Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. Quale tra questi endormorfismi di $\mathbb{R}^2$ è triangolabile: [a] $f(x,y) = (\frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y, \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y)$; [b] $f(x,y) = (\frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{2}}{2}y, \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y)$; [c] $f(x,y) = (\pi x, \log(47)x + y)$; [d] nessuno.

2. Dato $\{i, x+i, (x+i)^2, (ix-1)^2\}$, rimuovendo quale elemento si ottiene una base di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$?
[a] i; [b] $x+i$; [c] $(x+i)^2$; [d] nessuno dei precedenti.

3. La conica di equazione $x^2 - y^2 = 0$ è una:
[a] ellisse ; [b] coppia di rette incidenti; [c] iperbole ; [d] coppia di rette parallele.

4. Quanti blocchi ha la forma di jordan di $f(x,y,z) = (x+y, x+2y, z)$?
[a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

5. La dimensione di $\{f \in \hom(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^2) | f(1,0,0) \in \operatorname{span}(1,0) \text{ e } f(0,0,1) = f(0,1,0) = 0\}$ è:
[a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

6. Siano $V = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \mid x = 0, y = z - t\}$ e $W = \operatorname{span}\{(0,1,1,0),(0,0,1,1)\}$. Qual è la dimensione di $V \cap W$? [a] 0; [b] 1; [c] 2; [d] 3.

7. In $\mathbb{R}^2$ col prod. scal. standard, la distanza tra $(1,2)$ ed la retta $r(t) = (t, t+1)$ è:
[a] $2/3$; [b] $\sqrt{2/3}$; [c] 0; [d] $\sqrt{1/3}$.

8. Due piani affini in $\mathbb{R}^4$: [a] si intersecano sempre; [b] se si intersecano le loro giaciture non generano $\mathbb{R}^4$; [c] generano $\mathbb{R}^4$; [d] se le giaciture generano $\mathbb{R}^4$ allora si intersecano.

9. Sia $f \in \hom(\mathbb{R}^5, \mathbb{R}^4)$ con $\ker(f) \subseteq \operatorname{span}\{(1,-1,0,0,1),(2,0,1,0,0),(0,2,1,0,-2)\}$. Allora:
[a] $\dim(\operatorname{Imm} f) \leq 2$; [b] $\dim(\operatorname{Imm} f) = 3$; [c] $\dim(\operatorname{Imm} f) \geq 3$; [d] $\dim(\operatorname{Imm} f) = 2$.

10. La matrice di $f(x,y) = (2x+y, y-x)$ nella base di $\mathbb{R}^2$ formata da $v_1 = e_2, v_2 = e_1 + e_2$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$.

11. La matrice della forma bilineare su $\mathbb{R}^2$ data da $b((x,y),(x',y')) = xy' + x'y + xx'$, rispetto alla base $\mathcal{B} = \{(1,1),(0,-1)\}$ è: [a] $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

12. Il rango della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ è: [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

13. In $\mathbb{R}^3$ le rette $r = \{x = y - z = -1\}$ e $s : \operatorname{span}\{(1,1,-1)\} + (0,0,1)$ sono tra loro:
[a] sghembe; [b] parallele; [c] incidenti; [d] coincidenti.

14. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ è: [a] $(0,2,0)$; [b] $(0,1,2)$; [c] $(1,1,0)$; [d] $(0,1,0)$.

15. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ x + z = 1 \end{cases}$ su $\mathbb{Z}_2$? [a] 0; [b] 4; [c] 2; [d] infinite.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Risposte esatte

1. ♡ 15. ♡

1. c

2. c

3. b

4. c

5. a

6. c

7. c

8. d

9. c

10. a

11. b

12. c

13. a

14. a

15. c

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

1. Sia $A \in \mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{C})$ non diagonalizzabile con autovalori $0, 1, -1$. Se 0 ha molteplicità algebrica 2 allora: [a] $\ker A = 0$; [b] $\dim(\ker A) = 1$; [c] $\text{rango}(A) \leq 2$ [d] $\text{rango}(A) > 3$.

