Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. Qual è il rango di $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -5 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & -2 & 4 & 3 & -5 \end{pmatrix}$ su $\mathbb{R}$? $\boxed{a}$ 2 ; $\boxed{b}$ 3 ; $\boxed{c}$ 4 ; $\boxed{d}$ 5.

2. Quale di questi è un insieme di vettori linearmente indipendenti in $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$? $\boxed{a}$ nessuna;
$\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & i-1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

3. Quale di questi insiemi di vettori genera $\mathbb{C}_{\leq 3}[x]$? $\boxed{a}$ $x, x^2, (x+1)^3, x^4$;
$\boxed{b}$ $x^3, (x+1)^3, x^2 - x + 1, ix, (x-i)^2$; $\boxed{c}$ $x^2, (x+1)^3, x^2 - x, ix$; $\boxed{d}$ $x, (x+i)^3, ix$.

4. Quale di queste è una base di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$? $\boxed{a}$ $1, x+1, x^2+x+1$; $\boxed{b}$ $(x+1)^2, x, x^2+x+1$;
$\boxed{c}$ $1, x+1, x^2+x+1, x-1$; $\boxed{d}$ $x^2 - x + 3, 2x - 1, 2x^2 + 5$.

5. Calcolare l'inversa di $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -3 & -2 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 1 & -\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & 1 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$.

6. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ x + z = 1 \end{cases}$ su $\mathbb{Z}_2$? $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 4; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ infinite.

7. Siano dati in $\mathbb{R}^3$ i sottospazi $V = span\{e_1 + e_2, 2e_1 - e_3\}$ e $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - 2y = 0, x - y + z = 0\}$. La dimensione di $V \cap W$ è: $\boxed{a}$ infinita ; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ 0.

8. Siano dati in $\mathbb{R}^4$ i sottospazi $V = span\{e_4, e_1+2e_2\}$ e $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x-2t = 0, 3x+y+z = 0\}$. La dimensione di $V + W$ è: $\boxed{a}$ 4; $\boxed{b}$ 3; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 1.

9. Le coordinate di $(1, -1, 2)$ rispetto alla base $\{(1, 0, 1), (0, -1, 2), (1, 1, 1)\}$ di $\mathbb{R}^3$ sono
$\boxed{a}$ (0,0,0); $\boxed{b}$ $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{-1}{2})$; $\boxed{c}$ (3,1,-1); $\boxed{d}$ (1,-1,2).

10. Le coordinate di $(1 - x)^2$ in $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ sono
$\boxed{a}$ (1,-2,1); $\boxed{b}$ dipende dalla base scelta; $\boxed{c}$ $(1, -1)^2$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

11. Le coordinate di $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{Z}_2)$ sono: $\boxed{a}$ (1,0,1,1); $\boxed{b}$ (1,0,0,1); $\boxed{c}$ (0,0,1,1); $\boxed{d}$ (1,1,1,1).

12. Quale di questi è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}[x]$?
$\boxed{a}$ $\{p \mid p(0) = 0\}$; $\boxed{b}$ $\{p \mid p(0) = 1\}$; $\boxed{c}$ $\{p \mid p(0) \neq 0\}$; $\boxed{d}$ nessuno.

13. Scrivere equazioni cartesiane per $V = span\{(1, -1, 0), (0, 0, -3)\} \subseteq \mathbb{R}^3$.
$\boxed{a}$ $x + y - z = 0$; $\boxed{b}$ $3x + 3y + z = 0$; $\boxed{c}$ $x + y = 0$; $\boxed{d}$ $x + y = 0, z = 0$.

14. Quali sono equazioni parametriche per $V = \{x - iy + z = 0\} \subseteq \mathbb{C}^3$? $\boxed{a}$ $x = s + it, y = s, z = t$;
$\boxed{b}$ $x = s, y = is, z = s + t$; $\boxed{c}$ $x = s - it, y = s, z = s + t$; $\boxed{d}$ $x = is - t, y = s, z = t$.

15. Determinare la posizione reciproca delle rette $\{x - y = 1, z = 2\}$ e $\{2x - y = 0, x + z = 1\}$ di $\mathbb{R}^3$
$\boxed{a}$ parallele; $\boxed{b}$ incidenti; $\boxed{c}$ uguali; $\boxed{d}$ sghembe.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito.
Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Risposte esatte

1.♡ 5. ♡

1. c

2. d

3. b

4. a

5. d

6. c

7. d

8. a

9. b

10. b

11. a

12. a

13. c

14. d

15. b

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & i \\ i & 1 & 1+i & 1-i \end{pmatrix}$. Qual è il rango di $A^T A$? $\boxed{a}$ 1 ; $\boxed{b}$ 2 ; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

2. Quale di questi è un insieme di vettori linearmente indipendenti in $\mathbb{Z}_2[x]$? $\boxed{a}$ $1, (x+1)^2$; $\boxed{b}$ $0, (x+1)^2$; $\boxed{c}$ $1, x, (x+1)^2, x^2 - x$; $\boxed{d}$ $(x+1)^2, x^2+1$.

3. Quale di questi insiemi genera $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$? $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$;

$\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, 2\begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Quale di questi elementi completa $\{x^2 - 2x - 1, 2x\}$ ad una base di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$?
$\boxed{a}$ $(x+1)(x-1)$; $\boxed{b}$ $(x+1)^2$; $\boxed{c}$ $(x+1)^2 - (x+1)(x-1) - 2$; $\boxed{d}$ nessuno.

