

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Quale delle seguenti espressioni per $f(X)$ rappresenta una rotazione di \mathbb{R}^2 ?

- a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X$; b $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} X$; d Nessuna delle altre.

2. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. La dimensione di $V = \{B \in \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \mid AB = BA\}$ è

- a 1; b 2; c 3; d 4.

3. In \mathbb{R}^3 la distanza tra il punto $(2, 2, 3)$ e il piano passante per i punti $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 2)$ è:

- a 1; b 2; c 3; d 4.

4. La forma di Jordan di $f(x, y) = (6x - 4y, 9x - 6y)$ è:

- a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; d nessuna delle precedenti.

5. Quale di queste applicazioni è lineare?

- a $f(x, y) = (x + 2, y - 1)$; b $A \mapsto A^{-1}$; c $A \mapsto \det(A)$; d $f(x, y, z) = x$.

6. Sia $f : \mathbb{R}_{\leq 3}[x] \rightarrow \mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ la derivata. La sua matrice nelle basi canoniche è:

- a $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$; d nessuna delle precedenti.

7. La matrice, nella base canonica, della forma $b(x, y) = x_1y_1 - x_1y_3 + 3x_2y_1$ su \mathbb{R}^3 è:

- a $\begin{pmatrix} 0 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

8. La matrice associata al prodotto scalare standard rispetto alla base $(1, 0)$, $(1, -1)$ è:

- a $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

9. Il polinomio caratteristico di $f(x, y) = (y, x)$ è:

- a $x(x - 2)$; b $x^2 - 2$; c $(x - 1)^2$; d $x^2 - 1$.

10. Quale dei seguenti non è un spazio vettoriale? a $\{A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{C}) : A \text{ è diagonale}\}$;

- b $\{p \in \mathbb{R}[x] : p(1) = 0\}$; c $\{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ continua}\}$; d sono tutti spazi vettoriali.

11. Un'applicazione lineare da $\mathcal{M}_{2 \times 15}(\mathbb{K}) \rightarrow \mathbb{K}_{\leq 28}[x]$ non può:

- a esistere; b essere iniettiva; c essere suriettiva; d nessuna delle altre.

12. Quali vettori sono ortogonali per il prodotto scalare standard di \mathbb{R}^3 ? a $(1, 0, 1)$, $(0, -2, 1)$;

- b $(1, 1, 1)$, $(-1, -1, 1)$; c $(3, 0, 1)$, $(0, -2, 0)$; d nessuna delle precedenti.

13. Le coordinate di $(2 - ix)^2$ rispetto alla base $\{2, ix, x^2 + ix + 2\}$ di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ sono:

- a $(3, -3, -1)$; b $(-3, 3, 11)$; c $(2, -i)^2$; d $(3i, i, 1)$.

14. La retta affine di \mathbb{R}^3 passante per $(1, 1, 2)$ e $(2, 0, 1)$ è data da: a $r(t) = (t, -t + 2, -t + 1)$;

- b $x + y - 2 = 0, x + z - 3 = 0$; c $r(t) = (t, -t + 2, t + 3)$; d $x - y + 2 = 0, z = -x + 3$.

15. Il rango di $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.

Risposte esatte

7. \diamond 15. \heartsuit

1. c

2. b

3. c

4. b

5. d

6. c

7. b

8. b

9. d

10. d

11. b

12. c

13. a

14. b

15. c

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. In \mathbb{R}^2 siano $P_1 = (1, 0), P_2 = (0, 0), P_3 = (0, 1)$. a Esiste un'isometria che manda P_1 in P_2, P_2 in P_3 e P_3 in P_1 ; b Esiste un'affinità che manda P_1 in P_2, P_2 in P_3 e P_3 in P_1 ; c Esiste $f \in \text{End}(\mathbb{R}^2)$ che manda P_1 in P_2, P_2 in P_3 e P_3 in P_1 ; d Nessuna delle precedenti.
2. Se λ è autovalore di $f \in \text{End}(V)$ allora: a $f - \lambda I = 0$; b $f(v) = \lambda v$; c f ha una base di autovettori; d f ha almeno un autovettore.
3. In \mathbb{R}^3 le rette $r = \{2x - y = 1, z = 0\}$ e $s = \{2x - y = 2, z = 1\}$ sono tra loro: a parallele; b incidenti; c uguali; d sghembe.
4. Qual è la dimensione massima dei blocchi di Jordan nella forma canonica di $f(x, y, z, t) = (-x + y - z, -x + y, z, t)$? a 4; b 3; c 2; d 1.
5. Quali delle seguenti espressioni per $b((x, y), (x', y'))$ definisce un'applicazione bilineare? a $(x + y)^2 + (x' + y')^2$; b $xx' + 2xy' + yy'$; c $x^2 + 2xy + y^2$; d $x - y'$.
6. Quale tra queste è la matrice di una simmetria rispetto all'asse x in \mathbb{R}^2 ? a $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
7. Se $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^2)$ è associata in base canonica alla matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, la sua forma quadratica è: a $x^2 + 2xy + 3y^2$; b $x^2 + y^2 + 2xy + yx$; c $x^2 + 3xy + 3y^2$; d $3xy + 3y^2$.
8. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ è: a $(1, 1, 1)$; b $(0, 1, 2)$; c $(1, 1, 0)$; d $(0, 1, 0)$.
9. Il polinomio caratteristico di $f(x, y) = (y, x)$ è: a $x(x - 2)$; b $x^2 - 2$; c $(x - 1)^2$; d $x^2 - 1$.
10. Sia W il sottospazio di \mathbb{C}^4 dato da $W = \{x + iy + z + t = 0, 2y - iz = 0, x - iy + t = 0\}$. a $\dim(W) = 1$; b $\dim(W) = 2$; c $\dim(W) = 3$; d $\dim(W) = 4$.
11. Un'applicazione lineare iniettiva da \mathbb{R}^4 a \mathbb{R}^3 : a è sempre suriettiva; b è sempre invertibile; c è unica; d non esiste.
12. Quale delle seguenti espressioni per $f(X)$ rappresenta un'isometria di \mathbb{R}^2 che manda $(1, 0)$ in $(1, 1)$ e $(0, 0)$ in $(0, 1)$? a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X$; b $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X$; d Nessuna.
13. Qual è base di $(\mathbb{Z}_2)^3$? a $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; d Nessuna.
14. L'equazione della retta passante per $(1, 1, 0)$ e $(0, -2, 0)$ è: a $x = 1 - 2y, z = 0$; b $y = 3x - 2, z = 0$; c $x + y - 2z = 0, x - y = 0$; d nessuna delle precedenti
15. Quale matrice commuta con $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$? a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; b A^2 ; c $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale 0. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

