

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Sia $f \in \text{End}(\mathbb{R}^4)$ tale che $f(e_1) = e_1 + e_4, f(e_2) = e_1 + e_3, f(e_3) = e_2, f(e_4) = e_4$. Gli autovalori di f sono: a 1, -1, 0; b 1, -1; c 1; d -1.
2. La dimensione di $\text{Hom}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.
3. Dati $\pi_1 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + t = 0, x - y + 2z - 1 = 0\}$ e $\pi_2 = \text{span}\{(1, 0, -2, 0), (0, 1, 1, 1)\}$:
 a $\pi_1 \cap \pi_2$ è un punto; b $\pi_1 \cap \pi_2$ è una retta; c $\text{Giac}(\pi_1) = \text{Giac}(\pi_2)$; d $\pi_1 = \pi_2$.
4. La matrice della rotazione in senso antiorario di $\pi/4$ rispetto alla base canonica di \mathbb{R}^2 è:
 a $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; b $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; c $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; d $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$.
5. Quale delle seguenti matrici di $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{Z}_2)$ commuta con $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$?
 a $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; d nessuna delle precedenti.
6. In $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$, una base dell'ortogonale di x^2 , rispetto a $\langle p, q \rangle = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 p(x)q(x)dx$ è:
 a $5x^2 + 3, x$; b $1, x$; c $x, 5x^2 - 3$; d $x, 5 - 3x^2$.
7. Sia $f \in \text{Hom}(V, W)$ con V, W spazi vettoriali di dimensione finita. Se $\dim(V) > \dim(W)$, allora:
 a $\ker(f) = \{0\}$; b $\ker(f) \neq \{0\}$; c $\dim(\ker(f)) \geq \dim(\text{Imm}(f))$; d $\text{Imm}(f) \neq \{0\}$.
8. La retta ortogonale al piano $\pi : x - y + z + 1 = 0$ e passante per $P = (1, 0, 2)$ è:
 a $(t, -t + 1, t + 1)$; b $x = y + 1, z = 2$; c $(t, t - 1, 2)$; d $x = y + 1, z = -y + 2$.
9. La dimensione di $\{f \in \text{End}(\mathbb{R}^3) : f(e_1) = f(e_3)\}$ è: a 6; b 4; c 3; d 2.
10. Le coordinate di $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ nella base $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ sono:
 a $(3, 3, -2, -1)$; b $(3, 0, -1, -6)$; c $(3, -6, -1, 0)$; d $(3, 2, -2, 1)$.
11. Se $A \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{C}^3)$ è diagonalizzabile, allora: a Le colonne di A sono una base di \mathbb{C}^3 formata da autovettori di A ; b A è invertibile; c A è simmetrica; d nessuna delle precedenti.
12. La conica di equazione $(x - 1)^2 - (x - y)^2 - 1 = 0$ è:
 a un'iperbole; b un'ellisse; c una parabola; d una coppia di rette incidenti.
13. In \mathbb{R}^3 , la distanza del punto $P = (1, 2, 3)$ dalla retta r di equazioni $2x + y - 5 = 0, z = 3$ è:
 a $-1/\sqrt{5}$; b $1/5$; c $1/\sqrt{5}$; d $2/\sqrt{5}$.
14. Per quali valori di k la matrice $\begin{pmatrix} k & k - 1 \\ k - 1 & k \end{pmatrix}$ rappresenta un prodotto scalare su \mathbb{R}^2 ?
 a $k > 0$; b $k \in]0, \frac{1}{2}[$; c $k > \frac{1}{2}$; d $k < 0 \cup k > \frac{1}{2}$.
15. Sia $A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$ simmetrica tale che $A^2 = id$. Allora:
 a 1 è un autovalore di A ; b A è diagonale; c $f = \pm Id$; d A è ortogonale.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