5. Quali tra le seguenti matrici commuta con $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & i \end{pmatrix}$

$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} i & -i \\ 0 & i \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & 2-i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 2 \end{pmatrix}$.

6. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x - iy - z = 0 \\ y = i(z-x) + 1 \end{cases}$ su $\mathbb{C}$? $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 4; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ infinite.

7. Siano dati in $\mathbb{R}^3$ i sottospazi $V = span\{e_1 + e_2, e_2 - e_3\}$ e $W = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y + z = 0\}$. Quale tra questi spazi ha dimensione minore? $\boxed{a}$ V ; $\boxed{b}$ $V + W$; $\boxed{c}$ $V \cap W$; $\boxed{d}$ $\mathbb{R}^3$.

8. Siano dati in $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ i sottospazi $V = span\{(x+1)^2\}$ e $W = span\{1 - x\}$. La dimensione di $V + W$ è: $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 3.

9. Le coordinate di $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & i \\ i & i \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$ sono $\boxed{a}$ $(-i, 0, i, -i)$; $\boxed{b}$ $(i, 0, -i, i)$; $\boxed{c}$ $(0,0,1,1)$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

10. Le coordinate di $(1,1,1)$ rispetto alla base $\{(1,1,0),(1,0,1),(0,0,1)\}$ di $\mathbb{Z}_2^3$ sono
$\boxed{a}$ (1,0,1); $\boxed{b}$ (1,1,0); $\boxed{c}$ (0,0,0); $\boxed{d}$ (0,0,1).

11. Le coordinate di $(1-x)^2$ rispetto alla base $\{1, \frac{x}{2} - 1, \frac{x^2}{4} + \frac{1}{2}\}$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ sono
$\boxed{a}$ (-5,-4,4); $\boxed{b}$ (5,4,-4); $\boxed{c}$ (4,-4,-5); $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

12. Quale di questi è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{Z}_2[x]$?
$\boxed{a}$ $\{p \mid p(0) = 1\}$; $\boxed{b}$ $\{p \mid p = -p\}$; $\boxed{c}$ $\{p \mid p(0) \neq 0\}$; $\boxed{d}$ $\{p \mid deg(p) > 1\}$.

13. Scrivere equazioni cartesiane per $V = span\{(i, -i, 0), (0, 1, 0)\} \subseteq \mathbb{C}^3$.
$\boxed{a}$ $z = 0$; $\boxed{b}$ $z = i$; $\boxed{c}$ $x + y = 0$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

14. Quali sono equazioni parametriche per $V = \{7x - y + 36z = 0, x - 2y = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$?
$\boxed{a}$ $x = y = s, z = 4s$; $\boxed{b}$ $x = \frac{72}{13}s, y = \frac{-36}{13}s, z = t$; $\boxed{c}$ $x = s, y = z = t$; $\boxed{d}$ $x = \frac{-72}{13}t, y = \frac{-36}{13}t, z = t$.

15. Determinare la posizione reciproca delle rette $\{x = 1, z = 2 + y\}$ e $\{x - y = 0, x + z = 1\}$ di $\mathbb{R}^3$
$\boxed{a}$ parallele; $\boxed{b}$ incidenti; $\boxed{c}$ uguali; $\boxed{d}$ sghembe.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito.
Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♡ 2.♠ 3.♠ 4.♡ 5.♢ 6.♡ 7.♣ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♡ 13.♠ 14.♢ 15.♡

Risposte esatte

1. ♡ 5. ♢

1. b

2. a

3. c

4. b

5. d

6. a

7. c

8. c

9. a

10. a

11. a

12. b

13. a

14. d

15. d

1.♡ 2.♠ 3.♠ 4.♡ 5.♢ 6.♡ 7.♣ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♡ 13.♠ 14.♢ 15.♡

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & i & 0 \\ i & 1 & 1+i & 1-i & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -i & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Il rango di A è: $\boxed{a}$ 1 ; $\boxed{b}$ 2 ; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

2. Quale di questi è un insieme di vettori linearmente indipendenti in $\mathbb{C}[x]$? $\boxed{a}$ $x^2, (ix)^2$; $\boxed{b}$ x^2, ix^2; $\boxed{c}$ $-x, x^2-1, (x+i)^2$; $\boxed{d}$ nessuno.

3. Quale di questi insiemi genera $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{Z}_2)$? $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Dato $\{i, x+i, (x+i)^2, (ix-1)^2\}$, rimuovendo quale elemento si ottiene una base di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$? $\boxed{a}$ i; $\boxed{b}$ $x+i$; $\boxed{c}$ $(x+i)^2$; $\boxed{d}$ nessuno dei precedenti.

5. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Per quale polinomio si ha $p(A) = 0$?

$\boxed{a}$ $p(x) = (x-1)^2$; $\boxed{b}$ $p(x) = x-1$; $\boxed{c}$ $p(x) = (x-1)(x-2)$; $\boxed{d}$ nessuno dei precedenti.

6. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} -y+z=0 \\ z=y \end{cases}$ in $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^3$? $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 4; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ infinite.

7. Siano dati in $\mathbb{R}^3$ i sottospazi $V = span\{(1,-2,0),(0,1,3)\}$ e $W = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x-y+z=0\}$. Calcolare la dimensione di $V \cap W$? $\boxed{a}$ 0 ; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 3.

8. Siano dati in $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ i sottospazi $V = span\{p \mid p(0) = 0\}$ e $W = \{p \mid p'(0) = 0\}$. La dimensione di $V+W$ è: $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 3.