7. ♡ 15. ◇

1. b

2. d

3. a

4. c

5. b

6. c

7. d

8. c

9. d

10. b

11. d

12. b

13. d

14. b

15. b

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. In \mathbb{R}^2 siano $P_1 = (1, 0), P_2 = (0, 0), P_3 = (0, 1)$. a Esiste un'isometria che manda P_1 in P_2, P_2 in P_2 e P_3 in P_1 ; b Esiste un'affinità che manda P_1 in P_2, P_2 in P_2 e P_3 in P_1 ; c Esiste $f \in \text{End}(\mathbb{R}^2)$ che manda P_1 in P_2, P_2 in P_2 e P_3 in P_1 ; d Tutte le precedenti.
2. Sia $f \in \text{End}(\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}))$ dato da $f(X) = X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Qual è la molteplicità algebrica dell'autovalore 1? a 4; b 3; c 2; d 1.
3. In \mathbb{R}^3 la distanza tra il piano $\pi : x - y + z = 1$ e $P = (2, 0, 0)$ è: a 0; b 1; c $\sqrt{3}$; d $\frac{1}{\sqrt{3}}$.
4. Qual è la dimensione massima dei blocchi di Jordan nella forma canonica di $f(x, y, z, t) = (x - y + z, x - y + z, x - y + z, t)$? a 4; b 3; c 2; d 1.
5. Quale tra queste è una forma bilineare su $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$? a $b(p, q) = p(0)$; b $b(p, q) = p(0)q(1)$; c $b(p, q) = p(0)q(0)^2$; d $b(p, q) = p(0) + q(0)$.
6. Siano $B = ((1, 0), (1, 1))$ e $B' = ((1, -1), (1, 0))$ due basi di \mathbb{R}^2 e sia $f \in \text{End}(\mathbb{R}^2)$ definita da $f(x, y) = (x + y, x - y)$. La matrice associata a f nella base B in partenza e B' in arrivo è: a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.
7. La matrice della forma $b(x, y) = 2x_1y_1 - 3x_2y_1 + x_3y_2$ rispetto alla base $\{e_3, e_2, e_1\}$ di \mathbb{R}^3 è: a $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
8. la segnatura (n_0, n_+, n_-) di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ è? a $(2, 1, 0)$; b $(1, 1, 1)$; c $(0, 1, 1)$; d $(1, 0, 2)$.
9. Quali delle seguenti matrici è diagonalizzabile su \mathbb{R} ? a $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
10. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x - iy - z = 0 \\ x + 3iz = 1 \end{cases}$ su \mathbb{C} ? a 0; b 4; c 2; d infinite.
11. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} -y + z = 0 \\ z = y \end{cases}$ in $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^3$? a 0; b 4; c 2; d infinite.
12. La proiezione ortogonale di $(2, 4, -1)$ lungo $(1, 1, 0)$ è: a $(6, 12, -3)$; b $(6/21, 6/21, 0)$; c $(3, 3, 0)$; d $(2/3, 4/3, -1/3)$.
13. Le coordinate di $(2 - i)^2 - x$ rispetto alla base $\{ix^2 - i, ix, 2i\}$ di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ sono: a $(1, -2, 1)$; b $(-\frac{3}{2}i - 2, i, 0)$; c $(2, -i)^2$; d $(0, i, -\frac{3}{2}i - 2)$.
14. La retta di \mathbb{R}^3 parallela a $r = \{x + y - z + 2 = 0, y = 2x + 1\}$ e passante per $(1, 3, 3)$ è: a $(t, t + 1, t + 2)$; b $(t + 1, 2t + 3, 3t + 3)$; c $(t + 1, t, t)$; d $(1 + t, 3t, 3t)$.
15. Il rango della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & -5 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

