

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. La dimensione di $\{f \in \text{hom}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^4) : f(e_1) = f(e_2), e_3 \in \ker f\}$ è: a 8; b 6; c 4; d 2.
2. Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^3$ il sistema $\begin{cases} x = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$? a infinite; b 0; c 1; d 2.
3. La distanza in \mathbb{R}^3 fra $(1, 2, -1)$ e $\text{span}\{(\frac{2}{3}, 1, 0), (2, 0, -1)\}$ è: a $\frac{1}{49}$; b $\frac{1}{7}$; c 1; d $\frac{5}{7}$.
4. La forma di Jordan di $f(x, y) = (4x - 4y, 4x - 4y)$ è:
 a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; d nessuna delle precedenti.
5. Quale di queste applicazioni è lineare?
 a $f(x, y) = x^2 + y$; b $A \mapsto A^T$; c $f(x, y, z) = (x, y - 1, z - 4x)$; d $A \mapsto A^{-1}$.
6. La matrice della rotazione in senso antiorario di $\pi/4$ rispetto alla base canonica di \mathbb{R}^2 è:
 a $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; b $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; c $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; d $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$.
7. La matrice della forma $b(x, y) = 2x_1y_1 - 3x_2y_1 + x_3y_2$ rispetto alla base $\{e_3, e_2, e_1\}$ di \mathbb{R}^3 è:
 a $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
8. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ è: a $(1, 1, 1)$; b $(0, 1, 2)$; c $(1, 1, 0)$; d $(0, 1, 1)$.
9. Se 1 è autovalore per un endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ allora $f(x) - x$ è:
 a iniettiva; b invertibile; c suriettiva; d nessuna delle precedenti.
10. In \mathbb{R}^3 siano $V = \text{span}\{(1, -2, 0), (0, 1, 3)\}$ e $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y + z = 0\}$. La dimensione di $V \cap W$ è: a 0; b 1; c 2; d 3.
11. Sia A un sottoinsieme non vuoto di uno spazio vettoriale V . Lo span di A :
 a potrebbe non esistere; b contiene lo zero; c è contenuto in A ; d ha dimensione 2.
12. L'ortogonale di $(1, -1, 3)$ rispetto a $b(x, y) = 2x_2y_2 + x_2y_3 + x_3y_2$ è:
 a $y - z = 0$; b $x + 2y + 2z = 0$; c $y + 6x = 0$; d $x - y = 3z$.
13. In \mathbb{R}^4 , le coordinate di $(1, 2, 3, 4)$ nella base $v_1 = (1, 2, 2, 1)$, $v_2 = (0, 1, 2, 1)$, $v_3 = (0, 0, 1, 2)$, $v_4 = (0, 0, 0, 1)$ sono: a $(1, 2, 3, 4)$; b $(1, -1, 1, -1)$; c $(1, 1, 1, 1)$; d $(1, 0, 1, 1)$.
14. L'equazione della retta affine di \mathbb{R}^3 passante per $(-1, 0, 0)$ e $(-1, 1, -1)$ è:
 a $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$; b $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ y = 1 \end{cases}$; c $\begin{cases} x + z = 0 \\ z - y = 1 \end{cases}$; d $\begin{cases} y + z = 0 \\ x = -1 \end{cases}$.
15. Su \mathbb{Z}_2 il rango di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