9. Le coordinate di $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ sono $\boxed{a}$ $(1,0,-1,1)$; $\boxed{b}$ $(-1,0,1,-1)$; $\boxed{c}$ $(1,0,0,2)$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

10. Le coordinate di $(x+1)^2$ rispetto alla base $\{1, x+1, x^2+1\}$ di $\mathbb{Z}_{2\leq 2}[x]$ sono

$\boxed{a}$ (1,0,1); $\boxed{b}$ (1,1,0); $\boxed{c}$ (0,0,0); $\boxed{d}$ (0,0,1).

11. Le coordinate di $(1,-1,1)$ rispetto alla base $\{(i,0,0),(0,i,0),(i,2,i)\}$ di $\mathbb{C}^3$ sono

$\boxed{a}$ $(0, i+2, -i)$; $\boxed{b}$ (i,i,i); $\boxed{c}$ $(0, i-2, i)$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

12. Quale di questi è un sottospazio vettoriale di $\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$?

$\boxed{a}$ $\{A \mid A = A^T\}$; $\boxed{b}$ $\{A \mid det(A) \neq 0\}$; $\boxed{c}$ $\{A \mid det(A) = 0\}$; $\boxed{d}$ nessuno.

13. Le equazioni cartesiane per $V = span\{(1,2,3),(0,0,0)\} \subseteq \mathbb{R}^3$ sono:

$\boxed{a}$ $y-2x=0, z=0$; $\boxed{b}$ $y-2x=0, z-3x=0$; $\boxed{c}$ $y-2x=0$; $\boxed{d}$ $z-3x=0$.

14. Quali sono equazioni parametriche per $V = \{x-4y+z=0\} \subseteq \mathbb{R}^3$?

$\boxed{a}$ $x=y=s, z=4s$; $\boxed{b}$ $x=s, y=3s, z=t$; $\boxed{c}$ $x=4s-t, y=s, z=t$; $\boxed{d}$ nessuna.

15. Determinare la posizione reciproca delle rette $\{x+y+z=0, x-z=0\}$ e $\{x-y=0, x+y+z=1\}$ di $\mathbb{R}^3$

$\boxed{a}$ parallele; $\boxed{b}$ incidenti; $\boxed{c}$ uguali; $\boxed{d}$ sghembe.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito.
Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.$\heartsuit$ 2.$\heartsuit$ 3.$\clubsuit$ 4.$\clubsuit$ 5.$\clubsuit$ 6.$\heartsuit$ 7.$\heartsuit$ 8.$\spadesuit$ 9.$\spadesuit$ 10.$\heartsuit$ 11.$\heartsuit$ 12.$\spadesuit$ 13.$\heartsuit$ 14.$\spadesuit$ 15.$\heartsuit$

Risposte esatte

1. ♡ 5. ♣

1. d

2. d

3. c

4. c

5. a

6. b

7. b

8. d

9. a

10. d

11. a

12. a

13. b

14. c

15. d

1.♡ 2.♡ 3.♣ 4.♣ 5.♣ 6.♡ 7.♡ 8.♠ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♠ 13.♡ 14.♠ 15.♡

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Qual è il rango di $A^T A$? $\boxed{a}$ 2 ; $\boxed{b}$ 3 ; $\boxed{c}$ 4 ; $\boxed{d}$ 5.

2. Quale di questi insiemi di vettori genera $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$? $\boxed{a}$ $x, x^2, (x+1)^3, x^4$;
$\boxed{b}$ x, x^2, x^3; $\boxed{c}$ $2-x, (x+1)^3, x^2-x, x, 1+x-x^2$; $\boxed{d}$ nessuno.

3. Quale di questi è un insieme di vettori linearmente indipendenti in $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{Z}_2)$? $\boxed{a}$ nessuna;
$\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

4. Quale di queste è una base di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$? $\boxed{a}$ $1, x+1, x^2+x+1, x-1$; $\boxed{b}$ $(x-1)^2, x, x^2-x+1$;
$\boxed{c}$ $1, x+1, x^2+2x+2$; $\boxed{d}$ $x^2-x-2, 2x+1, 2x^2-3$.

5. Calcolare l'inversa di $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -3 & -2 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 1 & -\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

6. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x - iy - z = 0 \\ x + 3iz = 1 \end{cases}$ su $\mathbb{C}$? $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 4; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ infinite.

7. Siano W_1, W_2, W_3, U sottospazi di $\mathbb{R}^n$ tali che $U = W_1 \oplus W_2$ e $\mathbb{R}^n = U \oplus W_3$. Allora
$\boxed{a}$ $W_1 \cap W_3 = 0$; $\boxed{b}$ $dim(U) > dim(W_3)$; $\boxed{c}$ $dim(U) < dim(W_3)$; $\boxed{d}$ nessuna.

8. Siano dati in $\mathbb{R}^4$ i sottospazi $V = span\{e_1 - e_2, 3e_4\}$ e $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y = 0, 3x + z + t = 0\}$. La dimensione di $V + W$ è: $\boxed{a}$ 4; $\boxed{b}$ 3; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 1.

9. Le coordinate di $(1, -1, 2)$ rispetto alla base $\{(0, 0, 1), (3, -1, 2), (1, 2, 1)\}$ di $\mathbb{R}^3$ sono
$\boxed{a}$ (1,-1,2); $\boxed{b}$ $(\frac{10}{7}, \frac{3}{7}, \frac{-2}{7})$; $\boxed{c}$ $(\frac{-10}{7}, \frac{-3}{7}, \frac{2}{7})$; $\boxed{d}$ (10,3,-2).

