Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. Sia A $\in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ con $A_{ij} = i \cdot j$ per $i, j = 1 \dots n$ (la matrice delle tabelline). Allora A è:
[a] invertibile; [b] diagonalizzabile; [c] ortogonale ; [d] nessuna delle precedenti.

2. L'equazione del piano ortogonale a $r(t) = (t, -t+1, 2t)$ e passante per $(-1, 1, 3)$ è:
[a] $x+y+2z-6=0$; [b] $x-y+2z-3=0$; [c] $x-y+2z-4=0$; [d] $-x+y+2z-8=0$.

3. Il rango di $A \in \mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{Z}_2)$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ è: [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

4. La proiezione ortogonale di $(1, 1, 0)$ lungo $(4, -2, 2)$ è:
[a] $(1/6, -1/12, -1/12)$; [b] $(-1/3, 1/6, 1/6)$; [c] $(1/6, -1/12, 1/12)$; [d] $(1/3, -1/6, 1/6)$.

5. La conica di equazione $(x+1)^2 - (y-1)^2 - 4x - 2y - 1 = 0$ è:
[a] una parabola; [b] un'ellisse; [c] una coppia di retta incidenti; [d] un'iperbole.

6. Siano $A, B \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ simmetriche e congruenti ($\exists M$ invertibile t.c. $A = M^T BM$). Allora:
[a] $det(A) = 0 \Leftrightarrow det(B) = 0$; [b] rango$(A) =$ rango(B); [c] A e B hanno la stessa segnatura;
[d] tutte le precedenti sono vere.

7. Quale dei seguenti non è un spazio vettoriale? [a] $\{A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{C}) : A \text{ è diagonale}\}$;
[b] $\{p \in \mathbb{R}[x] : \deg(p) \geq 2\}$; [c] $\{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \text{ continua}\}$; [d] sono tutti spazi vettoriali.

8. Per quali valori di k al matrice $\begin{pmatrix} k & 2 & k-1 \\ 2 & -k-4 & 1 \\ k-1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ rappresenta un prodotto scalare?
[a] nessun valore di k; [b] $k > 0$; [c] $k > -2$; [d] $0 < k < 2$.

9. Sia $f \in \hom(\mathbb{R}^6, \mathbb{R}^4)$ con Imm$(f) \subseteq$ span$\{e_1 - e_2, e_2 + e_4, e_1 + e_4\}$. Allora:
[a] $\dim(\ker f) \geq 4$; [b] $\dim(\ker f) = 3$; [c] $\dim(\ker f) \leq 3$; [d] $\dim(\ker f) = 4$.

10. La dimensione di span$\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x + y - 1 = 0, z - x + 2 = 0, t = 3\}$ è:
[a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

11. Le coordinate di $ix^2 + (1-2i)x + 2i$ rispetto alla base $\{x^2+1, -x, ix-1\}$ di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ sono:
[a] $(i, 2i, -i)$; [b] $(i, -2i, i)$; [c] $(i, 2i, i)$; [d] $(i, -2i, -i)$.

12. La distanza fra $(1, 2, -1)$ e $W =$ span$\{(2/3, 1, 0), (2, 0, -1)\}$ è:
[a] 1/49; [b] 1/7; [c] 1; [d] 5/7.

13. Sia $A \in \mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{C})$ non diagonalizzabile con autovalori $0, 1, -1$. Se 0 ha molteplicità algebrica 2 allora: [a] $\dim(\ker A) = 1$; [b] $\dim(\ker A) = 2$; [c] rango$(A) > 3$ [d] rango$(A) \leq 2$.

14. Quale di questi è un autovettore di $f \in$ End$(\mathbb{R}^3)$, $f(x, y, z) = (2x - y, x + z, -x + y)$?
[a] $(1, 1, -1)$; [b] $(2, -2, 0)$; [c] $(2, 2, 1)$; [d] $(1, 1, 0)$.

15. L'intersezione tra $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - z + 1 = 0\}$ e span$\{(1, 2, 3, 1), (0, 1, -1, 1)\}$ è:
[a] vuota; [b] un punto; [c] una retta; [d] un piano.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Risposte esatte

1. ♡ 15. ♡

1. b

2. c

3. c

4. d

5. d

6. d

7. b

8. a

9. a

10. b

11. a

12. c

13. a

14. d

15. c

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. Sia A $\in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$. Allora:
a $\ker A \neq 0$; b $\ker(A^2) \subseteq \ker(A)$; c $Ker(A^2) = 0 \Rightarrow Ker(A) = 0$; d $A = A^T$.

