Ing. dell'energia elettrica e dell'automazione. Geometria e algebra T. Prova del 19/01/2015

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** ⊔⊔⊔⊔⊔⊔⊔⊔⊔⊔

1. Sia W il sottospazio di $\mathbb{C}^4$ dato da $W = \{x + iy + z + t = 0, 2y - iz = 0, x - iy + t = 0\}$.
[a] $\dim(W) = 1$; [b] $\dim(W) = 2$; [c] $\dim(W) = 3$; [d] $\dim(W) = 4$.

2. Sia $f(x, y) = (x + 2y, -x + y) \in \text{End}(\mathbb{R}^2)$. La matrice di f nella base $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ è:

[a] $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Sia $b(p, q) = p(0)q(0) - \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} p(x)q(x) \in \text{bil}(\mathbb{R}_{\leq 2}[x])$. La matrice di b rispetto alla base $1, x, x^2$ è:

[a] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} -1 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$; ; [d] $\begin{pmatrix} -1 & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{2}{3} & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$.

4. La conica di equazione $(x + y)^2 - (x - y)^2 + x^2 + y^2 = 0$ è una:
[a] Ellisse ; [b] Parabola; [c] Iperbole; [d] Coppia di rette incidenti.

5. La distanza in $\mathbb{R}^3$ tra il punto $P = (1, -2, 1)$ ed il piano $\pi : x + 2y + z + 2 = 0$ è:
[a] $\sqrt{6}$; [b] $1/\sqrt{6}$; [c] $2/\sqrt{6}$; [d] Nessuna delle precedenti.

6. Gli autovalori reali di $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$ data da $f(x, y, z) = (-y, x, y + 2z - x)$ sono:
[a] Non ne ha; [b] $0, 2$; [c] 2; [d] Nessuna delle precedenti.

7. Quale delle seguenti matrici è diagonalizzabile?
[a] $\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; [d] Nessuna delle precedenti.

8. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $f(x, y, z, t) = (-x + y - z, -x + y, z, t)$?
[a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

9. In $\mathbb{R}^4$ sia $V = span\{(1, 2, 3, 4), (1, 2, 1, 2), (0, 0, 2, 2)\}$ e $W = \{x + y + z - t = 0, z = 2\}$. Si ha:
[a] $V \cap W = \emptyset$; [b] $\dim(V \cap W) = 1$; [c] $V = W$; [d] $V \cap W =$ un punto.

10. L'ortogonale di $C = \{(t, t^2, t^2) : t \in \mathbb{R}\}$ rispetto al prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^3$ è:
[a] $y = z$; [b] $span(0, 1, -1)$; [c] $\{0\}$; [d] $y = x^2, y - z = 0$.

11. Le coordinate di $(1, i, 0)$ rispetto alla base di $\mathbb{C}^3$ formata da $e_1 + ie_2$, ie_2, $e_3 - e_1$, sono:
[a] $(1, i, 0)$; [b] $(1, 0, 0)$; [c] $(1, 1, 0)$; [d] $(i, 1, 0)$.

12. Quale delle seguenti funzioni è lineare?
[a] $f(x, y, z) = (x, x)$; [b] $f(x, y, z) = (x + 1, y, z)$; [c] $f(x, y, z) = xy$; [d] $f(x, y, z) = 1$.

13. Sia $A \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$ e sia $p(x) = (x + 1)^2$. Allora
[a] $P(A) = A$; [b] $P(A) = 0$; [c] $P(A) = 0 \Leftrightarrow A = A^{-1}$; [d] $P(A) = 0 \Rightarrow A = -Id$.