10. Le coordinate di $(i - x)^2$ in $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ sono
$\boxed{a}$ (1,-2,1); $\boxed{b}$ nessuna delle altre; $\boxed{c}$ $(i, -1)^2$; $\boxed{d}$ dipende dalla base scelta.

11. Le coordinate di $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$ sono $\boxed{a}$ (1,-3,2,1); $\boxed{b}$ (1,3,2,1); $\boxed{c}$ $(i, -3, -2, 1)$; $\boxed{d}$ $(i, 0, 2, 1)$.

12. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$. Quale di questi insiemi di matrici è un sottospazio vettoriale di di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$?
$\boxed{a}$ $\{B \mid B = A^T\}$; $\boxed{b}$ $\{B \mid det(B) = det(A)\}$; $\boxed{c}$ $\{B \mid AB = 0\}$; $\boxed{d}$ nessuno.

13. Delle equazioni cartesiane per $V = span\{(1, 2, 0), (1, 0, -3)\} \subseteq \mathbb{R}^3$ sono:
$\boxed{a}$ $2x + 3y - z = 0$; $\boxed{b}$ $3x + 3y + z = 0$; $\boxed{c}$ $x + y = 0$; $\boxed{d}$ $6x - 3y + 2z = 0$.

14. Quali sono equazioni parametriche per $V = \{2x - y + 3z = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$? $\boxed{a}$ $x = s, y = 2s + 3t, z = t$;
$\boxed{b}$ $x = 2s, y = 2s + 3t, z = 3t$; $\boxed{c}$ $x = s - t, y = s, z = s + t$; $\boxed{d}$ nessuna.

15. Determinare la posizione reciproca delle rette $\{2x - y = 1, z = 0\}$ e $\{2x - y = 2, z = 1\}$ di $\mathbb{R}^3$
$\boxed{a}$ parallele; $\boxed{b}$ incidenti; $\boxed{c}$ uguali; $\boxed{d}$ sghembe.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito.
Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♢ 2.♡ 3.♠ 4.♠ 5.♠ 6.♡ 7.♠ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♣ 13.♠ 14.♠ 15.♢

Risposte esatte

1. $\diamondsuit$ 5. $\spadesuit$

1. a

2. c

3. a

4. c

5. b

6. d

7. a

8. a

9. b

10. d

11. a

12. c

13. d

14. a

15. a

1.$\diamondsuit$ 2.$\heartsuit$ 3.$\spadesuit$ 4.$\spadesuit$ 5.$\spadesuit$ 6.$\heartsuit$ 7.$\spadesuit$ 8.$\clubsuit$ 9.$\spadesuit$ 10.$\heartsuit$ 11.$\heartsuit$ 12.$\clubsuit$ 13.$\spadesuit$ 14.$\spadesuit$ 15.$\diamondsuit$

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

1. Qual è il rango di $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & -3 & 4 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & -2 & 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ su $\mathbb{R}$? $\boxed{a}$ 1 ; $\boxed{b}$ 2 ; $\boxed{c}$ 3 ; $\boxed{d}$ 4.

2. Quale di questi è un insieme di vettori linearmente indipendenti in $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{Z}_2)$? $\boxed{a}$ nessuna; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

3. Quale dei seguenti insiemi di vettori genera $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$?

$\boxed{a}$ tutti; $\boxed{b}$ $1, x, x^2, 45x - 71x^2$; $\boxed{c}$ $x^2, (x+1)^2, 114x, 65$; $\boxed{d}$ $x, (x+1)^2, (x-4)(x+4)$.

4. Quale di queste è una base di $\{p \in \mathbb{C}_{\leq 2}[x] \mid p(0) = 0\}$?

$\boxed{a}$ $1, x+1, x^2+x+i$; $\boxed{b}$ $(x+1)^2, ix, x^2+ix+1$; $\boxed{c}$ $x - 3x^2, x^2$; $\boxed{d}$ $x^2 - x, 2x - 2x^2$.

5. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. La dimensione di $V = \{B \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}) \mid AB = BA\}$ è

$\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

6. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} -y - t = 1 \\ z - y = 1 \end{cases}$ in $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^4$? $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 4; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ infinite.

7. Siano dati in $\mathbb{R}^3$ i sottospazi $V = span\{e_1 + e_3, 2e_1 - e_2\}$ e $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y + z = 0\}$. La dimensione di $V \cap W$ è: $\boxed{a}$ infinita ; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ 0.

8. Siano dati in $\mathbb{R}^4$ i sottospazi $V = span\{e_2, e_1 + 2e_4\}$ e $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y = 0, 3t + z = 0\}$. La dimensione di $V + W$ è: $\boxed{a}$ 4; $\boxed{b}$ 3; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 1.

9. Le coordinate di $(3, -1, 2)$ rispetto alla base $\{(1, 1, 1), (0, -1, 2), (1, 1, 0)\}$ di $\mathbb{R}^3$ sono $\boxed{a}$ (0,0,0); $\boxed{b}$ (3,-1,2); $\boxed{c}$ (-6,4,9); $\boxed{d}$ (6,-4,2).

10. Le coordinate di $(i - ix)^2$ rispetto alla base $\{i, ix, x^2 - i\}$ di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ sono $\boxed{a}$ $(1, -2i, 1)$; $\boxed{b}$ $(i, -2i, 0)$; $\boxed{c}$ $(i, -i)^2$; $\boxed{d}$ $(i - 1, -2i, -1)$.