2. L'equazione del piano ortogonale a $r(t) = (t, t+1, 2t)$ e passante per $(-1, 1, 3)$ è:
a $x+y+2z-6=0$; b $x-y+2z-3=0$; c $x-y+2z+4=0$; d $-x+y+2z-8=0$.

3. In $\mathbb{R}^4$ ana base delle soluzioni del sistema $\begin{cases} x-3y+4z=0 \\ x-y+t=0 \end{cases}$ è: a $\{(3,1,0,-2),(-4,0,1,4)\}$;
b $\{(3,1,0,-2),(2,-2,1,0)\}$; c $\{(2,2,1,0),(-4,1,0,4)\}$; d {(2,-2,1,0),(-4,0,1,4)}.

4. La proiezione ortogonale di $(2,4,-1)$ lungo $(1,1,0)$ è:
a $(6,12,-3)$; b $(6/21, 6/21, 0)$; c $(3,3,0)$; d $(2/3, 4/3, -1/3)$.

5. La conica di equazione $(x+y)^2 - (y-1)^2 - 2y + 2 = 0$ è:
a una parabola; b un'ellisse; c una coppia di retta incidenti; d un'iperbole.

6. Sia W sottospazio di V e sia $\dim W = k < n = \dim V$. Allora: a ogni base di V contiene k elementi di W ; b ogni base di V deve contenere almeno un elemento di W; c una base di V può non contenere elementi di W; d nessuna delle precedenti.

7. Quale dei seguenti non è un spazio vettoriale? a $\{A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{C}) : A$ è diagonale$\}$;
b $\{p \in \mathbb{R}[x] : p(1) = 0\}$; c $\{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continue$\}$; d sono tutti spazi vettoriali.

8. Per quali valori di k al matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & k^2 \\ 0 & k & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile?
a per ogni k; b $k \neq 0$; c $k \neq 1/2$; d $k \neq 0, 1/2$.

9. Sia $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ lineare con $\mathrm{Imm}(f) \subseteq span\{(1,-1,0,0),(2,0,1,0),(0,2,1,0)\}$. Allora:
a $\dim(\ker f) \leq 2$; b $\dim(\ker f) \geq 3$; c $\dim(\ker f) = 3$; d $\dim(\ker f) = 2$.

10. La dimensione di $\mathrm{span}\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 : x+y-1=0, x-y+t+2=0\}$ è:
a 1; b 2; c 3; d 4.

11. Le coordinate di $ix^2 + (1-2i)x + 2i$ rispetto alla base $\{ix-1, -x, x^2+1\}$ di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ sono:
a $(i, 2i, -i)$; b $(i, -2i, i)$; c $(-i, 2i, i)$; d $(i, -2i, -i)$.

12. La distanza fra $(4,0,-1)$ dalla retta $r(t) = (t, 4t+1, -2t-1)$è:
a $\sqrt{21}/3$; b $\sqrt{17}$; c $7\sqrt{3}$; d $3\sqrt{7}/7$.

13. Sia $A \in \mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{C})$ non diagonalizzabile con autovalori $0, 1, -1$. Se 0 ha molteplicità algebrica 2 allora: a $\ker A = 0$; b $\dim(\ker A) = 1$; c $\mathrm{rango}(A) \leq 2$ d $\mathrm{rango}(A) > 3$.

14. Sia $b \in \mathrm{bil}(\mathbb{R}^3)$ la forma simmetrica con forma quadratica $4x^2 + 3y^2 + 2z^2 + 2xy + 2yz$. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di b è: a $(3,0,0)$; b $(2,1,0)$; c $(0,3,0)$; d $(1,2,0)$.

15. Le rette $s = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x+2y-z+1=0, x-y+1=0\}$ e $r(t) = (t-1, t, 3t+3)$ sono:
a sghembe; b incidenti; c coincidenti; d parallele.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♢ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♢

Risposte esatte

1. $\diamondsuit$ 15. $\diamondsuit$

1. c

2. a

3. a

4. c

5. d

6. c

7. d

8. b

9. b

10. c

11. c

12. b

13. b

14. c

15. d

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣␣␣␣␣

1. La retta parallela a $s : y = x + 1, 2x - z = 3$ e passante per $(-1, 1, 3)$, ha equazione parametrica:
[a] $(t, t-2, 2t+5)$; [b] $(t, -t-2, 2t+5)$; [c] $(t, t+2, 2t+5)$; [d] $(-t, t, 2t+1)$.

2. Per quali k l'applicazione $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $f(x, y, z) = (x + k^2 z, -ky, k^2 x + z)$ è diagonalizzabile?
[a] per ogni k; [b] $k \neq 0$; [c] $k \neq -1/2$; [d] $k \neq 0, -1/2$.