7. ♣ 15. ♠

1. c

2. a

3. d

4. d

5. b

6. d

7. a

8. b

9. a

10. d

11. b

12. c

13. d

14. b

15. b

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. In \mathbb{R}^2 siano $P_1 = (2, 0), P_2 = (1, 1), P_3 = (0, 2)$. a Esiste un'isometria che manda P_1 in P_2, P_2 in P_3 e P_3 in P_1 ; b Esiste un'affinità che manda P_1 in P_2, P_2 in P_3 e P_3 in P_1 ; c Esiste $f \in \text{End}(\mathbb{R}^2)$ che manda P_1 in P_2, P_2 in P_3 e P_3 in P_1 ; d Nessuna delle precedenti.
2. Sia $f \in \text{End}(\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}))$ dato da $f(X) = X \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. La molteplicità geometrica dell'autovalore 1 è: a 1; b 3; c 4; d 2.
3. In \mathbb{R}^3 le rette $s = \{x + 2y - z + 1 = 0, x - y + 1 = 0\}$ e $r(t) = (t - 1, t, 3t + 3)$ sono tra loro: a sghembe; b incidenti; c coincidenti; d parallele.
4. La forma di Jordan di $f(x, y) = (6x - 4y, -4x + 6y)$ è: a $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; d nessuna delle precedenti.
5. Quali delle seguenti espressioni per $b((x, y), (x', y'))$ definisce un'applicazione bilineare? a $(x + y)^2 + (x' + y')^2$; b $xx' + 2xy' + yy'$; c $x^2 + 2xy + y^2$; d $x - y'$.
6. Siano $B = ((1, 0), (1, 1))$ e $B' = ((1, -1), (1, 0))$ due basi di \mathbb{R}^2 e sia $f \in \text{End}(\mathbb{R}^2)$ definita da $f(x, y) = (x + y, x - y)$. La matrice associata a f nella base B in partenza e B' in arrivo è: a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.
7. Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^2)$ la forma simmetrica con forma quadratica $x^2 - y^2 + 2xy$. La matrice di b rispetto alla base $(1, 0), (1, 1)$ è: a $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.
8. La forma bilineare su $\mathbb{R}_{<2}[x]$ definita da $b(p, q) = p(1)q(1)$ è: a simmetrica; b antisimmetrica; c un prodotto scalare; d definita positiva.
9. L'insieme $V \subset \text{End}(\mathbb{R}^2)$ degli endomorfismi diagonalizzabili è: a un sottospazio; b chiuso per somma; c chiuso per moltiplicazione per scalari; d nessuna delle altre.
10. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ x + z = 1 \end{cases}$ su \mathbb{Z}_2 ? a 0; b 4; c 2; d infinite.
11. In \mathbb{R}^4 sia V definito da $x + y + z + t = 1$ e $W = \text{span}(e_2, e_3, e_4)$ (e_1, e_2, e_3, e_4 è la base canonica). a $\dim(V \cap W) = 0$; b $\dim(V \cap W) = 1$; c $\dim(V \cap W) = 2$; d $\dim(V \cap W) = 3$.
12. In $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$, una base dell'ortogonale di x^2 , rispetto a $\langle p, q \rangle = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 p(x)q(x)dx$ è: a $5x^2 + 3, x$; b $1, x$; c $x, 5x^2 - 3$; d $x, 5 - 3x^2$.
13. Quali dei seguenti insiemi genera $\mathbb{R}_{<3}[x]$? a $0, 1, x, x^2$; b $1 + x^2, x, x^3$; c $1 + x, 1 + x^2, x^3$; d $x(1 + x), 1 + x, (x - 1)(x + 1), x^2, x^3$.
14. L'equazione della retta affine di \mathbb{R}^3 passante per $(-1, 0, 0)$ e $(-1, 1, -1)$ è: a $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$; b $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ y = 1 \end{cases}$; c $\begin{cases} x + z = 0 \\ z - y = 1 \end{cases}$; d $\begin{cases} y + z = 0 \\ x = -1 \end{cases}$.
15. L'inversa di $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ è: a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

7. ♠ 15. ♣

1. d

2. d

3. d

4. a

5. b

6. d

7. d

8. a

9. c

10. c

11. c

12. c

13. d

14. d

15. c

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. In \mathbb{R}^2 la rotazione di angolo π attorno al punto $(1, 2)$ è:

a un'applicazione lineare; b un'affinità; c entrambe; d nessuna delle precedenti.
2. Sia $f \in \text{End}(V)$ diagonalizzabile t.c. $f^3 = 0$. Allora:

a $f^2 = 0$; b $\ker f = 0$; c $\ker f \subset \text{Imm } f$; d $\dim \ker f = 1$.
3. In \mathbb{R}^3 , la distanza tra $P = (1, 0, 1)$ ed il piano π di equazione $x - y - z = 1$ è:

a 0; b 1; c $1/\sqrt{3}$; d $\sqrt{2}$.
4. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $f(x, y, z, s, t) = (0, -y + z, -y + z, t, 0)$?

a 4; b 3; c 2; d 1.
5. Quale di queste applicazioni non è lineare?

a $f(x, y) = x + 2y$; b $A \mapsto A^T$; c $f(x, y, z) = (2z - x, y - 3x, z - 4x)$; d $A \mapsto \det(A)$.
6. In \mathbb{R}^2 con la base canonica, la matrice della riflessione rispetto alla retta $y = 2x$ è:

a $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$; c $5 \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$; d $\frac{1}{5} \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.
7. La matrice associata alla forma bilineare $b((x, y), (x', y')) = (x + y)(x' - y')$ in base canonica è:

a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.
8. Su $\mathbb{R}_{\leq 1}[x]$ con base $1, x$, la matrice associata al prodotto scalare $\langle p, q \rangle = \frac{1}{9} \int_0^3 p(x)q(x)dx$ è:

a $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 8/3 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 12 & 24 \\ 24 & 64 \end{pmatrix}$.
9. Quale delle seguenti matrici non è diagonalizzabile?