14. L'iversa della matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix}$ è:

[a] M non è invertibile; [b] $M^{-1} = M$; [c] $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -i \\ 1 & i \end{pmatrix}$; [d] $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

15. Sia W un sottospazio di uno spazio vettoriale V. Se $V \neq W$, allora:
[a] V ha una base fatta di vettori che non stanno in W; [b] Ogni base di V contiene una base di W; [c] Ogni base di V si estende a base di W; [d] Nessuna delle precedenti.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito.
Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♠ 2.♡ 3.♣ 4.♠ 5.♢ 6.♡ 7.♣ 8.♢ 9.♠ 10.♢ 11.♠ 12.♣ 13.♡ 14.♢ 15.♡

Risposte esatte

6. ♡

1. b

2. d

3. a

4. d

5. d

6. c

7. b

8. c

9. d

10. b

11. b

12. a

13. c

14. c

15. a

1.♠ 2.♡ 3.♣ 4.♠ 5.♢ 6.♡ 7.♣ 8.♢ 9.♠ 10.♢ 11.♠ 12.♣ 13.♡ 14.♢ 15.♡

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. Sia $I \subset \mathbb{R}^4$ definito da $I = \{(\sin\theta, \cos\theta, \sin\theta, -\cos\theta) : \theta \in [0,1]\}$ e sia $W = \mathrm{span}(I)$.
$\boxed{a}$ $\dim(W) = 4$; $\boxed{b}$ $\dim(W) = 1$; $\boxed{c}$ $\dim(W) = 2$; $\boxed{d}$ $\dim(W) = 3$.

2. Sia $f \in \mathrm{End}(\mathbb{C}_{\leq 2}[x])$ data da $f(p) = p(i)x + (1+i)p(0)x^2$. La matrice di f nella base $i, x, -x^2$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ i & i & 1 \\ 1-i & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ i & i & 1 \\ i-1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ i & i & -1 \\ i-1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ i & i & -i \\ 1-i & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Nella base $v_1 = (0,1), v_2 = (1,0)$ di $\mathbb{R}^2$, la matrice della forma bilineare con forma quadratica $x^2 - 2xy + 3y^2$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

4. La conica di equazione $(x+2y)^2 - 2xy - (y+3)^2 = 0$ è una:
$\boxed{a}$ Ellisse ; $\boxed{b}$ Parabola; $\boxed{c}$ Iperbole; $\boxed{d}$ Coppia di rette incidenti.

5. In $\mathbb{R}^3$ la distanza tra $P = (1,-2,1)$ e la retta di equazioni parametriche $r(t) = (t+1, 2t, 1)$ è:
$\boxed{a}$ $4/5$; $\boxed{b}$ $1/\sqrt{5}$; $\boxed{c}$ $2/\sqrt{5}$; $\boxed{d}$ Nessuna delle precedenti.

6. Gli autovalori di $f \in \mathrm{End}(\mathbb{C}^3)$ data da $f(x,y,z) = (-y, x, y+2z-x)$ sono:
$\boxed{a}$ Diversi tra loro; $\boxed{b}$ $0, 2$; $\boxed{c}$ $i, 2$; $\boxed{d}$ Nessuna delle precedenti.

7. Quale delle seguenti matrici non è diagonalizzabile?
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ Lo sono tutte le precedenti.

8. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $f(x,y,z,t) = (-x+y-z, -x+y, z+t, t)$?
$\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

9. In $\mathbb{R}^3$ le rette $r : \{x = y = z+1\}$ ed $s(t) = (1, t, 2t)$ sono tra loro
$\boxed{a}$ parallele; $\boxed{b}$ incidenti; $\boxed{c}$ sghembe; $\boxed{d}$ uguali.

10. L'ortogonale di $\mathrm{span}((1,-2,0),(1,1,-1))$ rispetto al prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^3$ è:
$\boxed{a}$ $x = 2y, z = x+y$; $\boxed{b}$ $\mathrm{span}(0,1,1)$; $\boxed{c}$ $\{0\}$; $\boxed{d}$ $2x+y+3z = 0$.

11. Le coordinate di $(1,1,0)$ rispetto alla base di $\mathbb{R}^3$ formata da $e_1+e_2+e_3$, e_2, e_3-e_1, sono:
$\boxed{a}$ $(1,0,1)$; $\boxed{b}$ $(1,1,1)-(0,0,1)$; $\boxed{c}$ $(1/2, 1/2, -1/2)$; $\boxed{d}$ $(1/2,1/2,1/2)$.

