Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

1. In $\mathbb{R}^4$, le coordinate di $(1,2,3,4)$ nella base $v_1 = (1,2,2,1)$, $v_2 = (0,1,2,1)$, $v_3 = (0,0,1,2)$, $v_4 = (0,0,0,1)$ sono: $\boxed{a}$ $(1,2,3,4)$; $\boxed{b}$ $(1,-1,1,-1)$; $\boxed{c}$ $(1,1,1,1)$; $\boxed{d}$ $(1,0,1,1)$.

2. Siano A, B due matrici 3x3 a coefficienti reali. Allora $\det(AB) =$?
$\boxed{a}$ $(\det A)(\det B)$; $\boxed{b}$ $\det A + \det B$; $\boxed{c}$ $(\det A)/(\det B)$; $\boxed{d}$ 9.

3. La conica di equazione $x^2 + 2y + 1 = 0$ è una: $\boxed{a}$ ellisse; $\boxed{b}$ iperbole; $\boxed{c}$ parabola; $\boxed{d}$ retta.

4. La matrice della forma bilineare du $\mathbb{R}^2$ data da $b((x,y),(x',y')) = xy' + x'y + yy'$ rispetto alla base $\mathcal{B} = \{(1,1),(0,-1)\}$ è: $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

5. In $\mathbb{R}^4$ siano $V = \operatorname{span}\{e_2, e_1 + 2e_4\}$ e $W = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y = 0, 3t + z = 0\}$.
La dimensione di $V + W$ è: $\boxed{a}$ 4; $\boxed{b}$ 3; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 1.

6. La matrice associata a $f(x,y) = (2x, x+y)$ rispetto alla base $(1,1),(1,0)$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

7. In $\mathbb{R}^3$ la distanza di $(4,0,-1)$ dalla retta $r = \{4x - y + 1 = 0, z + 1 = 0\}$ è:
$\boxed{a}$ $3\sqrt{7}$; $\boxed{b}$ $7\sqrt{3}$; $\boxed{c}$ $\sqrt{17}$; $\boxed{d}$ $3\sqrt{7}/7$.

8. Quali sono equazioni parametriche per $V = \{2x - y + 3z = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$? $\boxed{a}$ $x = s, y = 2s + 3t, z = t$; $\boxed{b}$ $x = 2s, y = 2s + 3t, z = 3t$; $\boxed{c}$ $x = s - t, y = s, z = s + t$; $\boxed{d}$ nessuna.

9. Sia $f \in \hom(V,W)$ con V, W spazi di dimensione finita. Se $\dim(V) > \dim(W)$, allora:
$\boxed{a}$ $\ker f = \{0\}$; $\boxed{b}$ $\ker f \neq \{0\}$; $\boxed{c}$ $\dim(\ker f) \geq \dim(\operatorname{Imm} f)$; $\boxed{d}$ $\operatorname{Imm} f \neq \{0\}$.

10. La funzione da $\mathbb{R}^3$ in sé definita da $f(x,y,z) = (z,y,x)$ è:
$\boxed{a}$ una rotazione; $\boxed{b}$ una riflessione; $\boxed{c}$ una traslazione; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

11. Per quali valori di k la matrice $\begin{pmatrix} k-1 & k \\ k & k-1 \end{pmatrix}$ rappresenta un prodotto scalare su $\mathbb{R}^2$?
$\boxed{a}$ Per nessun valore di k; $\boxed{b}$ $k \in]0, \frac{1}{2}[$; $\boxed{c}$ $k > \frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $k < 0 \cup k > 1$.

12. Qual è il rango di $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ su $\mathbb{Z}_2$? $\boxed{a}$ 2; $\boxed{b}$ 3; $\boxed{c}$ 4; $\boxed{d}$ 5.

13. Sia $f \in \operatorname{End}(\mathbb{C}^4)$ data da $f(x,y,z,t) = (y, -x, iz, z + it)$. La molteplicità geometrica di i è:
$\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

14. La proiezione ortogonale di $(-2,4,-1)$ lungo $(1,1,0)$ è:
$\boxed{a}$ $(-1/6, 1/3, -1/12)$; $\boxed{b}$ $(1,1,0)$; $\boxed{c}$ $(1/12, 1/12, 0)$; $\boxed{d}$ $(1/6, 1/3, -1/6)$.

15. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} -y - t = 1 \\ z - y = 1 \end{cases}$ in $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^4$? $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 4; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ infinite.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Risposte esatte

1. ♡ 15. ♡

1. d

2. a

3. c

4. b

5. a

6. a

7. c

8. a

9. b

10. b

11. a

12. b

13. b

14. b

15. b

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** __ __ __ __ __ __ __ __ __ __

1. Quale dei seguenti insiemi costituisce una base di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ come spazio vettoriale su $\mathbb{C}$?
[a] $\{1, i, ix, x, ix^2, x^2\}$; [b] $\{i, 1, x, x^2\}$; [c] $\{x, 1+x^2, (1+x)^2\}$; [d] $\{1+x, i-x, x^2\}$.

2. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Per quale polinomio si ha $p(A) = 0$? [a] $p(x) = (x-1)^2$;
[b] $p(x) = x - 1$; [c] $p(x) = (x-1)(x-2)$; [d] nessuno dei precedenti.

3. La conica di equazione $x^2 + 2xy + y^2 = 0$ è:
[a] retta doppia; [b] rette incidenti; [c] rette parallele; [d] retta semplice.

4. Sia $b \in bil(\mathbb{R}^3)$ la forma simmetrica con forma quadratica $q(x, y, z) = x^2 - y^2 + z^2 + 6xy + 2xz$.
La matrice di b rispetto alla base canonica è:
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 6 & 2 \\ 6 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 6 & 2 \\ 6 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5. In $\mathbb{R}^4$ siano $V = \text{span}\{e_2, e_1 + 2e_4\}$ e $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y = 0, 3t + z = 0\}$.
La dimensione di $V + W$ è: [a] 4; [b] 3; [c] 2; [d] 1.

6. La matrice associata a $f(x, y) = (2x, y)$ rispetto alla base $(0, -1), (2, 1)$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

7. In $\mathbb{R}^2$ la distanza di $(2, 2)$ dalla retta $y + x - 2 = 0$ è: [a] $\sqrt{2} - 1$; [b] $\sqrt{2}$; [c] π; [d] $2\sqrt{2}$.

8. In $\mathbb{R}^3$ le rette $r = \{x = y - z = -1\}$ e $s : \text{span}\{(1, 1, -1)\} + (0, 0, 1)$ sono tra loro:
[a] sghembe; [b] parallele; [c] incidenti; [d] coincidenti.

9. Sia $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ lineare con $\text{Imm}(f) \subseteq \text{span}\{(1, -1, 0, 0), (2, 0, 1, 0), (0, 2, 1, 0)\}$. Allora:
[a] $\dim(\ker f) \leq 2$; [b] $\dim(\ker f) \geq 3$; [c] $\dim(\ker f) = 3$; [d] $\dim(\ker f) = 2$.

10. Quali dei seguenti punti di $\mathbb{R}^2$ sono affinemente independenti tra loro?
[a] $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$.

11. La segnatura della forma bilineare di $\mathbb{R}^3$ definita da $b((x, y, z), (x', y', z')) = xz' + yy' + zx'$ è:
[a] $(1, 1, 1)$; [b] $(0, 1, 1)$; [c] $(1, 1, -1)$; [d] $(0, 2, 1)$.

12. Siano $W_1, W_2, W_3, U < \mathbb{R}^n$ tali che $U = W_1 \oplus W_2$ e $\mathbb{R}^n = U \oplus W_3$. Allora: [a] $W_1 \cap W_3 = 0$;
[b] $\dim(U) > \dim(W_3)$; [c] $\dim(U) < \dim(W_3)$; [d] nessuna delle precedenti.

13. Il polinomio caratteristico di $f(x, y) = (x + y, x + y)$ è:
[a] $x(x-2)$; [b] $x^2 - 2$; [c] $(x-1)^2$; [d] $x^2 - 1$.

14. Quale base è ortonormale per il prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^2$?
[a] $e_1, -e_2$; [b] $e_1 + 2e_2, e_1 - e_2$; [c] $e_1 - e_2, 2e_1 + e_2$; [d] nessuna delle altre.

15. Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^3$ il sistema $\begin{cases} x = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$? [a] infinite; [b] 0; [c] 1; [d] 2.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♣

Risposte esatte

1. ♡ 15. ♣

1. d

2. a

3. a

4. d

5. a

6. a

7. b

8. a

9. b

10. c

11. d

12. a

13. a

14. a

15. d

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

1. Qual è il vettore di $\mathbb{R}^3$ che ha coordinate $(1,2,3)$ rispetto alla base e_1+e_2, e_2, e_2+e_3?
$\boxed{a}$ $(1,2,3)$; $\boxed{b}$ $(1,6,3)$; $\boxed{c}$ $(1,3,1)$; $\boxed{d}$ Quella proposta non è una base.

2. L'inversa di $A=\begin{pmatrix}1 & i\\ i & 1\end{pmatrix}$ è: $\boxed{a}$ A; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}\overline{A}$; $\boxed{c}$ A^2; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}A^T$.

3. La conica di equazione $(x+1)^2-(y-1)^2-4x-2y-1=0$ è:
$\boxed{a}$ una parabola; $\boxed{b}$ un'ellisse; $\boxed{c}$ una coppia di retta incidenti; $\boxed{d}$ un'iperbole.

4. La matrice della forma bilineare $b:\mathbb{R}^2\times\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}, b((x,y),(x',y'))=xy'+x'y$ rispetto alla base $\mathcal{B}=\{(1,1),(0,-1)\}$ è: $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix}0 & 2\\ 2 & 0\end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix}2 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix}$.

5. In $\mathbb{R}^4$ siano $V=\operatorname{span}\{e_2, e_1+2e_4\}$ e $W=\{(x,y,z,t)\in\mathbb{R}^4 \mid x-2y=0, 3t+z=0\}$.
La dimensione di $V+W$ è: $\boxed{a}$ 4; $\boxed{b}$ 3; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 1.

6. La matrice associata a $f(x,y)=(2x,y)$ rispetto alla base $(0,-1),(2,1)$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix}0 & 4\\ -1 & 1\end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$.

7. In $\mathbb{R}^3$ la distanza di $(1,1,-1)$ dal piano $y-z=0$ è: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ π ; $\boxed{c}$ $\sqrt{2}$; $\boxed{d}$ $2\sqrt{2}$.

8. Due piani affini in $\mathbb{R}^4$: $\boxed{a}$ si intersecano sempre; $\boxed{b}$ se si intersecano le loro giaciture non generano $\mathbb{R}^4$; $\boxed{c}$ generano $\mathbb{R}^4$; $\boxed{d}$ se le giaciture generano $\mathbb{R}^4$ allora si intersecano.

9. Un'applicazione lineare iniettiva da $\mathbb{R}^3$ a $\mathbb{R}^3$:
$\boxed{a}$ ha il nucleo non banale ; $\boxed{b}$ è sempre invertibile; $\boxed{c}$ è unica ; $\boxed{d}$ non esiste.

10. In $\mathbb{R}^2$ con la base canonica, la riflessione rispetto alla retta $x=1$ si scrive come $f(X)=$
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}X$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}X$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}X+\begin{pmatrix}2\\ 0\end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}X+\begin{pmatrix}0\\ 2\end{pmatrix}$.

11. la segnatura (n_0,n_+,n_-) di $\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & -1\end{pmatrix}$ è? $\boxed{a}$ $(2,1,0)$; $\boxed{b}$ $(1,1,1)$; $\boxed{c}$ $(0,1,1)$; $\boxed{d}$ $(1,0,2)$.

12. Qual è il rango di $A=\begin{pmatrix}2 & -2 & 0 & 0 & 3\\ 0 & -3 & 4 & 1 & -1\\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1\\ -2 & -2 & 1 & 3 & -1\end{pmatrix}$ su $\mathbb{R}$? $\boxed{a}$ 1 ; $\boxed{b}$ 2 ; $\boxed{c}$ 3 ; $\boxed{d}$ 4.