a $\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; d Lo sono tutte le precedenti.
10. La dimensione dello spazio delle soluzioni di $Ax = 0$ con $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ è:

a 1; b 2; c 3; d 4.
11. La dimensione di $\{f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2 : f(\mathbb{R}^3) \subset \text{span}(1, 0)\}$ è:

a 3; b 1; c 4; d 2.
12. In \mathbb{R}^2 con la base canonica, la riflessione rispetto alla retta $x = 1$ si scrive come $f(X) =$

a $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} X$; b $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} X$; c $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.
13. La dimensione di \mathbb{C} su \mathbb{R} è:

a 1; b 2; c 3; d 4.
14. Due piani affini in \mathbb{R}^4 :

a si intersecano sempre; b se si intersecano le loro giaciture non generano \mathbb{R}^4 ; c generano \mathbb{R}^4 ; d se le giaciture generano \mathbb{R}^4 allora si intersecano.
15. Il rango della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ è:

a 1; b 2; c 3; d 4.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

7. ♠ 15. ♥

1. b

2. a

3. c

4. b

5. d

6. d

7. d

8. c

9. c

10. d

11. a

12. c

13. b

14. d

15. c

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. In \mathbb{R}^3 col prodotto scalare standard sia $v = (1, 1, 1)$ e sia $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$ la proiezione ortogonale su v^\perp . La matrice di f in base canonica è:

a $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; b $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; c $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$; d $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

2. Sia $f \in \text{End}(V)$ t.c. $f^2 = 0$. Allora:

a $f = 0$; b $\ker f = 0$; c $\text{Imm } f \subseteq \ker f$; d $\dim \ker f = 1$.

3. In \mathbb{R}^3 , la distanza tra $P = (1, -1, 1)$ ed l'asse Y è: a 0; b 1; c -1; d $\sqrt{2}$.

4. Qual è la dimensione massima dei blocchi di Jordan nella forma canonica di $f(x, y, z, t) = (-x + y - z, -x + y, z, t)$? a 4; b 3; c 2; d 1.

5. Quale delle seguenti funzioni è lineare?

a $f(x, y, z) = (x, x)$; b $f(x, y, z) = (x + 1, y, z)$; c $f(x, y, z) = xy$; d $f(x, y, z) = 1$.

6. La matrice associata a $f(x, y) = (x, x - y)$ rispetto alla base $(1, -1), (1, 0)$ è:

a $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

7. Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^3)$ la forma simmetrica con forma quadratica $x^2 + 2xy + y^2 + 2z^2$. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di b è: a $(1, 2, 0)$; b $(2, 1, 0)$; c $(1, 0, 2)$; d $(1, 1, 1)$.

8. Su $\mathbb{R}_{\leq 1}[x]$ con base $1, x$, la matrice associata al prodotto scalare $\langle p, q \rangle = \int_0^2 p(x)q(x)dx$ è:

a $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 8/3 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 12 & 24 \\ 24 & 64 \end{pmatrix}$.

9. Quali dei seguenti può essere autovalore di una funzione F tale che $F^3 = Id$?

a 0; b 1; c -1; d i.

10. Sia $f : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$ lineare con $\text{Imm}(f) \subseteq \text{span}\{(1, -1, 0, 0), (2, 0, 1, 0), (0, 2, 1, 0)\}$. Allora:

a $\dim(\ker f) \leq 2$; b $\dim(\ker f) \geq 3$; c $\dim(\ker f) = 3$; d $\dim(\ker f) = 2$.

11. Quale di questi è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{Z}_2[x]$?

a $\{p \mid p(0) = 1\}$; b $\{p \mid p = -p\}$; c $\{p \mid p(0) \neq 0\}$; d $\{p \mid \deg(p) > 1\}$.

12. L'ortogonale di $(1, -1, 3)$ rispetto a $b(x, y) = 2x_2y_2 + x_2y_3 + x_3y_2$ è:

a $y - z = 0$; b $x + 2y + 2z = 0$; c $y + 6x = 0$; d $x - y = 3z$.

13. Se $\{e_1, e_2, e_3\}$ è la base canonica di \mathbb{R}^3 , quale dei seguenti insiemi di vettori è una base di \mathbb{R}^3 ?

a $\{0, e_1, e_2, e_3\}$; b $\{e_1 + e_2, e_1 + e_3, e_2 + e_3\}$; c $\{e_1, e_2\}$; d Nessuna delle precedenti.

14. L'equazione della retta affine di \mathbb{R}^3 passante per $(-1, 0, 0)$ e $(-1, 1, -1)$ è:

a $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$; b $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ y = 1 \end{cases}$; c $\begin{cases} x + z = 0 \\ z - y = 1 \end{cases}$; d $\begin{cases} y + z = 0 \\ x = -1 \end{cases}$.

15. Il rango della matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

7. ♣ 15. ♥

1. d

2. c

3. d

4. c

5. a

6. c

7. a

8. b

9. b

10. b

11. b

12. a

13. b

14. d

15. c

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Sia $f \in \text{hom}(\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2)$ data da $f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a + b, c - a)$. La matrice di f nelle basi $v_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ e $w_1 = (1, 1), w_2 = (1, 0)$ di \mathbb{R}^2 è:

a $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix};$ d $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$
2. La distanza indotta da un prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ su V è:

a sempre positiva; b positiva o nulla; c bilineare; d lineare.
3. La conica di equazione $x^2 + y^2 = 9$ è una:

a ellisse; b coppia di rette incidenti; c iperbole; d coppia di rette parallele.
4. Sia $f \in \text{End}(\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}))$ dato da $f(X) = X\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di f ?

a 1; b 2; c 3; d 4.
5. Quale delle seguenti funzioni è lineare?

