Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

1. La dimensione di $\{f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2 : f(1,1,0) = (0,0)\}$ è: [a] 6; [b] 1; [c] 4; [d] 2.

2. Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^4$ sistema $\begin{cases} x+y+z=0 \\ y+t=0 \end{cases}$? [a] 1; [b] 2; [c] 4; [d] 6.

3. Le rette di $\mathbb{R}^3$ definite da $r(t) = (t, -2t+1, 3t-2)$ e $s = \{x+2y+z+2=0, z = x-y\}$ sono:
[a] incidenti; [b] parallele; [c] sghembe; [d] coincidenti.

4. Sia $f : \mathbb{R}_{\leq 2}[x] \to \mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ la derivata. La forma di Jordan di f è:
[a] $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

5. Quali delle seguenti espressioni per $b((x,y),(x',y'))$ definisce un'applicazione bilineare?
[a] $(x+y)^2 + (x'+y')^2$; [b] $xx' + 2xy' + yy'$; [c] $x^2 + 2xy + y^2$; [d] $x - y'$.

6. Quale tra queste è la matrice di una rotazione di $\frac{\pi}{2}$ in senso orario in $\mathbb{R}^2$?
[a] $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$.

7. La matrice, in base canonica, della forma bilineare $b((x_1,x_2),(y_1,y_2)) = x_1y_1 + x_1y_2 - 2x_2y_2$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

8. La forma bilineare su $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ definita da $b(p,q) = (pq)'(1)$ è:
[a] un prodotto scalare; [b] simmetrica; [c] definita positiva; [d] nessuna delle altre.

9. Sia $A \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^3)$ diagonalizzabile. Allora: [a] A ha tutti gli autovalori distinti;
[b] Esistono rette invarianti per A; [c] A è invertibile; [d] nessuna delle precedenti.

10. Un sottoinsieme di uno spazio vettoriale V è un sottospazio vettoriale se: [a] Contiene lo zero;
[b] è chiuso per somma e prodotto; [c] non contiene lo zero; [d] nessuna delle altre.

11. In $\mathbb{R}^3$ siano $r : \{x = y = z+1\}$ ed $s(t) = (t, t-1, t)$. Lo span di r e s ha dimensione:
[a] 3; [b] 2; [c] 1; [d] lo span di due rette non è definito.

12. In $\mathbb{R}^3$ col prodotto scalare standard, la proiezione di $(1,2,0)$ sull'ortogonale di $(1,1,1)$ è:
[a] $(1,0,1)$; [b] $(0,1,-1)$; [c] $(1,-2,1)$; [d] $(-1,0,1)$.

13. Siano $A_1, \dots, A_k$ matrici che generano $\mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{K})$. Allora necessariamente:
[a] sono linearmente indipendenti; [b] $k \geq 9$; [c] sono una base; [d] $k < 9$.

14. Quali sono equazioni cartesiane per $V = \mathrm{span}\{(2,3,0),(0,1,1)\} \subseteq \mathbb{R}^3$?
[a] $3x - 2y - 2z = 0$; [b] $z = 3x$; [c] $x - y = 0$; [d] $3x - 2y + 2z = 0$.

15. L'iversa di $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix}$ è: [a] M non è invertibile; [b] M^T; [c] $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -i \\ 1 & i \end{pmatrix}$; [d] $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♡ 2.♡ 3.♠ 4.♠ 5.♣ 6.♣ 7.♠ 8.◇ 9.♣ 10.◇ 11.♡ 12.♡ 13.♠ 14.♣ 15.♡

Risposte esatte

4. ♠ 5. ♣

1. c

2. c

3. b

4. a

5. b

6. b

7. b

8. b

9. b

10. b

11. a

12. b

13. b

14. d

15. c

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** __________

1. Sia $f \in \hom(\mathbb{R}^6, \mathbb{R}^4)$ con $\mathrm{Imm}(f) \subseteq \mathrm{span}\{e_1 - e_2, e_2 + e_4, e_1 + e_4\}$. Allora:
$\boxed{a}$ $\dim(\ker f) \geq 4$; $\boxed{b}$ $\dim(\ker f) = 3$; $\boxed{c}$ $\dim(\ker f) \leq 3$; $\boxed{d}$ $\dim(\ker f) = 4$.

2. Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^4$ sistema $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ y + t = 0 \end{cases}$? $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 4; $\boxed{d}$ 6.

3. La conica di equazione $x^2 - y^2 = 0$ è una:
$\boxed{a}$ ellisse ; $\boxed{b}$ coppia di rette incidenti; $\boxed{c}$ iperbole ; $\boxed{d}$ coppia di rette parallele.

4. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $f(x, y, z) = (x, 2x + y, 3x + 2y + z)$?
$\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

5. Quale delle seguenti funzioni è lineare? $\boxed{a}$ $f(x, y) = x + y$; $\boxed{b}$ $f(x, y) = (x + y, y - 1)$;
$\boxed{c}$ $f(x, y) = x/y$; $\boxed{d}$ Nessuna delle altre.

6. La matrice associata a $f(x, y) = (2x, x + y)$ rispetto alla base $(1, 1), (1, 0)$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

7. La matrice associata alla forma bilineare $b((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = x_1 x_2 + y_1 y_2$ in base canonica è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ b non è una forma bilineare.

8. La segnatura $(n_0, n_+, n_)$ della forma $b(x, y) = x_1 y_1 + 2x_2 y_2 + x_3 y_3 + 3x_1 y_3 + 3x_3 y_1$ su $\mathbb{R}^3$ è:
$\boxed{a}$ $(2, 1, 0)$; $\boxed{b}$ $(0, 2, 1)$; $\boxed{c}$ $(1, 1, 1)$; $\boxed{d}$ $(1, 2, 0)$.

9. Gli autovalori reali di $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^3)$ data da $f(x, y, z) = (-y, x, y + 2z - x)$ sono:
$\boxed{a}$ Non ne ha; $\boxed{b}$ $0, 2$; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ Nessuna delle precedenti.

10. Siano dati in $\mathbb{C}^3$ i sottospazi $V = \mathrm{span}\{ie_1, e_1 + ie_2\}$ e $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid x - 2y = 0, 3x + iz = 0\}$. La dimensione di $V + W$ è: $\boxed{a}$ 3; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ 0.

11. Sia A un sottoinsieme non vuoto di uno spazio vettoriale V. Lo span di A:
$\boxed{a}$ potrebbe non esistere; $\boxed{b}$ contiene lo zero; $\boxed{c}$ è contenuto in A; $\boxed{d}$ ha dimensione 2.

12. Quale delle seguenti matrici è ortogonale?
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ tutte le precedenti.

13. Le coordinate di $-2x^2 + 2x + i$ rispetto alla base $\{ix^2 + 3, ix + 1, -x^2\}$ di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ sono:
$\boxed{a}$ $(-i, -2i, 1)$; $\boxed{b}$ $(i, -2i, 1)$; $\boxed{c}$ $(-i, 2, i)$; $\boxed{d}$ $(1, -2i, -i)$.

14. La retta affine di $\mathbb{R}^3$ passante per $(1, 1, 2)$ e $(2, 0, 1)$ è data da: $\boxed{a}$ $r(t) = (t, -t + 2, -t + 1)$;
$\boxed{b}$ $x + y - 2 = 0,\ x + z - 3 = 0$; $\boxed{c}$ $r(t) = (t, -t + 2, t + 3)$; $\boxed{d}$ $x - y + 2 = 0,\ z = -x + 3$.

15. Se $A, B \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$, allora: $\boxed{a}$ $\mathrm{rango}(A) = \mathrm{rango}(B)$; $\boxed{b}$ $\mathrm{rango}(A - B) = \mathrm{rango}(A) - \mathrm{rango}(B)$;
$\boxed{c}$ $\mathrm{rango}(A + B) \leq \mathrm{rango}(A) + \mathrm{rango}(B)$; $\boxed{d}$ $\mathrm{rango}(A + B) \geq \mathrm{rango}(A) + \mathrm{rango}(B)$

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♡ 2.♡ 3.♠ 4.♡ 5.♠ 6.♣ 7.♠ 8.♢ 9.♣ 10.♢ 11.♡ 12.♡ 13.♠ 14.♣ 15.♡

Risposte esatte

4. ♡ 5. ♠

1. a

2. c

3. b

4. a

5. a

6. a

7. d

8. b

9. c

10. a

11. b

12. b

13. b

14. b

15. c

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

1. La dimensione di $\{f \in \hom(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3) \mid f(e_2) = f(e_1)\}$ è: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

2. Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^4$ sistema $\begin{cases} x+y+z=0 \\ y+t=0 \end{cases}$? $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 4; $\boxed{d}$ 6.