13. Sia $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$ e sia $f\in\operatorname{End}(\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}))$ definito da $f(X)=XA$. Quale dei seguenti è autovettore di f? $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix}1\\ -1\end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

14. Quali delle seguenti è una base ortogonale per il prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^2$?
$\boxed{a}$ e_1, e_1+e_2; $\boxed{b}$ $2e_2+e_1, -2e_1+e_2$; $\boxed{c}$ e_1+2e_2, e_1-2e_2; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

15. La dimensione dello spazio delle soluzioni di $Ax=0$ con $A=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$ è:
$\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.$\diamondsuit$ 2.$\diamondsuit$ 3.$\clubsuit$ 4.$\spadesuit$ 5.$\heartsuit$ 6.$\heartsuit$ 7.$\diamondsuit$ 8.$\clubsuit$ 9.$\spadesuit$ 10.$\heartsuit$ 11.$\heartsuit$ 12.$\diamondsuit$ 13.$\clubsuit$ 14.$\spadesuit$ 15.$\diamondsuit$

Risposte esatte

1. $\diamondsuit$ 15. $\diamondsuit$

1. b

2. b

3. d

4. d

5. a

6. a

7. c

8. d

9. b

10. c

11. b

12. d

13. c

14. b

15. d

Nome ________________ **Cognome** ____________________ **Matricola** __________

1. Quali delle seguenti è una base di $(\mathbb{Z}_2)^3$?

$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\0.3\end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$.

2. In $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{Z}_2)$, l'inversa di $A = \begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix}$ è:

$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix}1 & 0\\1 & 1\end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ A non è invertibile.

3. La conica di equazione $x^2 + 2x + 1 = 0$ è:

$\boxed{a}$ un'ellisse; $\boxed{b}$ una parabola; $\boxed{c}$ due rette parellele; $\boxed{d}$ nessuno dei precedenti.

4. Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^3)$ la forma simmetrica con forma quadratica $x^2 + 2xy + y^2 + 2z^2$. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di b è: $\boxed{a}$ $(1, 2, 0)$; $\boxed{b}$ $(2, 1, 0)$; $\boxed{c}$ $(1, 0, 2)$; $\boxed{d}$ $(1, 1, 1)$.

5. In $\mathbb{R}^4$ siano $V = \text{span}\{e_2, e_1 + 2e_4\}$ e $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y = 0, 3t + z = 0\}$.
La dimensione di $V + W$ è: $\boxed{a}$ 4; $\boxed{b}$ 3; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 1.

6. In $\mathbb{R}^2$ con la base canonica, la matrice della riflessione rispetto alla retta $y = 2x$ è:

$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix}1 & -2\\2 & 1\end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix}-3 & 4\\4 & 3\end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $5\begin{pmatrix}-3 & 4\\4 & 3\end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{5}\begin{pmatrix}-3 & 4\\4 & 3\end{pmatrix}$.

7. In $\mathbb{R}^3$, la distanza tra il piano $\pi : x - y + z = 1$ ed il punto $P = (0, -1, 0)$ è:

$\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ $\sqrt{3}$; $\boxed{d}$ $1/\sqrt{3}$.

8. In $\mathbb{R}^3$ le rette $r = \{x + y + z = 0, x - z = 0\}$ e $s = \{x - y = 0, x + y + z = 1\}$ sono tra loro:

$\boxed{a}$ parallele; $\boxed{b}$ incidenti; $\boxed{c}$ uguali; $\boxed{d}$ sghembe.

9. Se $\dim(V) = +\infty$ allora: $\boxed{a}$ $\dim(\text{End}(V)) = +\infty$; $\boxed{b}$ $\dim(\text{End}(V)) = n^2$;
$\boxed{c}$ $\text{End}(V)$ non è uno spazio vettoriale; $\boxed{d}$ Nessun elemento di $\text{End}(V)$ è invertibile.

10. Quali dei seguenti punti di $\mathbb{R}^2$ sono affinemente independenti tra loro?

$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\-2\end{pmatrix}$.

11. Quale è la matrice di un prodotto scalare? $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix}1 & 1\\1 & 1\end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix}1 & 1\\1 & 2\end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix}1 & 2\\2 & 2\end{pmatrix}$.

12. Se W è sottospazio di V con $k = \dim W < \dim V$: $\boxed{a}$ ogni base di V ha k vettori in W; $\boxed{b}$ V non ha basi senza vettori in W; $\boxed{c}$ V ha una base senza vettori in W; $\boxed{d}$ nessuna delle altre.

13. Sia $w = (1, 0, -1) \in \mathbb{R}^3$ e sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definita da $f(v) = -v + \langle v, w\rangle w$. Ove $\langle v, w\rangle$ rappresenta il prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^3$. Quale dei seguenti valori è autovalore di f?