11. Le coordinate di $\begin{pmatrix} \pi^2 & 0 \\ \pi & 0 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\begin{pmatrix} \pi & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \pi \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ sono: $\boxed{a}$ $(\pi, 0, \pi, 0)$; $\boxed{b}$ $(0, \pi, 0, \pi)$; $\boxed{c}$ $(\pi^2, 0, \pi, 0)$; $\boxed{d}$ nessuna.

12. Quale di questi è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^2$? $\boxed{a}$ $\{(x, y) \mid cos(x + y) = 0\}$; $\boxed{b}$ $\{(x, y) \mid (x + y)^2 = 0\}$; $\boxed{c}$ $\{(x, y) \mid 11x^2 - 79y = 0\}$; $\boxed{d}$ $\{(x, y) \mid 11x - 79y = 1\}$.

13. Quali sono equazioni cartesiane per $V = span\{(0, 0, 0), (i, 0, -i)\} \subseteq \mathbb{C}^3$?

$\boxed{a}$ $x + y = 0, z = 0$; $\boxed{b}$ $y = 0, x + z = 0$; $\boxed{c}$ $ix + y = 0$; $\boxed{d}$ $ix + y = 0, z = 0$.

14. Quali sono equazioni parametriche per $V = \{2x - iy + iz = 0\} \subseteq \mathbb{C}^3$? $\boxed{a}$ $x = s, y = -2is + t, z = t$; $\boxed{b}$ $x = t, y = -2is + t, z = t$; $\boxed{c}$ $x = s, y = s + it, z = t$; $\boxed{d}$ $x = z, y = -2is + 3it$.

15. Determinare la posizione reciproca delle rette $\{2x - y = 0, z = x\}$ e $\{2z - y = 0, x = 1\}$ di $\mathbb{R}^3$

$\boxed{a}$ parallele; $\boxed{b}$ incidenti; $\boxed{c}$ uguali; $\boxed{d}$ sghembe.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito.
Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.$\diamondsuit$ 2.$\diamondsuit$ 3.$\clubsuit$ 4.$\spadesuit$ 5.$\clubsuit$ 6.$\heartsuit$ 7.$\diamondsuit$ 8.$\clubsuit$ 9.$\spadesuit$ 10.$\heartsuit$ 11.$\heartsuit$ 12.$\diamondsuit$ 13.$\clubsuit$ 14.$\spadesuit$ 15.$\heartsuit$

Risposte esatte

1. $\diamondsuit$ 5. $\clubsuit$

1. d

2. b

3. a

4. c

5. b

6. b

7. c

8. a

9. c

10. d

11. a

12. b

13. b

14. a

15. b

1.$\diamondsuit$ 2.$\diamondsuit$ 3.$\clubsuit$ 4.$\spadesuit$ 5.$\clubsuit$ 6.$\heartsuit$ 7.$\diamondsuit$ 8.$\clubsuit$ 9.$\spadesuit$ 10.$\heartsuit$ 11.$\heartsuit$ 12.$\diamondsuit$ 13.$\clubsuit$ 14.$\spadesuit$ 15.$\heartsuit$

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣␣␣␣␣

1. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{2\times 4}(\mathbb{Z}_2)$. Qual è il rango di $A^T A$? $\boxed{a}$ 1 ; $\boxed{b}$ 2 ; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

2. Quale di questi è un insieme di vettori linearmente indipendenti in $\mathbb{R}_3[x]$? $\boxed{a}$ $3x, 89, (x+1)^2$; $\boxed{b}$ $0, (x+1)^2$; $\boxed{c}$ $1, x, (x+1)^2, x^2 - x, (1+x)^3, x-1$; $\boxed{d}$ $(x+1)^2, x^2+1, 45x$.

3. Quale di questi insiemi genera $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$? $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -i & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ nessuno;

$\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 2i & 0 \end{pmatrix}, 2\begin{pmatrix} 0 & i \\ 2i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Quale di questi elementi completa $\{x^2 - 2ix - 1, 2ix\}$ ad una base di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$?

$\boxed{a}$ x; $\boxed{b}$ $(x-i)^2$; $\boxed{c}$ $i(x+1)(x-1)$; $\boxed{d}$ $3i$.

5. Sia $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{K})$. Quali tra le seguenti matrici commuta sicuramente con A?

$\boxed{a}$ A^3; $\boxed{b}$ A^T; $\boxed{c}$ nessuna delle due; $\boxed{d}$ entrambe.

6. Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^4$ il sistema $\begin{cases} t - z = 0 \\ x = x \end{cases}$ $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 4; $\boxed{c}$ 8; $\boxed{d}$ infinite.

7. Siano dati in $\mathbb{R}^3$ i sottospazi $V = span\{(1,1,1)\}$ e $W = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y - z = 0\}$. Quale tra questi spazi ha dimensione minore? $\boxed{a}$ V ; $\boxed{b}$ $V + W$; $\boxed{c}$ $V \cap W$; $\boxed{d}$ W.

8. Siano dati in $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ i sottospazi $V = span\{(x+1)^2\}$ e $W = span\{3x^2 - 1, x - 2\}$. La dimensione di $V + W$ è: $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 3.

9. Le coordinate di $\begin{pmatrix} 7i & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & 0 \\ i & i \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$ sono: $\boxed{a}$ $(7+i, 0, 0, -i)$; $\boxed{b}$ $(7, 0, 0, i)$; $\boxed{c}$ $(7i, 0, 1, 1)$; $\boxed{d}$ nessuna delle altre.