12. Sia $V \subset \mathrm{End}(\mathbb{R}^2)$ l'insieme degli endomorfismi diagonalizzabili. Allora V è: $\boxed{a}$ un sottospazio ; $\boxed{b}$ chiuso per somma; $\boxed{c}$ chiuso per moltiplicazione per scalari; $\boxed{d}$ nessuna delle altre.

13. Siano $A, M \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ tali che $M^T A M = A$. Allora $\boxed{a}$ M è invertibile; $\boxed{b}$ A è invertibile; $\boxed{c}$ Se A è invertibile anche M lo è; $\boxed{d}$ Se M è invertibile anche A lo è.

14. In $\mathbb{R}^2$ con la base canonica, la matrice della rotazione di angolo α in senso orario è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} \sin\alpha & -\cos\alpha \\ \cos\alpha & \sin\alpha \end{pmatrix}$;.

15. Sia W un sottoinsieme di $\mathbb{R}^n$. Esso è un sottospazio se: $\boxed{a}$ Contiene lo zero; $\boxed{b}$ $\{v \in \mathbb{R}^n : v \notin W\}$ è un sottospazio; $\boxed{c}$ Esiste $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^n)$ t.c. $W = \ker(f)$; $\boxed{d}$ Nessuna delle precedenti.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito.
Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♠ 2.♡ 3.♣ 4.♠ 5.♢ 6.♠ 7.♣ 8.♢ 9.♠ 10.♢ 11.♠ 12.♣ 13.♡ 14.♢ 15.♡

Risposte esatte

6. ♠

1. c

2. a

3. d

4. a

5. c

6. a

7. c

8. b

9. c

10. a

11. c

12. c

13. c

14. c

15. c

1.♠ 2.♡ 3.♣ 4.♠ 5.♢ 6.♠ 7.♣ 8.♢ 9.♠ 10.♢ 11.♠ 12.♣ 13.♡ 14.♢ 15.♡

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. Sia $W \subset \mathbb{R}^4$ generato da $(1,2,1,-1),(0,1,2,0),(2,3,2,-2),(0,1,1,1),(-2,-1,3,1)$.
[a] $\dim(W)=4$; [b] $\dim(W)=1$; [c] $\dim(W)=2$; [d] $\dim(W)=3$.

2. In $\mathbb{R}^2$ con la base canonica, la matrice della riflessione rispetto alla retta $y=2x$ è:
[a] $\begin{pmatrix}1 & -2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix}-3 & 4\\ 4 & 3\end{pmatrix}$; [c] $5\begin{pmatrix}-3 & 4\\ 4 & 3\end{pmatrix}$; [d] $\frac{1}{5}\begin{pmatrix}-3 & 4\\ 4 & 3\end{pmatrix}$.

3. La matrice di $b(p,q)=p(0)q(0)+p(1)q(1)+p(-1)q(-1)$ nella base $x+1, x-1$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ è:
[a] $\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix}5 & -1\\ -1 & 5\end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix}3 & -1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$.

4. La conica di equazione $(x+y)^2+3y^2+1-2x-4y+2xy=0$ è una:
[a] Ellisse ; [b] Parabola; [c] Iperbole; [d] Retta.

5. In $\mathbb{R}^3$ la distanza tra $P=(1,-1,1)$ e la retta di equazioni parametriche $r(t)=(t-1,3-2t,1)$ è:
[a] 0 ; [b] $1/\sqrt{5}$; [c] $2/\sqrt{5}$; [d] $3/\sqrt{5}$.

6. Gli autovalori di $f \in \mathrm{End}(\mathbb{C}_{\leq 2}[x])$ data da $f(p)=p(0)x-p(i)x^2$ sono:
[a] $0,i$; [b] $0,1,i$ [c] $0,i,-i$; [d] $0,1$.