2. Quale di questi è un insieme di vettori linearmente indipendenti in $\mathbb{R}_3[x]$? [a] $3x, 89, (x+1)^2$; [b] $0, (x+1)^2$; [c] $1, x, (x+1)^2, x^2 - x, (1+x)^3, x-1$; [d] $(x+1)^2, x^2+1, 45x$.

3. La conica di equazione $(x+y)^2 + 3y^2 + 1 - 2x - 4y + 2xy = 0$ è una:
[a] Ellisse ; [b] Parabola; [c] Iperbole; [d] Retta.

4. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $f(x, y, z, t) = (-x + y - z, -x + y, z + t, t)$?
[a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

5. La dimensione di $\{f \in \text{hom}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3) \mid \text{Imm}(f) = \text{span}(e_1)\}$ è: [a] 1; [b] 3; [c] 6; [d] 9.

6. In $\mathbb{R}^3$ siano $V = \text{span}\{(1, -2, 0), (0, 1, 3)\}$ e $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y + z = 0\}$. La dimensione di $V \cap W$ è: [a] 0; [b] 1; [c] 2; [d] 3.

7. In $\mathbb{R}^3$ la distanza tra $\pi = \{x - y + z = 4\}$ e $p = (1, 1, 1)$ è: [a] $-\sqrt{3}$; [b] 3; [c] $\sqrt{3}$; [d] 1.

8. Quali sono equazioni parametriche per $V = \{2ix - y + 3z = 0\} \subseteq \mathbb{C}^3$? [a] $x = s, y = 2is + 3t, z = t$; [b] $x = s, y = 2s + 3it, z = t$; [c] $x = t, y = 2is + 3it, z = s$; [d] nessuna.

9. L'immagine dell'applicazione lineare da $\mathbb{R}^4$ a $\mathbb{R}^3$ associata alla matrice $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ha dimensione: [a] 0; [b] 2; [c] 4; [d] nessuna delle precedenti.

10. La matrice di $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}, z \mapsto iz$ rispetto alla base $\{1, i\}$ su $\mathbb{R}$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

11. La matrice associata alla forma bilineare $b((x, y), (x', y')) = (x + y)(x' - y')$ in base canonica è:
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

12. Il rango della matrice $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ è: [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

13. In $\mathbb{R}^3$ le rette $r = \{2x - y = 1, z = 0\}$ e $s = \{2x - y = 2, z = 1\}$ sono tra loro:
[a] parallele; [b] incidenti; [c] uguali; [d] sghembe.

14. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ è: [a] $(1, 1, 1)$; [b] $(0, 1, 2)$; [c] $(1, 1, 0)$; [d] $(0, 1, 0)$.

15. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ x + 3iz = i \end{cases}$ su $\mathbb{C}$? [a] ∞; [b] 4; [c] 2; [d] 0.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♣ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♢

Risposte esatte

1. ♣ 15. ♢

1. b

2. a

3. d

4. b

5. b

6. b

7. c

8. a

9. b

10. a

11. d

12. b

13. a

14. c

15. a

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

1. Se 1 è autovalore per un endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ allora:
$\boxed{a}$ $f(x) = 1$; $\boxed{b}$ $\forall x f(x) = x$; $\boxed{c}$ $f(x) = \lambda x$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

2. Quale di questi è un insieme di vettori linearmente indipendenti in $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$? $\boxed{a}$ nessuno;
$\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, i\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1+i \\ i & i \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & i \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & -1 \\ -i & 0 \end{pmatrix}$

3. La conica di equazione $(x-y)^2 + 2xy + 2x + 1 = 0$ è:
$\boxed{a}$ una parabola; $\boxed{b}$ un punto; $\boxed{c}$ una coppia di retta incidenti; $\boxed{d}$ una retta.

4. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$? $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

5. La dimensione di $\{f \in \hom(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3) \mid \mathrm{Imm}(f) = \mathrm{span}(e_1)\}$ è: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 3; $\boxed{c}$ 6; $\boxed{d}$ 9.