10. Le coordinate di $(0,1,1)$ rispetto alla base $\{(1,1,0), (1,0,1), (0,0,1)\}$ di $\mathbb{Z}_2^3$ sono

$\boxed{a}$ (1,0,1); $\boxed{b}$ (1,1,0); $\boxed{c}$ (0,0,0); $\boxed{d}$ (0,0,1).

11. Le coordinate di $(1-x)^2$ rispetto alla base $\{1, \pi x, (x-\pi)^2\}$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ sono

$\boxed{a}$ $(1 - \pi^2, -\frac{2}{\pi} + 2, 1)$; $\boxed{b}$ $(1, -1)^2$; $\boxed{c}$ $(1, \frac{2}{\pi}, \frac{2}{\pi^2})$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

12. Su $V = \mathbb{R}$ con l'usuale $+$ definiamo il prodotto per elementi di $\mathbb{Z}_2$: $1 \cdot v = v$ e $0 \cdot v = 0$. La dimensione di V su $\mathbb{Z}_2$ è: $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ ∞; $\boxed{d}$ V non è spazio vettoriale su $\mathbb{Z}_2$.

13. Quali sono equazioni cartesiane per $V = span\{(2,3,0), (0,1,1)\} \subseteq \mathbb{R}^3$?

$\boxed{a}$ $3x - 2y - 2z = 0$; $\boxed{b}$ $z = 3x$; $\boxed{c}$ $x - y = 0$; $\boxed{d}$ $3x - 2y + 2z = 0$.

14. Quali sono equazioni parametriche per $V = \{x = z, 4y - x + z = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$?

$\boxed{a}$ $x = z = s, y = 0$; $\boxed{b}$ $x = s, y = s + t, z = t$; $\boxed{c}$ $x = s, y = z = t$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

15. Determinare la posizione reciproca delle rette $\{x = z, z = 2 + y\}$ e $\{x - y = 1, x + z = 0\}$ di $\mathbb{R}^3$

$\boxed{a}$ parallele; $\boxed{b}$ incidenti; $\boxed{c}$ uguali; $\boxed{d}$ sghembe.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito.
Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♠ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Risposte esatte

1. ♠ 5. ♡

1. b

2. a

3. d

4. d

5. a

6. c

7. c

8. d

9. a

10. b

11. a

12. d

13. d

14. a

15. d

1.♠ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

1. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 & 0 \\ i & i & 1+i & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -i & 0 & i \end{pmatrix}$. Qual è il rango di A ? $\boxed{a}$ 1 ; $\boxed{b}$ 2 ; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

2. Quale di questi è un insieme di vettori linearmente indipendenti in $\mathbb{R}[x]$? $\boxed{a}$ $x^2, (x+1)^2, 2x, 1$; $\boxed{b}$ $(1+x)^{78}, (x-x^2+3)^{15}$; $\boxed{c}$ $(x+1)(x-1), x+1, x-1, 1, x^2$; $\boxed{d}$ nessuno.

3. Siano $A_1, \ldots, A_k$ matrici che generano $\mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{K})$. Allora necessariamente:
$\boxed{a}$ sono linearmente indipendenti; $\boxed{b}$ $k \geq 9$; $\boxed{c}$ sono una base; $\boxed{d}$ $k < 9$.

4. Quale di queste è una base per $\mathbb{R}^3$? $\boxed{a}$ nessuna; $\boxed{b}$ $e_1 + 2e_2, e_3 - e_2$; $\boxed{c}$ $e_1 + e_3, e_1 + 2e_2, 2e_1 + 2e_2 + e_3$; $\boxed{d}$ $e_1 + e_3, e_1 + 2e_2, e_3 - e_2$.

5. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Calcolare l'inversa.

$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ \frac{1}{2} & \frac{-1}{2} & \frac{-1}{2} \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

6. Quante soluzioni ha $-x + y = 0$ su $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^2$? $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 4; $\boxed{d}$ infinite.

7. Se $U \subset W$ sono sottospazi di V allora necessariamente
$\boxed{a}$ $U + W = V$; $\boxed{b}$ $U + W = W$; $\boxed{c}$ $U + W = U$; $\boxed{d}$ $U \cap W = 0$.

8. Siano dati in $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ i sottospazi $V = \{p \mid p(0) = 0\}$ e $W = \{p \mid p'(0) = 0\}$. La dimensione di $V \cap W$ è: $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 3.

9. Le coordinate di $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ sono $\boxed{a}$ $(3, -1, 1, 0)$; $\boxed{b}$ $(3, -1, -1, 0)$; $\boxed{c}$ $(3, 1, -1, 0)$; $\boxed{d}$ nessuna delle altre.

10. Le coordinate di $(3x + i)^2$ rispetto alla base $\{1, x + i, ix^2 + 1\}$ di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ sono
$\boxed{a}$ $(9i + 5, 6i, -9i)$; $\boxed{b}$ $(9i - 5, 6i, 9i)$; $\boxed{c}$ $(9i + 5, -6i, 9i)$; $\boxed{d}$ $(0, 0, i)$.

11. Le coordinate di $(0, 0, 1)$ rispetto alla base $\{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (1, 0, 1)\}$ di $\mathbb{Z}_2^3$ sono
$\boxed{a}$ $(0, 0, 1)$; $\boxed{b}$ $(1, 0, 1)$; $\boxed{c}$ $(0, 0, 0)$; $\boxed{d}$ $(0, 1, 1)$.