$\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 3.

14. In $\mathbb{R}^4$ l'ortogonale di $V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x = y, z = -t\}$ è: $\boxed{a}$ $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 | x = -y\}$;
$\boxed{b}$ $\text{span}\{e_1 + e_2 + e_3, e_3 - e_1\}$; $\boxed{c}$ $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - y = 0, z + t = 0\}$; $\boxed{d}$ $\text{span}\{e_1 - e_2, e_3 + e_4\}$.

15. In $\mathbb{C}^3$ quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x + iz = 0 \\ ix + y + z = 0 \\ y + 2z = -1 \end{cases}$ $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ ∞.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.$\diamondsuit$ 2.$\diamondsuit$ 3.$\clubsuit$ 4.$\spadesuit$ 5.$\heartsuit$ 6.$\heartsuit$ 7.$\diamondsuit$ 8.$\clubsuit$ 9.$\spadesuit$ 10.$\heartsuit$ 11.$\heartsuit$ 12.$\diamondsuit$ 13.$\clubsuit$ 14.$\spadesuit$ 15.$\spadesuit$

Risposte esatte

1. ♢ 15. ♠

1. a

2. d

3. d

4. a

5. a

6. d

7. a

8. d

9. a

10. c

11. c

12. c

13. b

14. d

15. a

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** __________

1. Le coordinate di $(i-x)^2$ in $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ sono:
[a] (1,-2,1); [b] nessuna delle altre; [c] $(i,-1)^2$; [d] dipende dalla base scelta.

2. In $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{Z}_2)$, l'inversa di $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; [d] A non è invertibile.

3. La conica di equazione $(x+y)^2-(x-y)^2+x^2+y^2=0$ è una:
[a] Ellisse ; [b] Parabola; [c] Iperbole; [d] Coppia di rette incidenti.

4. Nella base $v_1=(0,1), v_2=(1,0)$ di $\mathbb{R}^2$, la matrice della forma bilineare simmetrica con forma quadratica $x^2-2xy+3y^2$ è: [a] $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

5. In $\mathbb{R}^2$ la dimensione di $\mathrm{span}\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x=1\}$ è: [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

6. In $\mathbb{R}^2$ con la base canonica, la matrice della riflessione rispetto alla retta $y=2x$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$; [c] $5\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$; [d] $\frac{1}{5}\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.

7. In $\mathbb{R}^3$ la distanza tra $P=(1,-2,1)$ e la retta di equazioni parametriche $r(t)=(t+1,2t,1)$ è:
[a] 4/5 ; [b] $1/\sqrt{5}$; [c] $2/\sqrt{5}$; [d] Nessuna delle precedenti.

8. Dati $\pi_1=\{(x,y,z,t)\in\mathbb{R}^4 \mid x+t=0, x-y+2z-1=0\}$ e $\pi_2=\mathrm{span}\{(1,0,-2,0),(0,1,1,1)\}$:
[a] $\pi_1\cap\pi_2$ è un punto; [b] $\pi_1\cap\pi_2$ è una retta; [c] $\mathrm{Giac}(\pi_1)=\mathrm{Giac}(\pi_2)$; [d] $\pi_1=\pi_2$.

9. Un'applicazione lineare da $\mathcal{M}_{2\times 15}(\mathbb{K})\to\mathbb{K}_{\leq 28}[x]$ non può:
[a] esistere; [b] essere iniettiva; [c] essere suriettiva; [d] nessuna delle altre.

10. In $\mathbb{R}^2$ con la base canonica, la riflessione rispetto alla retta $x=1$ si scrive come $f(X)=$
[a] $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}X$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}X$; [c] $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}X+\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}X+\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.

11. Quale delle seguenti matrici non rappresenta un prodotto scalare?
[a] $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

12. Un sottoinsieme W di $\mathbb{R}^n$ è un sottospazio se: [a] Contiene lo zero; [b] $\{v\in\mathbb{R}^n : v\notin W\}$ è un sottospazio; [c] Esiste $f\in\mathrm{End}(\mathbb{R}^n)$ t.c. $W=\ker(f)$; [d] Nessuna delle precedenti.