10. ♠

1. b

2. b

3. a

4. a

5. c

6. c

7. b

8. a

9. a

10. b

11. d

12. a

13. c

14. c

15. d

1. ♠ 2. ♣ 3. ◇ 4. ♥ 5. ♣ 6. ♥ 7. ♥ 8. ♣ 9. ♣ 10. ♠ 11. ♥ 12. ♠ 13. ◇ 14. ◇ 15. ♠

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

- Per quali valori del parametro k la matrice $\begin{pmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k+1 & 0 \\ k & 1 & 1 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile?
 $k \neq 0$; $k = 1$; $k \neq 0, 1$; $k = 0$.
- La dimensione di $\text{End}(\mathbb{R}^2)$ è: 4; 8; 12; 16.
- Se $\pi_1 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x = t, y + 2z = 1\}$ e $\pi_2 = \text{span}\{(1, 0, 0, 1), (0, 1, -2, 0)\}$, allora
 $\pi_1 \cap \pi_2$ è un punto; $\pi_1 \cap \pi_2$ è una retta; $\text{Giac}(\pi_1) = \text{Giac}(\pi_2)$; $\pi_1 = \pi_2$.
- La matrice della riflessione di \mathbb{R}^3 rispetto al piano XY , nella base $\{(1, 1, 1), (0, 0, 1), (0, 1, -2)\}$ è:
 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & -4 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.
- Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^4$ sistema $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ y + t = 0 \end{cases}$? 1; 2; 4; 6.
- Se $f \in \text{hom}(V, W)$ con V, W spazi vettoriali di dimensione finita, allora: $\text{Imm}(f) \neq \{0\}$;
 $\dim(\text{Imm}(f)) > \dim(\ker(f))$; $\ker(f) \neq \{0\}$; $\dim(\text{Imm}(f)) \leq \dim(V)$.
- Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^2)$ la forma simmetrica con forma quadratica $x^2 - y^2 + 2xy$. La matrice di b rispetto alla base $(1, 1), (1, 0)$, è: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- La retta passante per $(1, 3, 6)$ e parallela a $s(t) = (t + 1, 2t + 2, 3t + 3)$ è:
 $(t, 2t + 1, 3t)$; $x + y = z - 2, y = 2x + 1$; $x - y = -2, y = 2x$; $(t, 2t - 1, 3t + 3)$.
- La dimensione di $V = \{f \in \text{End}(\mathbb{R}^3) \mid f(e_1) = f(e_2), \text{Imm}(f) \subset \text{span}\{e_1, e_3\}\}$ è:
 2; 3; 4; 6.
- Le coordinate di $(1, i, 1)$ rispetto alla base $\{(0, 1, 1), (1, 1, 0), (0, i, 0)\}$ di \mathbb{C}^3 sono:
 $(1, 2i, 1)$; $(1, 1, 1)$; $(1, 1, 2i)$; $(1, 1, 2i + 1)$.
- Sia $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$ tale che $f^2 = -Id$. Allora:
 -1 è un autovalore di f ; una tale f non esiste; $\ker f \neq \{0\}$; f è diagonalizzabile.
- La conica $(x - 1)^2 - (x - y)^2 - x = 0$ è una
 parabola; ellisse; iperbole; retta.
- In \mathbb{R}^2 munito del prodotto scalare di matrice $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, la distanza tra $(1, 2)$ e $(2, 4)$ è:
 5; $-\sqrt{5}$; $\sqrt{5}$; $2\sqrt{5}$.
- Quale delle seguenti matrici rappresenta un prodotto scalare su \mathbb{R}^3 ?
 $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.
- Se $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$ non è diagonalizzabile, allora sicuramente: f è invertibile; f non ha autovettori; f ha al più due autovalori distinti; nessuna delle precedenti.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