7. Quale delle seguenti matrici non è diagonalizzabile?
[a] $\begin{pmatrix}-\frac{1}{3} & -\frac{1}{3}\\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3}\end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix}0 & \frac{1}{3}\\ 0 & \frac{1}{3}\end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 2 & 2\end{pmatrix}$; [d] Lo sono tutte le precedenti.

8. Qual è la dimensione massima dei blocchi di Jordan nella forma canonica di $f(x,y,z,t)=(-x+y-z,-x+y,z,t)$? [a] 4; [b] 3; [c] 2; [d] 1.

9. In $\mathbb{R}^3$ siano $r:\{x=y=z+1\}$ ed $s(t)=(t,t-1,t)$. Lo span di r e s ha dimensione:
[a] 3; [b] 2; [c] 1; [d] lo span di due rette non è definito.

10. In $\mathbb{R}^3$ l'ortogonale di $(1,1,-1)$ rispetto al prod. scal. con forma quadratica $x^2+2xy+2y^2+z^2$ è:
[a] $z=x+y$; [b] $z=2x+3y$; [c] $\mathrm{span}(2,3,-1)$; [d] $2x+y+3z=0$.

11. Le coordinate di $(1,1,0)$ rispetto alla base di $\mathbb{C}^3$ formata da e_3, ie_2, $-e_1$, sono:
[a] $(0,-i,-1)$; [b] $(0,i,1)$; [c] $(1,1,0)$; [d] $(1,-i,0)$.

12. Quale delle seguenti matrici non rappresenta un prodotto scalare?
[a] $\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix}3 & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix}3 & -2\\ -2 & 3\end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$.

13. Sia $A \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ diagonalizzabile. Allora l'endomorfismo di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ definito da $f(M)=AM$
[a] è suriettivo; [b] è diagonalizzabile; [c] è iniettivo ; [d] nessuna delle precedenti.

14. In $\mathbb{R}^2$ con la base canonica, la matrice della rotazione di angolo α in senso antiorario è:
[a] $\begin{pmatrix}\cos\alpha & \sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix}\cos\alpha & \sin\alpha\\ -\sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix}\sin\alpha & -\cos\alpha\\ \cos\alpha & \sin\alpha\end{pmatrix}$;.

15. Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita e sia $f \in \mathrm{End}(V)$. [a] se $\ker f=0$ allora f è suriettiva; [b] $V=\ker f \oplus \mathrm{Imm}\, f$; [c] $\ker f=\mathrm{Imm}\, f$; [d] Nessuna delle precedenti.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito.
Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♠ 2.♡ 3.♣ 4.♠ 5.♢ 6.♢ 7.♣ 8.♢ 9.♠ 10.♢ 11.♠ 12.♣ 13.♡ 14.♢ 15.♡

Risposte esatte

6. $\diamondsuit$

1. d

2. d

3. c

4. d

5. a

6. d

7. d

8. c

9. a

10. b

11. a

12. b

13. b

14. b

15. a

1.$\spadesuit$ 2.$\heartsuit$ 3.$\clubsuit$ 4.$\spadesuit$ 5.$\diamondsuit$ 6.$\diamondsuit$ 7.$\clubsuit$ 8.$\diamondsuit$ 9.$\spadesuit$ 10.$\diamondsuit$ 11.$\spadesuit$ 12.$\clubsuit$ 13.$\heartsuit$ 14.$\diamondsuit$ 15.$\heartsuit$

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. Sia $A \in \mathcal{M}_{3\times 6}(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$ la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Il rango di A è:

[a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

2. In $\mathbb{R}^2$ con la base canonica, la riflessione rispetto alla retta $x = 1$ si scrive come:

[a] $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.

3. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ e sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^2)$ definita da $b(X, Y) = \det(AM)$ ove M è la matrice che ha X, Y come colonne. La matrice di b nella base canonica di $\mathbb{R}^2$ è:

[a] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

4. La conica di equazione $4y^2 + x^2 + 2 - 4xy + 10y = 0$ è una:

[a] Ellisse ; [b] Parabola; [c] Iperbole; [d] Retta.