12. Quale di questi è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$?
$\boxed{a}$ $\{xy = z\}$; $\boxed{b}$ $\{x^2 = z\}$; $\boxed{c}$ $\{x = y - 2\}$; $\boxed{d}$ nessuno.

13. Quali sono equazioni cartesiane per $V = span\{(1, 2, 0), (0, 1, 1)\} \subseteq \mathbb{R}^3$?
$\boxed{a}$ $y - 2x = 0, z = 0$; $\boxed{b}$ $z - 2x - 3y = 0$; $\boxed{c}$ $y - 2x = 0$; $\boxed{d}$ $2x - y + z = 0$.

14. Quali sono equazioni parametriche per $V = \{x - 4y + z = 0, z - x = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$?
$\boxed{a}$ $x = y = s, z = 4s$; $\boxed{b}$ $x = s, y = 3s, z = s$; $\boxed{c}$ $x = z = t, y = \frac{t}{2}$; $\boxed{d}$ nessuna.

15. Determinare la posizione reciproca delle rette $\{x+2y+z = 0, x-y = 0\}$ e $\{x-2y = 0, x+y+z = 3\}$
$\boxed{a}$ sghembe; $\boxed{b}$ incidenti; $\boxed{c}$ uguali; $\boxed{d}$ parallele.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito.
Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♠ 2.♢ 3.♠ 4.♣ 5.♢ 6.♣ 7.♡ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♢ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Risposte esatte

1. ♠ 5. ♢

1. d

2. b

3. b

4. d

5. b

6. b

7. b

8. b

9. c

10. a

11. b

12. d

13. d

14. c

15. a

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. Qual è il rango di $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ su $\mathbb{Z}_2$? $\boxed{a}$ 2 ; $\boxed{b}$ 3 ; $\boxed{c}$ 4 ; $\boxed{d}$ 5.

2. Quale di questi insiemi di vettori genera $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$? $\boxed{a}$ $2-x, (x+1)^3, x^2-2x, x, 2+x-3x^2$; $\boxed{b}$ x, x^2, x^3; $\boxed{c}$ $x, x^2, (x-2)^3, x^4$; $\boxed{d}$ nessuno.

3. Quale di questi è un insieme di vettori linearmente indipendenti in $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$? $\boxed{a}$ nessuno; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, i\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1+i \\ i & i \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & i \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & -1 \\ -i & 0 \end{pmatrix}$

4. Quale di queste è una base di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$? $\boxed{a}$ $i, x+i, x^2+x+i, x-i$; $\boxed{b}$ $(x-i)^2, x, x^2-ix-1$; $\boxed{c}$ $i, x+i, x^2+2x+2i$; $\boxed{d}$ $x^2-ix, 2x, 2x^2-3ix$.

5. Calcolare l'inversa di $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{-1}{2} \\ \frac{-3}{2} & \frac{-1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} -1 & \frac{-3}{2} & 0 \\ -1 & \frac{-1}{2} & \frac{-3}{2} \\ \frac{-1}{2} & -1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} -4 & -2 & 6 \\ 1 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

6. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x-z=0 \\ x+y=1 \end{cases}$ su $\mathbb{Z}_2$? $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 4; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ infinite.

7. Siano $W_1 = \{A_1X = 0\}$ e $W_2 = \{A_2X = 0\}$ sottospazi di $\mathbb{K}^n$ tali che $W_1 + W_2 = \mathbb{K}^n$. Allora $\boxed{a}$ $rg(A_1) + rg(A_2) = n$; $\boxed{b}$ $W_1 \oplus W_2 = \mathbb{K}^n$; $\boxed{c}$ $rg\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = rg(A_1) + rg(A_2)$; $\boxed{d}$ nessuna.

8. Siano dati in $\mathbb{R}^3$ i sottospazi $V = span\{e_1 - e_2\}$ e $W = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - 2y = 0, 3x + z = 0\}$. La dimensione di $V + W$ è: $\boxed{a}$ 4; $\boxed{b}$ 3; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 1.

9. Le coordinate di $(1,-1,0)$ rispetto alla base $\{(0,0,1),(1,-1,2),(1,0,1)\}$ di $\mathbb{R}^3$ sono $\boxed{a}$ (1,-1,2); $\boxed{b}$ $(\frac{10}{7}, \frac{3}{7}, \frac{-2}{7})$; $\boxed{c}$ $(\frac{-10}{7}, \frac{-3}{7}, \frac{2}{7})$; $\boxed{d}$ (-2,1,0).

10. Le coordinate di $(2-ix)^2$ rispetto alla base $\{2, ix, x^2+ix+2\}$ di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ sono $\boxed{a}$ (3,-3,-1); $\boxed{b}$ (-3,3,11); $\boxed{c}$ $(2,-i)^2$; $\boxed{d}$ $(3i, i, 1)$.

11. Le coordinate di $(x+1)^2 + x^2 + 1$ rispetto ad una base di $\mathbb{Z}_{2\leq 2}[x]$ sono $\boxed{a}$ (0,0,0); $\boxed{b}$ (1,1,1); $\boxed{c}$ dipendono dalla base scelta; $\boxed{d}$ nessuna delle altre.

12. Quale di questi è un sottospazio vettoriale di di $\mathbb{R}^2$? $\boxed{a}$ $\{x+y=1\}$; $\boxed{b}$ $\{x+y^2=1\}$; $\boxed{c}$ $\{x^2+y^2=1\}$; $\boxed{d}$ nessuno.