a $f(x, y, z) = (x, x);$ b $f(x, y, z) = (x + 1, y, z);$ c $f(x, y, z) = xy;$ d $f(x, y, z) = 1.$
6. Siano $B = ((1, 0), (1, 1))$ e $B' = ((1, -1), (1, 0))$ due basi di \mathbb{R}^2 e sia $f \in \text{End}(\mathbb{R}^2)$ definita da $f(x, y) = (x + y, x - y)$. La matrice associata a f nella base B in partenza e B' in arrivo è:

a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix};$ d $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}.$
7. La matrice associata alla forma bilineare $b((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = x_1x_2 + y_1y_2$ in base canonica è:

a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$ d b non è una forma bilineare.
8. La forma bilineare su $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ definita da $b(p, q) = (pq)'(1)$ è:

a un prodotto scalare; b simmetrica; c definita positiva; d nessuna delle altre.
9. Sia $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ definita da $f(x, y, z, t) = (y, x, z, z + t)$. La molteplicità algebrica di 1 è:

a 1; b 2; c 3; d 4.
10. Una base dello spazio delle soluzioni del sistema $AX = 0$ con $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ è:

a $(1, 0, 0);$ b $(0, 1, 0);$ c $(0, 0, 1);$ d Nessuna delle altre.
11. Quale di questi è un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^2 ?

a $\{(x, y) \mid \cos(x + y) = 0\};$
 b $\{(x, y) \mid (x + y)^2 = 0\};$ c $\{(x, y) \mid 11x^2 - 79y = 0\};$ d $\{(x, y) \mid 11x - 79y = 1\}.$
12. Per quale delle seguenti matrici M esiste α tale che M non sia ortogonale?

a $\begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix};$ d Nessuna.
13. Quali dei seguenti elementi di $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ sono linearmente indipendenti tra loro?

a $1, 1 + x, 1 - x;$ b $x^2, (x + 1)^2, 1 + x, 2;$ c $1, x, x^3, (x - 1)(x^2 + x + 1);$ d $1, x, x^3.$
14. In \mathbb{R}^3 l'equazione del piano ortogonale a $r(t) = (t, -t + 1, 2t)$ e passante per $(-1, 1, 3)$ è:

a $x + y + 2z - 6 = 0;$ b $x - y + 2z - 3 = 0;$ c $x - y + 2z - 4 = 0;$ d $-x + y + 2z - 8 = 0.$
15. Il rango della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ è:

a 1; b 2; c 3; d 4.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

7. ♣ 15. ♣

1. b

2. b

3. a

4. b

5. a

6. d

7. d

8. b

9. c

10. d

11. b

12. a

13. d

14. c

15. c

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Sia $f \in \text{hom}(\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2)$ data da $f\left(\begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right) = (ab, -cd)$. La matrice di f nelle basi $v_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ e $w_1 = (0, 1), w_2 = (1, 0)$ di \mathbb{R}^2 è:

- a $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix};$ d $f \notin \text{hom}(\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2)$.

2. Se d è la distanza indotta da un prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ su V allora $d(x, y)$ è data da:

- a $\|x - y\|;$ b $\sqrt{x^2 + y^2};$ c $\langle x, y \rangle;$ d $\langle x - y, x - y \rangle.$

3. In \mathbb{R}^2 la distanza di $(2, 2)$ dalla retta $y + x - 2 = 0$ è: a $\sqrt{2} - 1;$ b $\sqrt{2};$ c $\pi;$ d $2\sqrt{2}.$

4. Sia $f \in \text{End}(\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}))$ dato da $f(X) = X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Qual è la dimensione massima dei blocchi della forma di Jordan di f ? a 4; b 3; c 2; d 1.

5. Quale delle seguenti funzioni è lineare?

- a $f(x, y) = x^2 + y;$ b $f(x, y) = (x + y, y - 1);$ c $f(x, y) = x/y;$ d Nessuna delle altre.

6. Sia $f(x, y) = (x + 2y, -x + y) \in \text{End}(\mathbb{R}^2)$. La matrice di f nella base $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ è:

- a $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix};$ d $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}.$

7. In \mathbb{R}^2 la matrice della forma bilineare $b\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}\right) = (x_1 + x_2)y_2$ nella base $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ è:

- a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix};$ d $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$

8. La matrice associata al prodotto scalare standard di \mathbb{R}^2 nella base $(1, 2), (1, -1)$ è:

- a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix};$ d $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$

9. Il polinomio caratteristico di $f(x, y) = (x, x + y)$ è:

- a $x(x - 2);$ b $x^2 - 2;$ c $(x - 1)^2;$ d $x^2 - 1.$

10. Sia $A = \begin{pmatrix} k + 2 & -1 \\ k & k^2 \end{pmatrix}$ e $b = \begin{pmatrix} 1 \\ k \end{pmatrix}$. Per quali k il sistema $AX = b$ ha soluzione?

- a $k \neq 0, 1;$ b $k \neq 0;$ c $k \neq -1;$ d Il sistema ha sempre soluzione.

11. Sia $X = \{-3x + y = 98, 3y - 4z = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3;$ $\text{span}(X)$ ha dimensione a 3; b 2; c 1; d 0.