6. In $\mathbb{R}^3$ la dimensione di $\mathrm{span}\{x = y = z = 1\}$ è: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

7. In $\mathbb{R}^3$ la distanza del punto $P = (3, 2, 1)$ dalla retta $r = \{y - z - 5 = 0, x = 3\}$ è:
$\boxed{a}$ $1/\sqrt{2}$; $\boxed{b}$ $1/2$; $\boxed{c}$ $\sqrt{2}$; $\boxed{d}$ $2\sqrt{2}$.

8. La retta affine di $\mathbb{R}^3$ passante per $(1, 3, 6)$ e parallela a $s(t) = (t + 1, 2t + 2, 3t + 3)$ è:
$\boxed{a}$ $(t, 2t+1, 3t)$; $\boxed{b}$ $x+y = z-2, y = 2x+1$; $\boxed{c}$ $x-y = -2, y = 2x$; $\boxed{d}$ $(t, 2t-1, 3t+3)$.

9. Un'applicazione lineare da $\mathcal{M}_{7\times 5}(\mathbb{K}) \to \mathbb{K}_{\leq 42}[x]$ non può:
$\boxed{a}$ esistere; $\boxed{b}$ essere iniettiva; $\boxed{c}$ essere suriettiva; $\boxed{d}$ nessuna delle altre.

10. La matrice associata a $f(x, y) = (x + y, x - y)$ rispetto alla base $v_1 = (1, 1), v_2 = (1, -1)$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

11. Sia $b \in bil(\mathbb{R}^3)$ la forma bilineare simmetrica associata alla forma quadratica $q(x, y, z) = x^2 + y^2 + 4xy + 2xz + 2yz$. La matrice di b rispetto alla base canonica è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

12. Qual è il rango di $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -5 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & -2 & 4 & 3 & -5 \end{pmatrix}$ su $\mathbb{R}$? $\boxed{a}$ 2 ; $\boxed{b}$ 3 ; $\boxed{c}$ 4 ; $\boxed{d}$ 5.

13. In $\mathbb{R}^3$ le rette $r = \{z = x, y = 1\}$ e $s = \{2x + 4y - z = 0, z = 3x - 1\}$ sono tra loro:
$\boxed{a}$ parallele; $\boxed{b}$ incidenti; $\boxed{c}$ uguali; $\boxed{d}$ sghembe.

14. La segnatura (n_0, n_+, n_-) della forma bilineare associata alla matrice $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ è:

$\boxed{a}$ $(1, 2, 3)$; $\boxed{b}$ $(0, 1, 2)$; $\boxed{c}$ $(0, 2, 1)$; $\boxed{d}$ $(0, 3, 0)$.

15. Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^3$ il sistema $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$? $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♣

Risposte esatte

1. ♡ 15. ♣

1. d

2. c

3. b

4. c

5. b

6. a

7. d

8. b

9. c

10. a

11. a

12. c

13. d

14. d

15. d

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣␣␣␣␣

1. Il polinomio caratteristico di $f(x,y) = (x+y, x-y)$ è:
[a] $x(x-2)$; [b] x^2-2; [c] $(x-1)^2$; [d] x^2-1.

2. Quale di questi è un insieme di vettori linearmente indipendenti in $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$? [a] nessuno;
[b] $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, i\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1+i \\ i & i \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & i \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & -1 \\ -i & 0 \end{pmatrix}$

3. La conica definita dall'equazione $x^2 + 4xy + 3y^2 = 0$ è una:
[a] ellisse; [b] parabola; [c] coppia di rette parallele; [d] coppia di rette incidenti.

4. Sia $f : \mathbb{R}_{\le 2}[x] \to \mathbb{R}_{\le 2}[x]$ la derivata. La forma di Jordan di f è:
[a] $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

5. La dimensione di $\{f \in \hom(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3) \mid \mathrm{Imm}(f) = \mathrm{span}(e_1)\}$ è: [a] 1; [b] 3; [c] 6; [d] 9.

