) = (x, 2x + y, 3x + 2y + z)$?
 a 1; b 2; c 3; d 4.
- Se v_1, \dots, v_n sono dei vettori linearmente indipendenti di \mathbb{R}^k , allora: a sono ortogonali;
 b se $n = k$ allora generano \mathbb{R}^k ; c generano sempre \mathbb{R}^k ; d nessuna delle precedenti.
- La matrice associata a $f(x, y) = (2x - y, x - y)$ nella base di \mathbb{R}^2 formata da $v_1 = e_1 + e_2, v_2 = e_1$ è:
 a $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.
- La matrice associata al prodotto scalare standard di \mathbb{R}^2 nella base $(1, 2), (1, -1)$ è:
 a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.
- In \mathbb{R}^2 col prod. scal. standard, la distanza tra $(2, -1)$ ed la retta $r : \{x + 2y = 2\}$ è:
 a $2/\sqrt{5}$; b $\sqrt{5}$; c 0; d $\sqrt{2/5}$.
- La conica definita da $x^2 + y^2 - xy = 1$ è:
 a una coppia di rette; b un'iperbole; c una parabola; d un'ellisse.
- Quale delle seguenti è una base di $\mathbb{C}_{\leq 3}[x]$? a $1 + ix + x^2, 1 + (1 - i)x^2, 2i - x + x^2, x^3$;
 b $x^2 + 1, x + i, x^3$; c $1, x, x^2$; d nessuna delle precedenti.
- Sia $A = \begin{pmatrix} k+2 & -1 \\ k & k^2 \end{pmatrix}$ e $b = \begin{pmatrix} 1 \\ k \end{pmatrix}$. Per quali k il sistema $AX = b$ ha soluzione?
 a $k \neq 0, 1$; b $k \neq 0$; c $k \neq -1$; d Il sistema ha sempre soluzione.
- Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^4)$ la forma simmetrica con forma quadratica $2xy + z^2$. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di b è:
 a $(1, 2, 1)$; b $(0, 2, 2)$; c $(2, 1, 1)$; d $(1, 1, 2)$.
- Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ e sia $f \in \text{End}(\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}))$ definito da $f(X) = XA$. Quale dei seguenti è autovettore di f ?
 a $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- In $\mathbb{R}_{\leq 5}[x]$ distanza tra $x + 1$ e $x - 1$ rispetto al prodotto scalare $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(x)q(x)dx$ è:
 a 1; b $\sqrt{2}$; c 2; d 4.
- L'inversa di $A = \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$ è: a A ; b $\frac{1}{2}A$; c A^2 ; d $\frac{1}{2}A^T$.
- Quale delle seguenti matrici è diagonalizzabile?
 a $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; d nessuna.
- Il sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^3 ortogonale a $(1, 2, 3)$ e passante $(1, 2, 3)$ è: a $(x - 1) + 2(y - 2) + 3(z - 3) = 0$;
 b $(x - 1) + (y - 2) + (z - 3) = 0$; c $x + 2y + 3z = 6$; d non esiste.
- In \mathbb{R}^3 le rette $r(t) = (1 - t, t - 1, 2)$ ed $s(t) = (t - 1, 1 - t, 1)$ sono:
 a uguali; b parallele; c sghembe; d incidenti.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

2. ♣

1. a

2. b

3. c

4. d

5. a

6. d

7. a

8. d

9. a

10. c

11. c

12. b

13. d

14. d

15. b