12. In \mathbb{R}^3 col prodotto scalare standard, la proiezione di $(1, 2, 3)$ sull'ortogonale di $(1, 1, 1)$ è:

- a $(1, 0, 1);$ b $(1, 0, -1);$ c $(1, -2, 1);$ d $(-1, 0, 1).$

13. Le coordinate di $(0, -1, 0)$ rispetto alla base $\{(0, 0, 1), (-1, 1, 0), (1, 0, 1)\}$ di $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^3$ sono:

- a $(1, -1, 0);$ b $(1, 1, 1);$ c $(0, 1, 0);$ d $(0, 1, 0).$

14. Dati $\pi_1 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + t = 0, x - y + 2z - 1 = 0\}$ e $\pi_2 = \text{span}\{(1, 0, -2, 0), (0, 1, 1, 1)\};$

- a $\pi_1 \cap \pi_2$ è un punto; b $\pi_1 \cap \pi_2$ è una retta; c $\text{Giac}(\pi_1) = \text{Giac}(\pi_2);$ d $\pi_1 = \pi_2.$

15. Il rango della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.

Risposte esatte

7. ♣ 15. ◇

1. d

2. a

3. b

4. c

5. d

6. d

7. c

8. d

9. c

10. d

11. b

12. d

13. b

14. a

15. c

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Sia $f \in \text{hom}(\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2)$ data da $f(A) = (\text{traccia}(A), -\text{traccia}(A))$. La matrice di f nelle basi $v_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ e $w_1 = (1, 1), w_2 = (0, -1)$ di \mathbb{R}^2 è:

- a $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix};$ d $f \notin \text{hom}(\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2)$.

2. Se $d(v, w)$ è la distanza indotta da un prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ su V allora:

- a $d(v, w) = \langle v - w, v - w \rangle;$ b $d(v, w) + d(w, u) = d(v, u);$ c $d(v, w) \geq 0;$ d $d(v, -v) = 0.$

3. In \mathbb{R}^3 la distanza tra il piano $x - y + z = 1$ e $(1, 0, 1)$ è: a 0; b 1; c $\sqrt{3};$ d $\frac{1}{\sqrt{3}}.$

4. Qual è la dimensione massima dei blocchi di Jordan nella forma canonica di $f(x, y, z, t) = (-x + y - z, -x + y, z, t)$? a 4; b 3; c 2; d 1.

5. Quale delle seguenti funzioni è lineare?

- a $f(x, y) = x^2 + y;$ b $f(x, y) = (x + y, y - 1);$ c $f(x, y) = (x + 2y, 0);$ d Nessuna.

6. La matrice di $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto iz$ rispetto alla base $\{1, i\}$ su \mathbb{R} è:

- a $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$ d $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$

7. La matrice associata alla forma bilineare $b((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1(y_2 - x_2) + x_2 y_1$ in base canonica è:

- a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$ d b non è una forma bilineare.

8. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ è: a $(1, 1, 1);$ b $(0, 1, 2);$ c $(1, 1, 0);$ d $(0, 1, 0).$

9. Sia $f(x, y, z) = (x + 2y, y - z, x + y + z)$. Quali dei seguenti è autovettore di f ?

- a $(1, -1, -1);$ b $(1, 1, 1);$ c $(1, 2, 3);$ d nessuno dei precedenti.

10. Se $f \in \text{hom}(V, W)$ con V, W spazi vettoriali di dimensione finita, allora: a $\text{Imm } f \neq \{0\};$

- b $\dim(\text{Imm } f) > \dim(\ker f);$ c $\ker f \neq \{0\};$ d $\dim(\text{Imm } f) \leq \dim(V).$

11. Quale di questi è un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^2 ?

- a $\{x + y = 1\};$ b $\{x + y^2 = 1\};$ c $\{x^2 + y^2 = 1\};$ d nessuno.

12. Quale delle seguenti matrici è ortogonale?

- a $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix};$ d tutte le precedenti.

13. Quale dei seguenti insiemi di vettori genera $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$?

- a tutti; b $1, x, x^2, 45x - 71x^2;$ c $x^2, (x + 1)^2, 114x, 65;$ d $x, (x + 1)^2, (x - 4)(x + 4).$

14. I piani di \mathbb{R}^3 $\pi = \{y - z = -1\}$ e $\theta = \text{span}\{(1, 1, -1), (0, 0, 1)\}$ sono:

- a incidenti in una retta; b paralleli; c incidenti in un punto; d coincidenti.

15. Il rango della matrice $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

7. ♠ 15. ◇

1. a

2. c

3. d

4. c

5. c

6. a

7. b

8. c

9. d

10. d

11. d

12. b

13. a

14. a

15. b

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Sia $f \in \text{hom}(\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2)$ data da $f(A) = (\text{traccia}(A), \det(A))$. La matrice di f nelle basi $v_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ e $w_1 = (1, 1), w_2 = (0, -1)$ di \mathbb{R}^2 è:

- a $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix};$ d $f \notin \text{hom}(\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2)$.

2. Se $d(v, w)$ è la distanza indotta da un prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ su V allora:

- a $d(v, -v) = 0;$ b $d(v, -v) = \|v\|^2;$ c $d(v, -v) = \|v\|;$ d $d(v, -v) = 2\|v\|.$

3. in \mathbb{R}^3 le rette $r = \{x = z, z = 2 + y\}$ e $s = \{x - y = 1, x + z = 0\}$ sono tra loro:

- a parallele; b incidenti; c uguali; d sghembe.

4. La forma di Jordan di $f(x, y) = (4x - 4y, 4x - 4y)$ è:

- a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$ d nessuna delle precedenti.