3. In $\mathbb{R}^2$ col prodotto scalare standard, la distanza tra $(1,1)$ ed la retta $r = \{x+y=3\}$ è:
$\boxed{a}$ 2; $\boxed{b}$ $\sqrt{3/2}$; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{d}$ $\sqrt{1/2}$.

4. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$? $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

5. Detti $x = (x_1, x_2, x_3)$ e $y = (y_1, y_2, y_3)$, quale tra queste è una forma bilineare?
$\boxed{a}$ $f(x,y) = x_1 + y_2$; $\boxed{b}$ $f(x,y) = x_1y_2 + 1$; $\boxed{c}$ $f(x,y) = x_1y_2 - y_1y_3$; $\boxed{d}$ $f(x,y) = x_1y_2 - y_1x_3$.

6. In $\mathbb{R}^2$ con la base canonica, la matrice della rotazione di angolo $\pi/3$ in senso antiorario è:
$\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ -1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$.

7. Sia $b \in bil(\mathbb{R}^3)$ la forma bilineare simmetrica associata alla forma quadratica $q(x,y,z) = x^2 + y^2 + 4xy + 2xz + 2yz$. La matrice di b rispetto alla base canonica è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

8. Per quali $x \in \mathbb{R}$ la forma bilineare di $\mathbb{R}^2$ associata a $\begin{pmatrix} x^2+1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ è definita positiva?
$\boxed{a}$ per nessun x; $\boxed{b}$ per ogni x; $\boxed{c}$ solo se $x > 0$; $\boxed{d}$ solo se $x \neq 0$.

9. Se 1 è autovalore per un endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ allora $f(x) - x$ è:
$\boxed{a}$ iniettiva; $\boxed{b}$ invertibile; $\boxed{c}$ suriettiva; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

10. Siano dati in $\mathbb{C}^3$ i sottospazi $V = \operatorname{span}\{ie_1, e_1 + ie_2\}$ e $W = \{(x,y,z) \in \mathbb{C}^3 \mid x - 2y = 0, 3x + iz = 0\}$. La dimensione di $V + W$ è: $\boxed{a}$ 3; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ 0.

11. Sia W un sottospazio di uno spazio vettoriale V. Se $V \neq W$, allora:
$\boxed{a}$ V ha una base fatta di vettori che non stanno in W; $\boxed{b}$ Ogni base di V contiene una base di W; $\boxed{c}$ Ogni base di V si estende a base di W; $\boxed{d}$ Nessuna delle precedenti.

12. Quale di queste basi di $\mathbb{R}^3$ è ortogonale per il prod. scal. standard? $\boxed{a}$ $(1,1,1), (1,1,0), (0,0,1)$; $\boxed{b}$ $(1,1,1), (1,-1,0), (0,-1,1)$; $\boxed{c}$ $(1,0,0), (1,1,0), (1,1,1)$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

13. Quale dei seguenti insiemi costituisce una base per $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$?
$\boxed{a}$ $1, i, x$; $\boxed{b}$ $1, x$; $\boxed{c}$ $x - i, x + i, (x-i)(x+i)$; $\boxed{d}$ $1, i, x, x^2$.