13. Sia $A\in\mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{C})$ diagonalizzabile con autovalori $0,1,-1$. Se $m_a(0)=2$ allora:
[a] $\dim(\ker A)<2$; [b] $\dim(\ker A)=1$; [c] $\mathrm{rango}(A)=2$ [d] $\mathrm{rango}(A)=3$.

14. Quali delle seguenti è una base ortogonale per il prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^2$?
[a] e_1, e_1+e_2; [b] $2e_2+e_1, -2e_1+e_2$; [c] e_1+2e_2, e_1-2e_2; [d] nessuna delle precedenti.

15. Quante soluzioni ha in $\mathbb{R}^3$ il sistema $AX=0$ con $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$? [a] 0; [b] 1; [c] ∞; [d] 2.

Risposte esatte

1. ♠ 15. ♠

1. d

2. d

3. d

4. d

5. b

6. d

7. c

8. a

9. b

10. c

11. b

12. c

13. c

14. b

15. c

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. Quali dei seguenti è un sistema di generatori di $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$? [a] $1 + x + x^2 + x^3$; [b] $(1 + x + x^2 + x^3)^3$; [c] $0, 1, x, x + x^2, (x + 1)(x - 1)$; [d] nessuno dei precedenti.

2. Calcolare l'inversa di $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

[a] $\begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{-1}{2} \\ \frac{-3}{2} & \frac{-1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} -1 & \frac{-3}{2} & 0 \\ -1 & \frac{-1}{2} & \frac{-3}{2} \\ \frac{-1}{2} & -1 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} -4 & -2 & 6 \\ 1 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

3. La conica di equazione $x + y^2 + 2y + 1 = 0$ è:
[a] un'ellisse; [b] un'iperbole; [c] una parabola; [d] nessuna delle precedenti.

4. La matrice, in base canonica, della forma bilineare $b((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = x_1y_1 + x_1y_2 - 2x_2y_2$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

5. In $\mathbb{R}^2$ la dimensione di $\text{span}\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 1\}$ è: [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

6. Sia $f \in \text{hom}(\mathbb{R}_{\leq 2}[x], \mathbb{R}_{\leq 3}[x])$ dato da $f(p) = xp(x)$. La sua matrice nelle basi canoniche è:
[a] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; [d] nessuna delle precedenti.

7. In $\mathbb{R}^3$ la distanza di $(-1, 0, 0)$ dal piano $\{x - y - z = 1\}$ è: [a] 0; [b] $\frac{2}{\sqrt{3}}$; [c] $\frac{-2}{\sqrt{3}}$; [d] $\sqrt{2}$.

8. Delle equazioni cartesiane per $V = \text{span}\{(1, 2, 0), (1, 0, -3)\} \subseteq \mathbb{R}^3$ sono:
[a] $2x + 3y - z = 0$; [b] $3x + 3y + z = 0$; [c] $x + y = 0$; [d] $6x - 3y + 2z = 0$.

9. La dimensione del ker di $f(x, y, z) = (x, 0, x)$ è: [a] 0; [b] 1; [c] 2; [d] 3.

10. Quali dei seguenti vettori sono affinemente indipendenti tra loro? [a] $(1, 0), (0, 0), (0, 1)$; [b] $(1, 0), (0, 0), (-1, 0)$; [c] $(1, 0), (0, 1), (0, 0), (1, 1)$; [d] $(2, 0), (0, 2), (1, 1)$.

11. Per quali $x \in \mathbb{R}$ la forma bilineare di $\mathbb{R}^2$ associata a $\begin{pmatrix} x^2 + 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ è definita positiva?
[a] per nessun x; [b] per ogni x; [c] solo se $x > 0$; [d] solo se $x \neq 0$.

12. Sia W un sottospazio di uno spazio vettoriale V. Se $V \neq W$, allora:
[a] V ha una base fatta di vettori che non stanno in W; [b] Ogni base di V contiene una base di W; [c] Ogni base di V si estende a base di W; [d] Nessuna delle precedenti.

13. Se $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$ non è diagonalizzabile, allora sicuramente: [a] f è invertibile; [b] f non ha autovettori; [c] f ha al più due autovalori distinti; [d] nessuna delle precedenti.

14. In $\mathbb{R}^3$ col prodotto scalare standard, la proiezione di $(1, 2, 0)$ sull'ortogonale di $(1, 1, 1)$ è:
[a] $(1, 0, 1)$; [b] $(0, 1, -1)$; [c] $(1, -2, 1)$; [d] $(-1, 0, 1)$.

15. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ x + z = 1 \end{cases}$ su $\mathbb{Z}_2$? [a] 0; [b] 4; [c] 2; [d] infinite.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♠ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♣

Risposte esatte

1. ♠ 15. ♣

1. d

2. a

3. c

4. b

5. b

6. c

7. b

8. d

9. c

10. a

11. b

12. a

13. c

14. b

15. c

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

1. Le coordinate di $(2-ix)^2$ rispetto alla base $\{2, ix, x^2+ix+2\}$ di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ sono:
$\boxed{\text{a}}$ $(3,-3,-1)$; $\boxed{\text{b}}$ $(-3,3,11)$; $\boxed{\text{c}}$ $(2,-i)^2$; $\boxed{\text{d}}$ $(3i,i,1)$.

2. L'inversa di $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ è: $\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

3. La conica definita dall'equazione $x^2+xy+3y^2=1$ è:
$\boxed{\text{a}}$ ellisse; $\boxed{\text{b}}$ iperbole; $\boxed{\text{c}}$ parabola; $\boxed{\text{d}}$ coppia di rette.

4. In $\mathbb{R}^2$ la matrice della forma bilineare $b(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}) = (x_1+x_2)y_2$ nella base $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ è:
$\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5. In $\mathbb{R}^2$ la dimensione di $\text{span}\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x = 1\}$ è: $\boxed{\text{a}}$ 1; $\boxed{\text{b}}$ 2; $\boxed{\text{c}}$ 3; $\boxed{\text{d}}$ 4.

6. La matrice associata a $f(x,y) = (x, x-y)$ rispetto alla base $(1,1),(0,1)$ è:
$\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ nessuna delle precedenti.

7. In $\mathbb{R}^3$ la distanza tra il piano $x-y+z=1$ e $(0,2,0)$ è: $\boxed{\text{a}}$ 0; $\boxed{\text{b}}$ 1; $\boxed{\text{c}}$ $\sqrt{3}$; $\boxed{\text{d}}$ $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

8. In $\mathbb{R}^3$ le rette $r(t) = (1-t, t-1, 2)$ ed $s = \{x+y+z=1, z=1\}$ sono tra loro:
$\boxed{\text{a}}$ uguali; $\boxed{\text{b}}$ parallele; $\boxed{\text{c}}$ sghembe; $\boxed{\text{d}}$ incidenti.

9. Se $f \in \hom(W,V)$ con V,W di dimensione finita e $\dim(V) > \dim(W)$, allora: $\boxed{\text{a}}$ f non è iniettiva; $\boxed{\text{b}}$ f non è suriettiva; $\boxed{\text{c}}$ $\ker(f) = \{0\}$; $\boxed{\text{d}}$ nessuna delle precedenti.

10. Quante affinità di $\mathbb{R}^2$ esistono che mandano $e_1, 2e_2$ in e_2, e_1-e_2?
$\boxed{\text{a}}$ 0; $\boxed{\text{b}}$ infinite; $\boxed{\text{c}}$ 1; $\boxed{\text{d}}$ nessuna delle precedenti

11. La segnatura (n_0, n_+, n_-) della forma bilineare associata alla matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ è:
$\boxed{\text{a}}$ $(1,2,0)$; $\boxed{\text{b}}$ $(0,1,2)$; $\boxed{\text{c}}$ $(0,2,1)$; $\boxed{\text{d}}$ $(1,0,2)$.

12. Qual è il rango di $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -5 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & -2 & 4 & 3 & -5 \end{pmatrix}$ su $\mathbb{R}$? $\boxed{\text{a}}$ 2 ; $\boxed{\text{b}}$ 3 ; $\boxed{\text{c}}$ 4 ; $\boxed{\text{d}}$ 5.

13. Gli autovalori di $f(x,y,z) = (3z, x-y-z, x)$ sono:
$\boxed{\text{a}}$ $1,2,3$; $\boxed{\text{b}}$ $1,0,-1$; $\boxed{\text{c}}$ $1,-1,3$; $\boxed{\text{d}}$ $\pm\sqrt{3},-1$.

14. Quale delle seguenti matrici è ortogonale?
$\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ tutte le precedenti.

15. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & k \\ k & k^2 \end{pmatrix}$ e $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Per quali k il sistema $AX = b$ ha soluzione?
$\boxed{\text{a}}$ $k = \pm 1$; $\boxed{\text{b}}$ $k = 2$; $\boxed{\text{c}}$ $k = 0, k = 2$; $\boxed{\text{d}}$ nessuna delle precedenti.

1.♣ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♣

Risposte esatte

1. ♣ 15. ♣

1. a

2. c

3. a

4. a

5. b

6. b

7. c

8. b

9. b

10. b

11. a

12. c

13. d

14. b

15. b

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** __________

1. Quale di queste è una base di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$? [a] $1, x+1, x^2+x+1, x-1$;
[b] $(x-1)^2, x, x^2-x+1$; [c] $1, x+1, x^2+2x+2$; [d] $x^2-x-2, 2x+1, 2x^2-3$.

2. Quale delle seguenti matrici di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{Z}_2)$ commuta con $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$?
[a] $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; [d] nessuna delle precedenti.

3. La conica di equazione $(x-1)^2+(y+1)^2=2$ è una:
[a] ellisse; [b] parabola; [c] ipebole; [d] retta.

4. La matrice della forma bilineare $b((x,y),(x',y')) = xx' - 2yx' + y'x$, nella base canonica di $\mathbb{R}^2$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

5. In $\mathbb{R}^2$ la dimensione di $\text{span}\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x=1\}$ è: [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

6. La matrice associata a $f(x,y)=(x,x-y)$ rispetto alla base $(1,1),(0,1)$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; [d] nessuna delle precedenti.

7. In $\mathbb{R}^3$ la distanza tra $(2,2,0)$ ed il piano passante per i punti $(1,0,0),(0,1,0),(0,0,2)$ è:
[a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

8. I piani di $\mathbb{R}^3$ $\pi=\{y-z=-1\}$ e $\theta=\text{span}\{(1,1,-1),(0,0,1)\}$ sono:
[a] incidenti in una retta; [b] paralleli; [c] incidenti in un punto ; [d] coincidenti.

9. Sia $f\in\text{hom}(\mathbb{R}^5,\mathbb{R}^4)$ con $\ker(f)\subseteq\text{span}\{(1,-1,0,0,1),(2,0,1,0,0),(0,2,1,0,-2)\}$. Allora:
[a] $\dim(\text{Imm}\, f)\leq 2$; [b] $\dim(\text{Imm}\, f)=3$; [c] $\dim(\text{Imm}\, f)\geq 3$; [d] $\dim(\text{Imm}\, f)=2$.

10. Sia f l'affinità di $\mathbb{R}^2$ t.c. $f(0,0)=(-1,1)$, $f(1,0)=(0,0)$ e $f(1,1)=(0,1)$. $f(X)$ è data da:
[a] $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} X - \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

11. Sia $b\in\text{bil}(\mathbb{R}^4)$ la forma simmetrica con forma quadratica $2xy+z^2$. La segnatura (n_0,n_+,n_-) di b è: [a] $(1,2,1)$; [b] $(0,2,2)$; [c] $(2,1,1)$; [d] $(1,1,2)$.

12. Siano $W_1=\{A_1X=0\}$ e $W_2=\{A_2X=0\}$ sottospazi di $\mathbb{K}^n$ tali che $W_1+W_2=\mathbb{K}^n$. Allora
[a] $rg(A_1)+rg(A_2)=n$; [b] $W_1\oplus W_2=\mathbb{K}^n$; [c] $rg\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = rg(A_1)+rg(A_2)$; [d] nessuna.

13. Quale delle seguenti matrici è diagonalizzabile?;
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; [d] nessuna.

14. L'ortogonale di $(1,-1,3)$ rispetto a $b(x,y)=2x_2y_2+x_2y_3+x_3y_2$ è:
[a] $y-z=0$; [b] $x+2y+2z=0$; [c] $y+6x=0$; [d] $x-y=3z$.

15. Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^3$ il sistema $\begin{cases} x-y+z=0 \\ x+y+z=0 \end{cases}$? [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♣ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♢

Risposte esatte

1. ♣ 15. ♢

1. c

2. c

3. a

4. a

5. b

6. b

7. b

8. a

9. c

10. d

11. a

12. c

13. d

14. a

15. d