5. Detti $x = (x_1, x_2, x_3)$ e $y = (y_1, y_2, y_3)$, quale tra queste è una forma bilineare?

- a $f(x, y) = x_1 + y_2;$ b $f(x, y) = x_1 y_2 + 1;$ c $f(x, y) = x_1 y_2 - y_1 y_3;$ d $f(x, y) = x_1 y_2 - y_1 x_3.$

6. La matrice di $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto iz$ rispetto alla base $\{1, i\}$ su \mathbb{R} è:

- a $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$ d $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$

7. La matrice associata alla forma bilineare $b((x, y), (x', y')) = (x + y)(x' + y')$ in base canonica è:

- a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix};$ d $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$

8. Qual è la matrice di un prodotto scalare? a $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix};$ d $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}.$

9. Sia $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ definita da $f(x, y, z, t) = (y, x, z, z + t)$. La molteplicità algebrica di 1 è:

- a 1; b 2; c 3; d 4.

10. Se $f \in \text{End}(\mathbb{R}^5)$ con $\ker(f) \subseteq \text{span}\{(1, -1, 0, 0, 1), (2, 0, 1, 0, 0), (0, -2, 1, 0, -2), (3, -1, 1, 0, 1)\}$.

- a $\dim(\text{Imm } f) \geq 2;$ b $\dim(\text{Imm } f) = 1;$ c $\dim(\text{Imm } f) \leq 3;$ d $\dim(\text{Imm } f) = 2.$

11. La dimensione di $\text{Hom}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.

12. L'ortogonale di $C = \{(t, t^2, t^2) : t \in \mathbb{R}\}$ rispetto al prodotto scalare standard di \mathbb{R}^3 è:

- a $y = z;$ b $\text{span}(0, 1, -1);$ c $\{0\};$ d $y = x^2, y - z = 0.$

13. Quale delle seguenti è una base di $\mathbb{C}_{\leq 3}[x]$? a $1 + ix + x^2, 1 + (1 - i)x^2, 2i - x + x^2, x^3;$

- b $x^2 + 1, x + i, x^3;$ c $1, x, x^2;$ d nessuna delle precedenti.

14. L'equazione della retta affine passante per $(1, 0, 0)$ e $(1, 1, 1)$ è:

- a: $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$ b: $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ y = 1 \end{cases}$; c: $\begin{cases} y - z = 0 \\ x = 1 \end{cases}$; d: $\begin{cases} x + z = 0 \\ z - y = 1 \end{cases}$.

15. L'inversa di $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ è: a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$ d $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

7. ♠ 15. ♠

1. d

2. d

3. d

4. b

5. d

6. a

7. b

8. a

9. c

10. a

11. b

12. b

13. a

14. c

15. c

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Siano $w_1 = (1, 1), w_2 = (1, 0)$ e $f \in \text{hom}(\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2)$ data da $f(A) = (w_1 A w_1^T, w_2 A w_2^T)$. La matrice di f nelle basi $v_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ e w_1, w_2 di \mathbb{R}^2 è:

- a $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix};$ d $f \notin \text{hom}(\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2).$

2. Se $d(v, w)$ è la distanza indotta da un prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ su V allora: d $d(v, -v) = 0$

- a $d(v, w) = \sqrt{\|v\|^2 + \|w\|^2};$ b $d(v, w) + d(w, u) \geq d(v, u);$ c $d(v, w) > 0;$

3. In \mathbb{R}^3 le rette $r = \{x + y + z = 0, x - z = 0\}$ e $s = \{x - y = 0, x + y + z = 1\}$ sono tra loro:

- a parallele; b incidenti; c uguali; d sghembe.

4. Quanti blocchi ha la forma di Jordan della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}?$

- a 1; b 2; c 3; d La matrice non ammette forma di Jordan.

5. Quale di queste applicazioni non è lineare?

- a $f(x, y) = 3x;$ b $A \mapsto A^{-1};$ c $f(x, y, z) = (2y - 2x, 4x, 3z - 4x);$ d $A \mapsto A^T.$

6. Sia $f \in \text{End}(\mathbb{C}_{\leq 2}[x]), f(p) = p(i)x + (1 + i)p(0)x^2$. La matrice di f nella base $i, x, -x^2$ è:

- a $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ i & i & 1 \\ 1 - i & 0 & 0 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ i & i & 1 \\ i - 1 & 0 & 0 \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ i & i & -1 \\ i - 1 & 0 & 0 \end{pmatrix};$ d $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ i & i & -i \\ 1 - i & 0 & 0 \end{pmatrix}.$

7. La matrice associata alla forma bilineare $b((x, y), (x', y')) = (x + y)(x' - y')$ in base canonica è:

- a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix};$ d $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$

8. Su $\mathbb{R}_{\leq 1}[x]$ con base $1, x$, la matrice associata al prodotto scalare $\langle p, q \rangle = 3 \int_0^4 p(x)q(x)dx$ è:

- a $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 8/3 \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix};$ d $\begin{pmatrix} 12 & 24 \\ 24 & 64 \end{pmatrix}.$

9. Quali sono gli autovalori dell'endomorfismo di $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ definito da $f(X) = X + X^T$?

- a $\pm 1;$ b 2; c 0, 2; d 1, -1, 0, 2.

10. Sia $f \in \text{hom}(\mathbb{R}^6, \mathbb{R}^4)$ con $\text{Imm}(f) \subseteq \text{span}\{e_1 - e_2, e_2 + e_4, e_1 + e_4\}$. Allora:

- a $\dim(\ker f) \geq 4;$ b $\dim(\ker f) = 3;$ c $\dim(\ker f) \leq 3;$ d $\dim(\ker f) = 4.$

11. Quale dei seguenti non è un spazio vettoriale? a $\{A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{C}) : A \text{ è diagonale}\};$

- b $\{p \in \mathbb{R}[x] : \deg(p) \geq 2\};$ c $\{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ continua}\};$ d sono tutti spazi vettoriali.