6. Sia $X = \{-3x + y = 98, 3y - 4z = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$; span$(X)$ ha dimensione [a] 3; [b] 2; [c] 1; [d] 0.

7. In $\mathbb{R}^3$ la distanza tra il piano $x - y + z = 1$ e $(1,0,1)$ è: [a] 0; [b] 1; [c] $\sqrt{3}$; [d] $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

8. L'equazione del piano affine passante per $(1,0,0), (1,1,1)$ e $(2,1,1)$ è:
[a] $x + y = 0$; [b] $x - y - z = 0$; [c] $x = 1$; [d] $y - z = 0$.

9. La dimensione del ker di $f(x,y,z) = (0,0,0)$ è: [a] 0; [b] 1; [c] 2; [d] 3.

10. In $\mathbb{R}^2$ con la base canonica, la matrice della rotazione di angolo $\pi/3$ in senso antiorario è:
[a] $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$; [b] $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ -1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$; [c] $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$.

11. Se $b \in \mathrm{bil}(\mathbb{R}^2)$ è associata in base canoninca alla matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, la sua forma quadratica è:
[a] $x^2 + 2xy + 3y^2$; [b] $x^2 + y^2 + 2xy + yx$; [c] $x^2 + 3xy + 3y^2$; [d] $3xy + 3y^2$.

12. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & i \\ i & 1 & 1+i & 1-i \end{pmatrix}$. Il rango di $A^T A$ è: [a] 1 ; [b] 2 ; [c] 3; [d] 4.

13. In $\mathbb{R}^3$ le rette $r = \{(x,y,z) : x - y = y - z = 1\}$ ed $s = \mathrm{span}(1,1,1)$ sono tra loro:
[a] parallele; [b] sghembe; [c] incidenti; [d] uguali.

14. La segnatura di $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ è: [a] $(0,1,2)$; [b] $(1,1,1)$; [c] $(2,0,1)$; [d] $(0,2,1)$.

15. Un sistema omogeneo di 5 equazioni in 3 incognite: [a] non ha soluzione ; [b] ha sempre almeno una soluzione; [c] ha soluzione solo in certi casi; [d] ha sempre una soluzione unica.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♠ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♠

Risposte esatte

1. ♠ 15. ♠

1. b

2. c

3. d

4. a

5. b

6. b

7. d

8. d

9. d

10. d

11. d

12. b

13. a

14. a

15. b

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. Gli autovalori di $f(x,y,z) = (-3z, -2x+y+4z, -z)$ sono:
$\boxed{a}$ $0, 1, -1$; $\boxed{b}$ $-3, -2, 4$; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ $0, 1, -1, 2$.

2. Se $v_1, \dots, v_n$ sono dei generatori di uno spazio vettoriale V, allora: $\boxed{a}$ sono linearmente indipendenti; $\boxed{b}$ $\dim(V) = n$; $\boxed{c}$ V ha dimensione finita; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

3. La conica di equazione $4y^2 + x^2 + 2 - 4xy + 10y = 0$ è una:
$\boxed{a}$ Ellisse ; $\boxed{b}$ Parabola; $\boxed{c}$ Iperbole; $\boxed{d}$ Retta.

4. Qual è la dimensione massima dei blocchi della forma di jordan di $f(x,y,z) = (x+y, x+2y, z)$?
$\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

5. La dimensione di $\{f \in \hom(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3) \mid \mathrm{Imm}(f) = \mathrm{span}(e_1)\}$ è: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 3; $\boxed{c}$ 6; $\boxed{d}$ 9.

6. In $\mathbb{R}^4$ la dimensione di $\mathrm{span}\{x+y=1, z+2=x, t=3\}$ è: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

7. In $\mathbb{R}^3$ la distanza tra $P = (1, 0, -1)$ ed il piano $\pi : y - 2z = 3$ è:
$\boxed{a}$ $-1/\sqrt{5}$; $\boxed{b}$ $1/\sqrt{5}$; $\boxed{c}$ $2/\sqrt{5}$; $\boxed{d}$ $1/\sqrt{14}$.