10. ♣

1. c

2. a

3. b

4. a

5. c

6. d

7. b

8. b

9. c

10. d

11. b

12. c

13. c

14. a

15. c

1. ♠ 2. ♣ 3. ◇ 4. ♥ 5. ♣ 6. ♥ 7. ♥ 8. ♣ 9. ♣ 10. ♣ 11. ♥ 12. ♠ 13. ◇ 14. ◇ 15. ♠

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Gli autovalori di $\begin{pmatrix} 1 & i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ i & i-1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ sono: a ± 1 ; b $\pm 1, \pm i$; c $1, \pm i$; d $1, i$.
2. La dimensione di $\text{hom}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3)$ è: a 3; b 8; c 5; d 6.
3. In \mathbb{R}^3 le rette $r(t) = (t-1, 2t+1, 2t+2)$ e $s: x-2y+z+2=0, z=x-y$ sono: a incidenti; b sghembe; c parallele; d coincidenti.
4. In \mathbb{R}^2 con la base canonica, la matrice della rotazione di angolo $\frac{\pi}{6}$ in senso orario è: a $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$; b $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ -1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$; c $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$; d $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$.
5. Quale delle seguenti matrici di $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{Z}_2)$ non commuta con $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$? a $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; d Commutano tutte le precedenti.
6. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di $b \in \text{bil}(\mathbb{R}_{\leq 2}[x])$, $b(p, q) = p'(0)q'(0) - \frac{3}{2} \int_{-1}^1 p(x)q(x)dx$ è: a $(1, 2, 0)$; b $(2, 0, 1)$; c $(1, 0, 2)$; d $(0, 2, 1)$.
7. Se $f \in \text{hom}(W, V)$ con V, W spazi vettoriali di dimensione finita e $\dim(V) > \dim(W)$, allora: a f non è iniettiva; b f non è suriettiva; c $\ker(f) = \{0\}$; d nessuna delle precedenti.
8. La retta di \mathbb{R}^3 passante per $(1, 1, 2)$ e $(2, 0, 1)$ è definita da: a $r(t) = (t, -t+2, -t+1)$; b $x+y-2=0, x+z-3=0$; c $r(t) = (t, -t+2, t+3)$; d $x-y+2=0, z=-x+3$.
9. La dimensione di $V = \{f \in \text{End}(\mathbb{R}^3) \mid f(e_1) = (1, 0, 2), \ker(f) = \text{span}\{e_1 - e_3\}\}$ è: a 6; b 4; c 3; d V non è uno spazio vettoriale.
10. Le coordinate di $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$ nella base $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ sono: a $(1, -2, 3, 0)$; b $(-1, 2, -3, 0)$; c $(2, 1, 1, 3)$; d $(1, 2, -3, 1)$.
11. Sia $f \in \text{End}(\mathbb{C}^3)$. Se f è diagonalizzabile, allora: a f è invertibile; b f^n è diagonalizzabile; c tutti gli autovalori di f sono reali; d nessuna delle precedenti.
12. La conica di equazione $(x+y)^2 - x + y + y^2 = 0$ è: a un'iperbole; b un'ellisse; c una parabola; d una coppia di rette incidenti.
13. In \mathbb{R}^3 la distanza del punto $P = (3, 2, 1)$ dalla retta $r: y-z-5=0, x=3$ è: a $1/\sqrt{2}$; b $1/2$; c $\sqrt{2}$; d $2\sqrt{2}$.
14. Per quali valori di k la matrice $\begin{pmatrix} k-1 & k \\ k & k-1 \end{pmatrix}$ rappresenta un prodotto scalare su \mathbb{R}^2 ? a Per nessun valore di k ; b $k \in]0, \frac{1}{2}[$; c $k > \frac{1}{2}$; d $k < 0 \cup k > 1$.
15. Sia $A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$ simmetrica. Se $A^3 = 0$, allora: a Tutte le seguenti condizioni sono verificate; b A ha una colonna di 0; c $A = 0$; d 0 è un autovalore di A .