12. La proiezione ortogonale di $(2, 4, -1)$ lungo $(1, 1, 0)$ è:

- a $(6, 12, -3);$ b $(6/21, 6/21, 0);$ c $(3, 3, 0);$ d $(2/3, 4/3, -1/3).$

13. Quale di questi insiemi di vettori genera $\mathbb{C}_{\leq 3}[x]$? a $x, x^2, (x + 1)^3, x^4;$

- b $x^3, (x + 1)^3, x^2 - x + 1, ix, (x - i)^2;$ c $x^2, (x + 1)^3, x^2 - x, ix;$ d $x, (x + i)^3, ix.$

14. Quali sono equazioni cartesiane per $V = \text{span}\{(0, 0, 0), (i, 0, -i)\} \subseteq \mathbb{C}^3$?

- a $x + y = 0, z = 0;$ b $y = 0, x + z = 0;$ c $ix + y = 0;$ d $ix + y = 0, z = 0.$

15. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Qual è il rango di $A^T A$? a 2; b 3; c 4; d 5.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

7. \diamond 15. \spadesuit

1. c

2. b

3. d

4. c

5. b

6. a

7. d

8. d

9. c

10. a

11. b

12. c

13. b

14. b

15. a

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

- Sia $f \in \text{hom}(\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2)$ data da $f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a + b, c + d)$. La matrice di f nelle basi $v_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ e $w_1 = (1, 1), w_2 = (1, 0)$ di \mathbb{R}^2 è:

a $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix};$ d $f \notin \text{hom}(\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2)$.
- Se $d(v, w)$ è la distanza indotta da un prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ su V allora:

a $d(v, v) = 0;$ b $d(v, w) \geq -d(v, u) + d(u, w);$ c $d(v, w) \geq d(v, u) - d(u, w);$ d tutte le precedenti.
- In \mathbb{R}^3 le rette $r = \{(x, y, z) : x - y = y - z = 1\}$ ed $s = \text{span}(1, 2, 1)$ sono tra loro:

a parallele; b sghembe; c incidenti; d uguali.
- Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$? a 1; b 2; c 3; d 4.
- Detti $x = (x_1, x_2, x_3)$ e $y = (y_1, y_2, y_3)$, quale tra queste è una forma bilineare?

a $f(x, y) = x_1 y_2 - 34 x_1 y_1;$ b $f(x, y) = x_2 y_2 + 1;$ c $f(x, y) = 2 x_1 y_2 - 2 y_1 y_2;$ d $f(x, y) = x_1 y_2 - y_1^2.$
- La matrice della rotazione in senso antiorario di $\pi/4$ rispetto alla base canonica di \mathbb{R}^2 è:

a $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix};$ b $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix};$ c $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix};$ d $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}.$
- In \mathbb{R}^2 la matrice della forma bilineare $b\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}\right) = (x_1 + x_2)y_2$ nella base $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ è:

a $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix};$ d $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$
- Per quali valori di k la matrice $\begin{pmatrix} k & k-1 \\ k-1 & k \end{pmatrix}$ rappresenta un prodotto scalare su \mathbb{R}^2 ?

a $k > 0;$ b $k \in]0, \frac{1}{2}[;$ c $k > \frac{1}{2};$ d $k < 0 \cup k > \frac{1}{2}.$
- Quali delle seguenti matrici è diagonalizzabile su \mathbb{R} ?

a $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$ b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$ c $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix};$ d $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$
- Sia $f \in \text{hom}(V, W)$ con V, W spazi di dimensione finita. Se $\dim(V) > \dim(W)$, allora:

a $\ker f = \{0\};$ b $\ker f \neq \{0\};$ c $\dim(\ker f) \geq \dim(\text{Imm } f);$ d $\text{Imm } f \neq \{0\}.$
- Sia $X = \{(\pi, \log 2, \sqrt{7})\} \subseteq \mathbb{R}^3$; $\text{span}(X)$ ha dimensione a 0; b 1; c 2; d 3.
- La funzione da \mathbb{R}^3 in sé definita da $f(x, y, z) = (z, y, -x)$ è:

a una rotazione; b una riflessione; c una traslazione; d nessuna delle precedenti.
- In \mathbb{R}^4 , le coordinate di $(1, 2, 3, 4)$ nella base $v_1 = (1, 1, 1, 1), v_2 = (0, 1, 1, 1), v_3 = (0, 0, 1, 1), v_4 = (0, 0, 0, 1)$ sono:

a $(1, 2, 3, 4);$ b $(1, 1, 1, 1);$ c $(4, 3, 2, 1);$ d Nessuna delle altre.
- Quali sono equazioni parametriche per $V = \{x - iy + z = 0\} \subseteq \mathbb{C}^3$?

a $x = s + it, y = s, z = t;$ b $x = s, y = is, z = s + t;$ c $x = s - it, y = s, z = s + t;$ d $x = is - t, y = s, z = t.$
- L'inversa di $A = \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$ è:

a $A;$ b $\frac{1}{2}\bar{A};$ c $A^2;$ d $\frac{1}{2}A^T.$

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale 0. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

7. \diamond 15. \clubsuit

1. a

2. d

3. b

4. c

5. a

6. a

7. a

8. c

9. a

10. b

11. b

12. a

13. b

14. d

15. b