5. In $\mathbb{R}^3$ la distanza tra $P = (1, 0, -1)$ ed il piano $\pi : y - 2z = 3$ è:

[a] $-1/\sqrt{5}$; [b] $1/\sqrt{5}$; [c] $2/\sqrt{5}$; [d] $1/\sqrt{14}$.

6. La segnatura (n_0, n_+, n_-) della forma $b(p, q) = p(0)q(0) - \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} p(x)q(x)\,dx \in \text{bil}(\mathbb{R}_{\leq 2}[x])$ è:

[a] $(1, 0, 2)$; [b] $(1, 1, 1)$ [c] $(0, 2, 1)$; [d] $(0, 1, 2)$.

7. Quale delle seguenti matrici è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$?

[a] Nessuna delle seguenti; [b] $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$.

8. Qual è la dimensione massima dei blocchi di Jordan nella forma canonica di $f(x, y, z, t) = (x - y + z, x - y + z, x - y + z, t)$? [a] 4; [b] 3; [c] 2; [d] 1.

9. In $\mathbb{R}^4$ siano $V = \begin{cases} y - t = 0 \\ x = 2z \end{cases}$ e $W = \mathit{span}((2, 2, 1, 2), (1, 1, 1, 1), (0, 0, 1, 0))$. Si ha:

[a] $\dim(V + W) = 2$; [b] $\dim(V + W) = 3$; [c] $W \subset V$; [d] $\dim(V + W) = 4$.

10. In $\mathbb{R}^3$ l'ortogonale di $(1, 1, -1)$ rispetto al prod. scal. con forma quadratica $x^2 - 2xy + 2y^2 + z^2$ è

[a] $z = y$; [b] $z + y = x$; [c] $\text{span}(0, 1, -1)$; [d] $x + y - z = 0$.

11. In $\mathbb{R}^3$ le coordinate baricentriche di $P = (1, 1, 0)$ rispetto ai punti $P_0 = e_1$, $P_1 = e_2$, $P_2 = e_3$ sono:

[a] $(1, 1, 0)$; [b] $(0, 1, 1)$; [c] $(1, 0, 1)$; [d] P non appartiene al piano passante per P_0, P_1, P_2

12. Quale delle seguenti applicazioni lineari è invertibile? [a] $f(x, y) = (x, y, 0)$;

[b] $f(x, y, z) = (x, y)$; [c] $f(x, y, z) = (x+y, x+z, y+z)$; [d] $f(x, y, z) = (x+y, x+z, z-y)$.

13. Se $A, B \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$, allora: [a] $\text{rango}(A) = \text{rango}(B)$; [b] $\text{rango}(A - B) = \text{rango}(A) - \text{rango}(B)$; [c] $\text{rango}(A+B) \leq \text{rango}(A)+\text{rango}(B)$; [d] $\text{rango}(A+B) \geq \text{rango}(A)+\text{rango}(B)$

14. Per quale delle seguenti matrici M esiste α tale che M non sia ortogonale?

[a] $\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$; [d] Nessuna.

15. Se $\dim(V) = +\infty$ allora: [a] $\dim(\text{End}(V)) = +\infty$; [b] $\dim(\text{End}(V)) = n^2$; [c] $\text{End}(V)$ non è uno spazio vettoriale; [d] Nessun elemento di $\text{End}(V)$ è invertibile.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito.
Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♠ 2.♡ 3.♣ 4.♠ 5.♢ 6.♣ 7.♣ 8.♢ 9.♠ 10.♢ 11.♠ 12.♣ 13.♡ 14.♢ 15.♡

Risposte esatte

6. ♣

1. a

2. c

3. c

4. b

5. b

6. d

7. a

8. d

9. b

10. a

11. d

12. c

13. c

14. a

15. a