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

10. ♡

1. a

2. d

3. b

4. b

5. d

6. c

7. b

8. b

9. d

10. c

11. b

12. b

13. d

14. a

15. a

1. ♠ 2. ♣ 3. ♢ 4. ♡ 5. ♣ 6. ♡ 7. ♡ 8. ♣ 9. ♣ 10. ♡ 11. ♡ 12. ♠ 13. ♢ 14. ♢ 15. ♠

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la matrice $\begin{pmatrix} k-1 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ k-1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile?

a $k \neq 1, 2$; b $k = 2$; c $k \neq 0$; d $k = 1$.
2. La dimensione di $\text{End}(\mathbb{R})$ è: a 0; b 1; c 2; d $\text{End}(\mathbb{R})$ non è definito.
3. Le rette di \mathbb{R}^3 definite da $r(t) = (t, -2t + 1, 3t - 2)$ e $s: x + 2y + z + 2 = 0, z = x - y$ sono:

a incidenti; b parallele; c sghembe; d coincidenti.
4. In \mathbb{R}^2 con la base canonica, la matrice della rotazione di angolo $\pi/3$ in senso antiorario è:

a $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$; b $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ -1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$; c $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$; d $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$.
5. Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^3$ il sistema $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$? a 1; b 2; c 3; d 4.
6. Sia $f \in \text{hom}(V, W)$. Se $\dim(V) = \dim(W) < \infty$ allora: a f è invertibile;

b $\dim(\text{Imm}(f)) = \dim(\ker(f))$; c $\text{Imm}(f) = W$; d f è iniettiva se e solo se è suriettiva.
7. Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^2)$ la forma simmetrica con forma quadratica $x^2 - y^2 + 2xy$, la matrice di b rispetto alla base $(1, 0), (1, 1)$ è: a $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.
8. La retta di \mathbb{R}^3 parallela a $r: x + y - z + 2 = 0, y = 2x + 1$ e passante per $(1, 3, 3)$ è:

a $(t, t + 1, t + 2)$; b $(t + 1, 2t + 3, 3t + 3)$; c $(t + 1, t, t)$; d $(1 + t, 3t, 3t)$.
9. La dimensione di $\{f \in \text{End}(\mathbb{R}^3) \mid f(e_1) = f(e_2), \text{Imm}(f) \subset \text{span}\{e_3, e_1 + e_2\}\}$ è:

a 3; b 5; c 6; d 4.
10. Le coordinate di $(1 + i, -1 + i, i)$ rispetto alla base $\{(0, 1, 1), (1, i - 1, 0), (0, i, 0)\}$ di \mathbb{C}^3 sono:

a $(i, 1 + i, -i)$; b $(i, 1 + i, i)$; c $(i, 1, i)$; d $(1 + i, -1)$.
11. Sia $f \in \text{End}(\mathbb{R}^n)$ e sia λ un autovalore di f . Allora:

a λ^2 è autovalore di f^2 ; b $-\lambda$ è autovalore di f^{-1} ; c $\lambda > 0$; d $f(v) = \lambda v$.
12. La conica di equazione $(x + y)^2 - (x + y) = 0$ è:

a un'ellisse; b una parabola; c un'iperbole; d nessuna delle precedenti.
13. In \mathbb{R}^2 munito del prodotto scalare di matrice $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, la distanza tra $(1, 2)$ e $(3, 3)$ è:

a 1; b $\sqrt{2}$; c 2; d $2\sqrt{2}$.
14. Quale delle seguenti matrici rappresenta un prodotto scalare su \mathbb{R}^3 ?

a $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.
15. Sia $A \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$ diagonalizzabile. Allora: a A ha tutti gli autovalori distinti; b Esistono rette invarianti per A ; c A è invertibile; d nessuna delle precedenti.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

10. \diamond

1. a

2. b

3. b

4. d

5. d

6. d

7. d

8. b

9. d

10. a

11. a

12. d

13. b

14. d

15. b

1. \spadesuit 2. \clubsuit 3. \diamond 4. \heartsuit 5. \clubsuit 6. \heartsuit 7. \heartsuit 8. \clubsuit 9. \clubsuit 10. \diamond 11. \heartsuit 12. \spadesuit 13. \diamond 14. \diamond 15. \spadesuit