6. ♣ 11. ♥

1. c

2. d

3. c

4. b

5. b

6. a

7. a

8. d

9. d

10. b

11. b

12. a

13. d

14. d

15. a

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. La dimensione di $\text{Hom}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.
2. In \mathbb{C}^3 quante soluzioni ha il sistema
$$\begin{cases} x + iz = 0 \\ ix + y + z = 0 \\ y + 2z = 0 \end{cases}$$
 a 0; b 1; c 2; d ∞ .
3. In \mathbb{R}^3 , la distanza tra $P = (1, 0, 1)$ ed il piano π di equazione $x - y - z = 1$ è: a 0; b 1; c $1/\sqrt{3}$; d $\sqrt{2}$.
4. Quanti blocchi ha la forma di jordan di $f(x, y, z) = (x + y, x + 2y, z)$? a 1; b 2; c 3; d 4.
5. Quale delle seguenti funzioni è lineare? a $f(x, y) = x^2 + y$; b $f(x, y) = (x + y, y)$; c $f(x, y) = x/y$; d Nessuna delle altre.
6. La matrice associata a $f(x, y) = (2x, y)$ rispetto alla base $(0, -1), (2, 1)$ è: a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.
7. La matrice associata alla forma bilineare $b((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1(y_2 - x_2) + x_2y_1$ in base canonica è: a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; d b non è una forma bilineare.
8. Qual è la matrice di un prodotto scalare? a $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.
9. Sia $f \in \text{End}(\mathbb{R}^4)$ tale che $f(e_1) = e_1 + e_4, f(e_2) = e_1 + e_3, f(e_3) = e_2, f(e_4) = e_4$. Gli autovalori di f sono: a 1, -1, 0; b 1, -1; c 1; d -1.
10. Siano dati in \mathbb{R}^3 i sottospazi $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - 2y = 0, x - y + z = 0\}$ e $V = \text{span}\{e_1 + e_2, 2e_1 - e_3\}$. La dimensione di $V \cap W$ è: a infinita; b 2; c 1; d 0.
11. Siano dati in $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ i sottospazi $V = \text{span}\{(x+1)^2\}$ e $W = \text{span}\{3x^2 - 1, x - 2\}$. La dimensione di $V + W$ è: a 0; b 1; c 2; d 3.
12. L'ortogonale di $\text{span}((1, -2, 0), (1, 1, -1))$ rispetto al prodotto scalare standard di \mathbb{R}^3 è: a $x = 2y, z = x + y$; b $\text{span}(0, 1, 1)$; c $\{0\}$; d $2x + y + 3z = 0$.
13. Le coordinate di $(1 - x)^2$ rispetto alla base $1, 1 + x, x^2$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ sono: a $(1, 1, 1)$; b $(3, -2, 1)$; c $(1, -1, 0)^2$; d $(1, -2, 1)$.
14. $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid 2x - iy + iz = 0\}$ ha equazioni parametriche: a $x = s, y = -2is + t, z = t$; b $x = t, y = -2is + t, z = t$; c $x = s, y = s + it, z = t$; d $x = z, y = -2is + 3it$.
15. Il rango di $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