8. Le equazioni cartesiane per $V = \mathrm{span}\{(1,2,3), (0,0,0)\} \subseteq \mathbb{R}^3$ sono:
$\boxed{a}$ $y - 2x = 0, z = 0$; $\boxed{b}$ $y - 2x = 0, z - 3x = 0$; $\boxed{c}$ $y - 2x = 0$; $\boxed{d}$ $z - 3x = 0$.

9. Se $f \in \hom(W, V)$ con V, W di dimensione finita e $\dim(V) > \dim(W)$, allora: $\boxed{a}$ f non è iniettiva; $\boxed{b}$ f non è suriettiva; $\boxed{c}$ $\ker(f) = \{0\}$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

10. Quale tra queste è la matrice di una simmetria rispetto all'asse x in $\mathbb{R}^2$?
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

11. La matrice associata alla forma bilineare $b((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1 y_2 + x_2 y_1$ in base canonica è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ b non è una forma bilineare.

12. Il rango di $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & i & 0 \\ i & 1 & 1+i & 1-i & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -i & 1 & 0 \end{pmatrix}$ è: $\boxed{a}$ 1 ; $\boxed{b}$ 2 ; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

13. In $\mathbb{R}^3$ le rette $r = \{z = x, y = 1\}$ e $s = \{2x + 4y - z = 0, z = 3x - 1\}$ sono tra loro:
$\boxed{a}$ parallele; $\boxed{b}$ incidenti; $\boxed{c}$ uguali; $\boxed{d}$ sghembe.

14. Sia $b \in \mathrm{bil}(\mathbb{R}^4)$ la forma simmetrica con forma quadratica $7x^2 + 14y^2 + 7z^2 + 14t^2 + 2xz + 4yt$. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di b è: $\boxed{a}$ $(0,4,0)$; $\boxed{b}$ $(0,2,2)$; $\boxed{c}$ $(4,0,0)$; $\boxed{d}$ $(0,3,1)$.

15. Una base delle soluzioni del sistema $\begin{cases} y + 2z = 0 \\ x + y + 2z - t = 0 \\ 2x - y - 2z - 2t = 0 \end{cases}$ è:
$\boxed{a}$ $(1,1,1,1), (1,2,3,1)$; $\boxed{b}$ $(1,0,0,1), (1,-2,1,1)$; $\boxed{c}$ $(0,2,-1,0)$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

1.♢ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♢

Risposte esatte

1. ♢ 15. ♢

1. a

2. c

3. b

4. a

5. b

6. b

7. b

8. b

9. b

10. c

11. b

12. d

13. d

14. a

15. b

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** ⌴⌴⌴⌴⌴⌴⌴⌴⌴⌴

1. Quale tra queste matrici è diagonalizzabile?
$\boxed{\text{a}}\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}\begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 \\ -2 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Quale dei seguenti insiemi costituisce una base di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ come spazio vettoriale su $\mathbb{C}$?
$\boxed{\text{a}}$ $\{x, 1+x^2, (1+x)^2\}$; $\boxed{\text{b}}$ $\{i, 1, x, x^2\}$; $\boxed{\text{c}}$ $\{1+x, i-x, x^2\}$; $\boxed{\text{d}}$ $\{1, i, ix, x, ix^2, x^2\}$.

3. La conica $(x-1)^2 - (x-y)^2 - x = 0$ è una: $\boxed{\text{a}}$ parabola; $\boxed{\text{b}}$ ellisse; $\boxed{\text{c}}$ iperbole; $\boxed{\text{d}}$ retta.

4. Qual è la dimensione massima dei blocchi di Jordan nella forma canonica di $f(x,y,z,t) = (-x+y-z, -x+y, z, t)$? $\boxed{\text{a}}$ 4; $\boxed{\text{b}}$ 3; $\boxed{\text{c}}$ 2; $\boxed{\text{d}}$ 1.