3. Le coordinate di $ix^2 + (1-2i)x + 2i$ rispetto alla base $\{ix - 1, x, x^2 + 1\}$ di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ sono:
[a] $(-i, -2i, i)$; [b] $(i, -2i, i)$; [c] $(-i, 2i, i)$; [d] $(i, -2i, -i)$.

4. La matrice della forma bilineare su $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$, definita da $b(p, q) = p'(0)q(0) + p(0)q(0) + p(0)q'(0)$, rispetto alla base $\{1 + x^2, 1 - x - x^2, x + 2\}$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 8 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 8 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 8 \end{pmatrix}$.

5. Siano $A, B \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ matrici della stessa forma bilineare e rispetto a due basi diverse. Allora:
[a] A e B hanno gli stessi autovalori; [b] $det(A) = det(B)$; [c] A e B hanno lo stesso rango; [d] nessuna delle precedenti.

6. Quale dei seguenti è un spazio vettoriale? [a] $\{A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{C}) : A$ è diagonalizzabile$\}$; [b] $\{p \in \mathbb{R}[x] : p(1) = 0\}$; [c] $\{A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{C}) : A$ è invertibile$\}$; [d] nessuno dei precedenti.

7. La dimensione di $V := \{f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4 \mid f(e_1) = f(e_2), e_3 \in Ker f\}$ è: [a] 8; [b] 6; [c] 4; [d] 2.

8. Sia $A \in \mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{C})$ diagonalizzabile con autovalori $0, 1, -1$. Se 0 ha molteplicità algebrica 2 allora:
[a] $\dim(\ker A) < 2$; [b] $\dim(\ker A) = 1$; [c] $\text{rango}(A) = 2$ [d] $\text{rango}(A) = 3$.

9. Sia $f \in \hom(\mathbb{R}^5, \mathbb{R}^4)$ con $\ker(f) \subseteq \text{span}\{(1, -1, 0, 0, 1), (2, 0, 1, 0, 0), (0, 2, 1, 0, -2)\}$. Allora:
[a] $\dim(\text{Imm} f) \leq 2$; [b] $\dim(\text{Imm} f) = 3$; [c] $\dim(\text{Imm} f) \geq 3$; [d] $\dim(\text{Imm} f) = 2$.

10. La proiezione ortogonale di $(-2, 4, -1)$ lungo $(1, 1, 0)$ è:
[a] $(-1/6, 1/3, -1/12)$; [b] $(1, 1, 0)$; [c] $(1/12, 1/12, 0)$; [d] $(1/6, 1/3, -1/6)$.

11. La distanza fra $(4, 0, -1)$ dalla retta $r : 4x - y + 1 = 0, z + 1 = 0$ è:
[a] $3\sqrt{7}$; [b] $7\sqrt{3}$; [c] $\sqrt{17}$; [d] $3\sqrt{7}/7$.

12. In $\mathbb{R}^4$ una base delle soluzioni del sistema $\begin{cases} 3x - y + 2z = 0 \\ x - y - z - t = 0 \\ 2y + 5z + 3t = 0 \end{cases}$ è: [a] $\{(1, 3, 0, -2), (0, 2, 1, 3)\}$;
[b] $\{(1, 3, 0, 2), (0, 2, 1, -3)\}$; [c] $\{(1, 3, 0, -2), (0, 2, 1, -3)\}$; [d] $\{(1, -3, 0, 2), (0, 2, 1, 3)\}$.

13. La dimensione di $\text{span}\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x + y = 1\}$ è: [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

14. Sia A $\in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ con $A_{ij} = i \cdot j$ per $i, j = 1 \dots n$. Allora:
[a] A è invertibile; [b] $dim(KerA) = 1$; [c] A ha tutti gli autovalori distinti; [d] A ha una base di autovettori.

15. La conica di equazione $(x - y)^2 - (x + y)^2 - 3x = 0$ è:
[a] una parabola; [b] un'ellisse; [c] una coppia di retta incidenti; [d] un'iperbole.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♠ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♢

Risposte esatte

1. ♠ 15. ♢

1. c

2. a

3. a

4. a

5. c

6. b

7. c

8. c

9. c

10. b

11. c

12. c

13. d

14. d

15. c

Ing. aerospaziale e Ing. meccanica. Geometria e algebra T. Prova del 05/02/2015

Nome ________________ **Cognome** ____________________ **Matricola** __________

1. L'equazione della retta parallela a $r(t) = (t, t+1, 2t-3)$ e passante per $(-1, 1, 3)$ è:
[a] $y = x+2, 2x+5 = z$; [b] $y = -x, z+2x = 1$; [c] $(t, t-2, 2t+5)$; [d] $(-t, t, 2t+1)$.