14. L'equazione del piano passante per $(1,0,0)$,$(0,1,1)$ e $(0,-2,0)$ è
$\boxed{a}$ $2x - y + 3z = 2$; $\boxed{b}$ $x + y + z = 0$; $\boxed{c}$ $2x - y + 3z = 0$; $\boxed{d}$ nessuna

15. Il rango di $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ è: $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 3.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♡ 2.♡ 3.♠ 4.◇ 5.♡ 6.♣ 7.♠ 8.◇ 9.♣ 10.◇ 11.♡ 12.♡ 13.♠ 14.♣ 15.♡

Risposte esatte

4. ♢ 5. ♡

1. c

2. c

3. d

4. b

5. d

6. d

7. a

8. b

9. d

10. a

11. a

12. d

13. c

14. a

15. d

Ing. meccanica e aerospaziale. Geometria e algebra T. Prova del 05/07/2016

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

1. L'immagine dell'applicazione lineare da $\mathbb{R}^4$ a $\mathbb{R}^3$ associata alla matrice $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ha dimensione: $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 4; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

2. Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^4$ sistema $\begin{cases} x+y+z=0 \\ y+t=0 \end{cases}$? $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 4; $\boxed{d}$ 6.

3. La conica di equazione $(x-1)^2-(y+1)^2=2$ è una
$\boxed{a}$ ellisse ; $\boxed{b}$ parabola ; $\boxed{c}$ ipebole; $\boxed{d}$ retta.

4. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$? $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

5. Detti $x=(x_1,x_2,x_3)$ e $y=(y_1,y_2,y_3)$, quale tra queste è una forma bilineare?
$\boxed{a}$ $f(x,y)=x_1y_2-34x_1y_1$; $\boxed{b}$ $f(x,y)=x_2y_2+1$; $\boxed{c}$ $f(x,y)=2x_1y_2-2y_1y_2$; $\boxed{d}$ $f(x,y)=x_1y_2-y_1^2$.

6. In $\mathbb{R}^2$ con la base canonica, la matrice della rotazione di angolo α in senso antiorario è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} \sin\alpha & -\cos\alpha \\ \cos\alpha & \sin\alpha \end{pmatrix}$;.

7. La matrice della forma bilineare du $\mathbb{R}^2$ data da $b((x,y),(x',y'))=xy'+x'y+yy'$ rispetto alla base $\mathcal{B}=\{(1,1),(0,-1)\}$ è: $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

8. La matrice associata al prodotto scalare standard rispetto alla base $(1,2),(3,4)$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 16 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}$.

9. Per quali k l'applicazione $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$, $f(x,y,z)=(x+k^2z,-ky,k^2x+z)$ è diagonalizzabile?
$\boxed{a}$ per ogni k; $\boxed{b}$ $k\neq 0$; $\boxed{c}$ $k\neq -1/2$; $\boxed{d}$ $k\neq 0,-1/2$.

10. In $\mathbb{R}^4$ siano $V=\{(x,y,z,t)\in\mathbb{R}^4 \mid x=0, y=z-t\}$ e $W=\text{span}\{(0,1,1,0),(0,0,1,1)\}$.
Qual è la dimensione di $V+W$? $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 3.

11. La dimensione di $\text{span}\{(x,y,z,t)\in\mathbb{R}^4 : x+y-1=0, z+x-t=0, y+z-t=1\}$ è:
$\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

12. Quale delle seguenti matrici è ortogonale?
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ Lo sono tutte le precedenti.

13. La dimensione di $\mathbb{C}^2$ su $\mathbb{R}$ è $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

14. Quali sono equazioni parametriche per $V=\{x-4y+z=0\}\subseteq\mathbb{R}^3$?
$\boxed{a}$ $x=y=s, z=4s$; $\boxed{b}$ $x=s, y=3s, z=t$; $\boxed{c}$ $x=4s-t, y=s, z=t$; $\boxed{d}$ nessuna.

15. Qual è il rango di $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -5 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & -2 & 4 & 3 & -5 \end{pmatrix}$ su $\mathbb{R}$? $\boxed{a}$ 2 ; $\boxed{b}$ 3 ; $\boxed{c}$ 4 ; $\boxed{d}$ 5.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♡ 2.♡ 3.♠ 4.♣ 5.♢ 6.♣ 7.♠ 8.♢ 9.♣ 10.♢ 11.♡ 12.♡ 13.♠ 14.♣ 15.♡

Risposte esatte

4. ♣ 5. ♢

1. b

2. c

3. c

4. c

5. a

6. b

7. b

8. d

9. a

10. c

11. b

12. c

13. d

14. c

15. c

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣␣␣␣␣

1. Un'applicazione lineare da $\mathbb{K}_{\leq 25}[x] \to \mathcal{M}_{3\times 8}(\mathbb{K})$ non può:
$\boxed{a}$ esistere; $\boxed{b}$ essere iniettiva; $\boxed{c}$ essere suriettiva; $\boxed{d}$ nessuna delle altre.

2. Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^4$ sistema $\begin{cases} x+y+z=0 \\ y+t=0 \end{cases}$? $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 4; $\boxed{d}$ 6.

3. In $\mathbb{R}^2$ la distanza di $(2,2)$ dalla retta $y+x-2=0$ è: $\boxed{a}$ $\sqrt{2}-1$; $\boxed{b}$ $\sqrt{2}$; $\boxed{c}$ π; $\boxed{d}$ $2\sqrt{2}$.

4. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $f(x,y,z,s,t) = (0, -y+z, -y+z, t, 0)$?
$\boxed{a}$ 4; $\boxed{b}$ 3; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 1.

5. Quale di queste applicazioni è lineare?
$\boxed{a}$ $f(x,y) = x^2+y$; $\boxed{b}$ $A \mapsto A^T$; $\boxed{c}$ $f(x,y,z) = (x, y-1, z-4x)$; $\boxed{d}$ $A \mapsto A^{-1}$.

6. La matrice associata a $f(x,y) = (x+y, 2x-y)$ rispetto alla base $v_1 = (1,2), v_2 = (1,-1)$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

7. La matrice, nella base canonica, della forma $b(x,y) = x_1y_1 - x_1y_3 + 3x_2y_1$ su $\mathbb{R}^3$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

8. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ è: $\boxed{a}$ $(1,1,1)$; $\boxed{b}$ $(0,1,2)$; $\boxed{c}$ $(1,1,0)$; $\boxed{d}$ $(0,1,1)$.

9. Il polinomio caratteristico di $f(x,y) = (y,x)$ è:
$\boxed{a}$ $x(x-2)$; $\boxed{b}$ x^2-2; $\boxed{c}$ $(x-1)^2$; $\boxed{d}$ x^2-1.

10. Sia W un sottospazio di uno spazio vettoriale V. Se $V \neq W$, allora:
$\boxed{a}$ V ha una base fatta di vettori che non stanno in W; $\boxed{b}$ Ogni base di V contiene una base di W; $\boxed{c}$ Ogni base di V si estende a base di W; $\boxed{d}$ Nessuna delle precedenti.

11. Sia $X = \{-3x+y = 98, 3y-4z = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$; span$(X)$ ha dimensione $\boxed{a}$ 3; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ 0.

12. In $\mathbb{R}^2$ con la base canonica, la riflessione rispetto alla retta $x=1$ si scrive come $f(X) =$
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} X$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} X$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.

13. In $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$, le coordinate di $(1+x)^2$ rispetto alla base $v_1 = 1+x, v_2 = 1, v_3 = 1+x+x^2$ sono:
$\boxed{a}$ $(1,-1,1)$; $\boxed{b}$ $(2,0,0)$; $\boxed{c}$ $(-1,1,1)$; $\boxed{d}$ $(1,0,0)^2$.

14. Quali sono equazioni cartesiane per $V = \text{span}\{(i,-i,0),(0,1,0)\} \subseteq \mathbb{C}^3$?
$\boxed{a}$ $z=0$; $\boxed{b}$ $z=i$; $\boxed{c}$ $x+y=0$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

15. Qual è il rango di $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & -3 & 4 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & -2 & 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ su $\mathbb{R}$? $\boxed{a}$ 1 ; $\boxed{b}$ 2 ; $\boxed{c}$ 3 ; $\boxed{d}$ 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♡ 2.♡ 3.♠ 4.♡ 5.♡ 6.♣ 7.♠ 8.♢ 9.♣ 10.♢ 11.♡ 12.♡ 13.♠ 14.♣ 15.♡

Risposte esatte

4. ♡ 5. ♡

1. b

2. c

3. b

4. b

5. b

6. d

7. b

8. d

9. d

10. a

11. b

12. c

13. a

14. a

15. d