13. Quali sono equazioni cartesiane per $V = span\{(1,2,i),(i,0,-3)\} \subseteq \mathbb{C}^3$? $\boxed{a}$ $3x - y + iz = 0$; $\boxed{b}$ $6x + 3y + iz = 0$; $\boxed{c}$ $x + y = 0$; $\boxed{d}$ $6x - 3y + 2z = 0$.

14. Quali sono equazioni parametriche per $V = \{x - 2y + z = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$? $\boxed{a}$ $x = 2s - t, y = s, z = t$; $\boxed{b}$ $x = 2s, y = 2s, z = 3t$; $\boxed{c}$ $x = s - t, y = s, z = t$; $\boxed{d}$ $x = y = z = s$.

15. Determinare la posizione reciproca delle rette $\{2x - y - z = 1, z = 1\}$ e $\{2x - y = 2, z = 1\}$ di $\mathbb{R}^3$ $\boxed{a}$ parallele; $\boxed{b}$ incidenti; $\boxed{c}$ uguali; $\boxed{d}$ sghembe.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito.
Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♠ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♣ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Risposte esatte

1. ♠ 5. ♣

1. b

2. a

3. c

4. c

5. a

6. c

7. c

8. c

9. d

10. a

11. a

12. d

13. a

14. a

15. c

1.♠ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♣ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Qual è il rango di A^TA? [a] 1 ; [b] 2 ; [c] 3 ; [d] 4.

2. Quale di questi insiemi di vettori genera $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$? [a] $0, 1, x, x^2, x^3 - x^2 + x - 1$; [b] x, x^2, x^3; [c] $2 - x, (x+1)^3, x^2 - x, 3 + x + 4x^2 + x^3$; [d] nessuno.

3. Quale di questi è un insieme di vettori linearmente indipendenti in $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$? [a] nessuna; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ i & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2i \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

4. Quale di queste è una base di $\{p \in \mathbb{R}_{\leq 2}[x] \mid p(0) = 0\}$?
[a] $1, x+1, x^2+x+1, x-1$; [b] $(x-1)^2 - 1, x$; [c] $x+1, x-1$; [d] $3x, 3x^2, x^2 - 2x$.

5. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Quale delle seguenti matrici non è invertibile?
[a] A^T; [b] A^{-1} ; [c] nessuna; [d] A^2.

6. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ x + 3iz = i \end{cases}$ su $\mathbb{C}$? [a] ∞; [b] 4; [c] 2; [d] 0.

7. Siano dati in $\mathbb{R}^4$ i sottospazi $V = span\{e_1 - e_2, 3e_4\}$ e $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y = 0\}$. La dimensione di $V \cap W$ è:
[a] 1 ; [b] 2; [c] 3; [d] infinita.

8. Siano dati in $\mathbb{C}^3$ i sottospazi $V = span\{ie_1, e_1 + ie_2\}$ e $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid x - 2y = 0, 3x + iz = 0\}$. La dimensione di $V + W$ è: [a] 3; [b] 2; [c] 1; [d] 0.

9. Le coordinate di $(0, -1, 0)$ rispetto alla base $\{(0, 0, 1), (-1, 1, 0), (1, 0, 1)\}$ di $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^3$ sono:
[a] (1,-1,0); [b] (1,1,1); [c] (0,1,0); [d] (0,1,0).

10. Le coordinate di $(2 - i)^2 - x$ rispetto alla base $\{ix^2 - i, ix, 2i\}$ di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ sono
[a] (1,-2,1); [b] $(-\frac{3}{2}i - 2, i, 0)$; [c] $(2, -i)^2$; [d] $(0, i, -\frac{3}{2}i - 2)$.

11. Le coordinate di $\begin{pmatrix} 2 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$ sono [a] $(2 + i, -2i, i, 0)$; [b] $(2, -i, i, 0)$; [c] $(0, -3, -i, 1)$; [d] $(i, 0, 2, 1)$.

12. Sia $V = (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^2$. Quale delle seguenti affermazioni vale $\forall\ v \in V$?
[a] $v^2 = 0$; [b] $v \neq 0$; [c] $v = -v$; [d] nessuna delle altre.

13. Quali sono equazioni cartesiane per $V = span\{(1, 2, 0, 0), (0, 1, 0, -3)\} \subseteq \mathbb{R}^4$?
[a] $2x + 3y - z = 0, t - x = 0$; [b] $z = 0, 6x - 3y - t = 0$; [c] $x + y = 0, x - 3t = 0$; [d] $6x - 3y + 2z + t = 0$.

14. Quali sono equazioni parametriche per $V = \{2ix - y + 3z = 0\} \subseteq \mathbb{C}^3$? [a] $x = s, y = 2is + 3t, z = t$; [b] $x = s, y = 2s + 3it, z = t$; [c] $x = t, y = 2is + 3it, z = s$; [d] nessuna.

15. Le rette di $\mathbb{R}^3$ $r = \{z = x, y = 1\}$ e $s = \{2x + 4y - z = 0, z = 3x - 1\}$ sono tra loro:
[a] parallele; [b] incidenti; [c] uguali; [d] sghembe.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito.
Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♢ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♢ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Risposte esatte

1. ♢ 5. ♢

1. b

2. a

3. c

4. b

5. c

6. a

7. a

8. a

9. b

10. d

11. a

12. c

13. b

14. a

15. d

1.♢ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♢ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