2. Per quali valori di t al matrice $\begin{pmatrix} t+1 & 2 & t \\ 2 & -t-5 & 1 \\ t & 1 & 1 \end{pmatrix}$ rappresenta un prodotto scalare?
[a] $-1 < t < 1$; [b] $t > -1$; [c] $t > -1$; [d] per nessun valore di t.

3. Le coordinate di $-2x^2 + 2x + i$ rispetto alla base $\{ix^2 + 3, ix + 1, -x^2\}$ di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ sono:
[a] $(-i, -2i, 1)$; [b] $(i, -2i, 1)$; [c] $(-i, 2, i)$; [d] $(1, -2i, -i)$.

4. Sia $b \in \mathrm{bil}(\mathbb{R}^4)$ la forma simmetrica con forma quadratica $7x^2 + 14y^2 + 7z^2 + 14t^2 + 2xz + 4yt$. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di b è: [a] $(0, 4, 0)$; [b] $(0, 2, 2)$; [c] $(4, 0, 0)$; [d] $(0, 3, 1)$.

5. Sia W sottospazio di V. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?
[a] Ogni sottospazio di V interseca W; [b] Ogni sottospazio di W è sottospazio di V;
[c] Ogni base di V contiene almeno un vettore di W; [d] Nessuna delle precedenti.

6. Quale dei seguenti non è un spazio vettoriale? [a] $\{p \in \mathbb{R}[x] : p'(1) = 0\}$;
[b] $\{p \in \mathbb{R}[x] : p(x) = p(x+1)\}$; [c] $\{p \in \mathbb{R}[x] : p(1) = 1\}$; [d] $\{p \in \mathbb{R}[x] : p(x) = p(-x)\}$.

7. La dimensione di $V = \{f \in \mathrm{hom}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^4) \mid f(e_1) = f(e_2), f(e_3) \in \mathrm{span}(1, 2, 3, 4)\}$ è:
[a] 4; [b] 5; [c] 6; [d] 7.

8. Sia $A \in \mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{C})$ diagonalizzabile con autovalori $0, 1, -1$. Se $m_a(0) = 2$ ha allora:
[a] $\mathrm{rango}(A) = 2$; [b] $\dim(\ker A) = 1$; [c] $\dim(\ker A) < 2$; [d] $\mathrm{rango}(A) \geq 3$.

9. Se $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^5, \mathbb{R}^5)$ con $\ker(f) \subseteq \mathrm{span}\{(1, -1, 0, 0, 1), (2, 0, 1, 0, 0), (0, -2, 1, 0, -2), (3, -1, 1, 0, 1)\}$.
[a] $\dim(\mathrm{Imm}\, f) \geq 2$; [b] $\dim(\mathrm{Imm}\, f) = 1$; [c] $\dim(\mathrm{Imm}\, f) \leq 3$; [d] $\dim(\mathrm{Imm}\, f) = 2$.

10. La proiezione ortogonale di $(3, 2, 1)$ lungo $(1, 1, 1)$ è:
[a] $(2, 2, 2)$; [b] $(1, 1, 1)$; [c] $(18/\sqrt{14}, 12/\sqrt{14}, 6/\sqrt{14})$; [d] $(-18/\sqrt{14}, 12/\sqrt{14}, -6/\sqrt{14})$.

11. La distanza fra $(0, 1, -1)$ da $W = \mathrm{span}\{(1, 2, 3), (0, -1, 1)\}$ è:
[a] 1; [b] $7\sqrt{3}$; [c] $2/\sqrt{3}$; [d] 0.

12. Il rango di $A \in \mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{Z}_2)$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ è: [a] 4; [b] 3; [c] 2; [d] 1.

13. La dimensione di $\mathrm{span}\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x + y - 1 = 0, z + x - t = 0, y + z - t = 1\}$ è:
[a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

14. Sia A $\in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{Z}_2)$. Allora sicuramente:
[a] $A^{2n} = 0$; [b] $\ker(A) \subseteq \ker(A^2)$; [c] $\ker(A) = \ker(A^2)$; [d] $A^T = A^{-1}$.

15. La conica di equazione $(x - y)^2 + 2xy + 2x + 1 = 0$ è:
[a] una parabola; [b] un punto; [c] una coppia di retta incidenti; [d] una retta.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♣

Risposte esatte

1. ♡ 15. ♣

1. a

2. d

3. b

4. a

5. c

6. c

7. b

8. a

9. a

10. a

11. d

12. b

13. b

14. b

15. b