5. La dimensione di $\{f \in \hom(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3) \mid \mathrm{Imm}(f) = \mathrm{span}(e_1)\}$ è: $\boxed{\text{a}}$ 1; $\boxed{\text{b}}$ 3; $\boxed{\text{c}}$ 6; $\boxed{\text{d}}$ 9.

6. La dimensione di $\mathrm{span}\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 : x+y-1=0, z+x-t=0, y+z-t=1\}$ è:
$\boxed{\text{a}}$ 1; $\boxed{\text{b}}$ 2; $\boxed{\text{c}}$ 3; $\boxed{\text{d}}$ 4.

7. In $\mathbb{R}^3$, la distanza tra $P = (1,-1,1)$ ed l'asse Y è: $\boxed{\text{a}}$ 0; $\boxed{\text{b}}$ 1; $\boxed{\text{c}}$ -1; $\boxed{\text{d}}$ $\sqrt{2}$.

8. La retta di $\mathbb{R}^3$ ortogonale al piano $\pi : x - y + z + 1 = 0$ e passante per $P = (1,0,2)$ è:
$\boxed{\text{a}}$ $(t, -t+1, t+1)$; $\boxed{\text{b}}$ $x = y+1, z = 2$; $\boxed{\text{c}}$ $(t, t-1, 2)$; $\boxed{\text{d}}$ $x = y+1, z = -y+2$.

9. Sia $f \in \hom(\mathbb{R}^5, \mathbb{R}^4)$ con $\ker(f) \subseteq \mathrm{span}\{(1,-1,0,0,1), (2,0,1,0,0), (0,2,1,0,-2)\}$. Allora:
$\boxed{\text{a}}$ $\dim(\mathrm{Imm}\, f) \leq 2$; $\boxed{\text{b}}$ $\dim(\mathrm{Imm}\, f) = 3$; $\boxed{\text{c}}$ $\dim(\mathrm{Imm}\, f) \geq 3$; $\boxed{\text{d}}$ $\dim(\mathrm{Imm}\, f) = 2$.

10. La matrice associata a $f(x,y) = (x+y, x-y)$ rispetto alla base $v_1 = (1,0), v_2 = (1,1)$ è:
$\boxed{\text{a}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

11. La matrice della forma bilineare su $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$, definita da $b(p,q) = p'(0)q(0) + p(0)q(0) + p(0)q'(0)$, rispetto alla base $v_1 = 1+x^2, v_2 = 1-x-x^2, v_3 = x+2$ è:
$\boxed{\text{a}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 8 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 8 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 8 \end{pmatrix}$.

12. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Qual è il rango di $A^T A$? $\boxed{\text{a}}$ 2 ; $\boxed{\text{b}}$ 3 ; $\boxed{\text{c}}$ 4 ; $\boxed{\text{d}}$ 5.

13. In $\mathbb{R}^3$ le rette $r = \{(x,y,z) : x - y = y - z = 1\}$ ed $s = \mathrm{span}(1,1,1)$ sono tra loro:
$\boxed{\text{a}}$ parallele; $\boxed{\text{b}}$ sghembe; $\boxed{\text{c}}$ incidenti; $\boxed{\text{d}}$ uguali.

14. Sia $b \in \mathrm{bil}(\mathbb{R}^4)$ la forma simmetrica con forma quadratica $2xy + z^2$. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di b è: $\boxed{\text{a}}$ $(1,2,1)$; $\boxed{\text{b}}$ $(0,2,2)$; $\boxed{\text{c}}$ $(2,1,1)$; $\boxed{\text{d}}$ $(1,1,2)$.

15. Una base dello spazio delle soluzioni del sistema $AX = 0$ con $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ è:

$\boxed{\text{a}}$ $(1,0,0)$; $\boxed{\text{b}}$ $(0,1,0)$; $\boxed{\text{c}}$ $(0,0,1)$; $\boxed{\text{d}}$ Nessuna delle altre.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♢ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♠

Risposte esatte

1. $\diamondsuit$ 15. $\spadesuit$

1. d

2. c

3. c

4. c

5. b

6. b

7. d

8. a

9. c

10. c

11. a

12. a

13. a

14. a

15. c