6. ♡ 11. ♣

1. b

2. d

3. c

4. c

5. b

6. a

7. b

8. a

9. b

10. d

11. d

12. a

13. b

14. a

15. c

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. La dimensione del ker di $f(x, y, z) = (x, x - y, x)$ è: a) 0; b) 1; c) 2; d) 3.
2. Un sistema lineare di 3 equazioni in 5 incognite: a) non ha soluzione; b) ha sempre almeno una soluzione; c) ha soluzione solo in certi casi; d) ha sempre una soluzione unica.
3. In \mathbb{R}^3 , la distanza del punto $P = (1, 2, 3)$ dalla retta r di equazioni $2x + y - 5 = 0, z = 3$ è: a) $-1/\sqrt{5}$; b) $1/5$; c) $1/\sqrt{5}$; d) $2/\sqrt{5}$.
4. La forma di Jordan di $f(x, y) = (6x - 4y, 9x - 6y)$ è: a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; d) nessuna delle precedenti.
5. Detti $x = (x_1, x_2, x_3)$ e $y = (y_1, y_2, y_3)$, quale tra queste è una forma bilineare? a) $f(x, y) = x_1y_2 - 34x_1y_1$; b) $f(x, y) = x_2y_2 + 1$; c) $f(x, y) = 2x_1y_2 - 2y_1y_2$; d) $f(x, y) = x_1y_2 - y_1^2$.
6. La matrice del coniugio di \mathbb{C} rispetto alla base $\{1, i\}$ su \mathbb{R} è: a) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
7. Sia $b \in bil(\mathbb{R}^3)$ la forma simmetrica associata alla forma quadratica $q(x, y, z) = x^2 + z^2 + 4xy + 2xz$. La matrice di b rispetto alla base canonica è: a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 0 & 6 & 2 \\ 6 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
8. Quali delle seguenti matrici rappresenta una forma bilineare definita positiva? a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 9 & -6 \end{pmatrix}$.
9. Quale tra queste matrici è diagonalizzabile? a) $\begin{pmatrix} 2i & 0 & 0 \\ 0 & i & 1 \\ 0 & 0 & i \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 3 \\ -2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & i \end{pmatrix}$.
10. Sia $X = \{(\pi, \log 2, \sqrt{7})\} \subseteq \mathbb{R}^3$; $\text{span}(X)$ ha dimensione a) 0; b) 1; c) 2; d) 3.
11. Se $U \subset W$ sono sottospazi di V allora necessariamente a) $U + W = V$; b) $U + W = W$; c) $U + W = U$; d) $U \cap W = 0$.
12. La proiezione ortogonale di $(1, 1, 0)$ lungo $(4, -2, 2)$ è: a) $(1/6, -1/12, -1/12)$; b) $(-1/3, 1/6, 1/6)$; c) $(1/6, -1/12, 1/12)$; d) $(1/3, -1/6, 1/6)$.
13. Quale di questi insiemi di vettori genera $\mathbb{C}_{\leq 3}[x]$? a) $x, x^2, (x+1)^3, x^4$; b) $x^3, (x+1)^3, x^2 - x + 1, ix, (x-i)^2$; c) $x^2, (x+1)^3, x^2 - x, ix$; d) $x, (x+i)^3, ix$.
14. I piani di \mathbb{R}^3 $\pi = \{y - z = -1\}$ e $\theta = \text{span}\{(1, 1, -1), (0, 0, 1)\}$ sono: a) incidenti in una retta; b) paralleli; c) incidenti in un punto; d) coincidenti.
15. Il rango di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ è: a) 1; b) 2; c) 3; d) 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

6. ♡ 11. ♡

1. b

2. c

3. c

4. b

5. a

6. c

7. d

8. b

9. c

10. b

11. b

12. d

13. b

14. a

15. c

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Se $f \in \text{hom}(V, W)$ con V, W spazi vettoriali di dimensione finita, allora: a $\text{Imm } f \neq \{0\}$; b $\dim(\text{Imm } f) > \dim(\ker f)$; c $\ker f \neq \{0\}$; d $\dim(\text{Imm } f) \leq \dim(V)$.
2. Un sistema lineare di 3 equazioni in 5 incognite: a non ha soluzione; b ha sempre almeno una soluzione; c ha soluzione solo in certi casi; d ha sempre una soluzione unica.
3. In \mathbb{R}^3 le rette $r = \{2x - y = 0, z = x\}$ e $s = \{2z - y = 0, x = 1\}$ sono tra loro: a parallele; b incidenti; c uguali; d sghembe.
4. La forma di Jordan di $f(x, y) = (2x, 3x - 6y)$ è: a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; d nessuna delle precedenti.
5. Detti $x = (x_1, x_2, x_3)$ e $y = (y_1, y_2, y_3)$, quale tra queste è una forma bilineare? a $f(x, y) = x_1^2 - 34x_1y_1$; b $f(x, y) = x_2y_2 + 2x_3y_1$; c $f(x, y) = 2x_1y_2 - 2y_1y_2$; d $f(x, y) = 7y_2 - y_1x_3$.
6. In \mathbb{R}^2 con la base canonica, la matrice della rotazione di angolo $\frac{\pi}{6}$ in senso orario è: a $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$; b $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ -1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$; c $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$; d $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$.
7. La matrice della forma bilineare su $\mathbb{R}_{<2}[x]$, definita da $b(p, q) = p'(0)q(0) + p(0)q'(0) + p(0)q'(0)$, rispetto alla base $v_1 = 1 + x^2, v_2 = 1 - x - x^2, v_3 = x + 2$ è: a $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 8 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 8 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 8 \end{pmatrix}$.
8. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ è: a $(1, 1, 1)$; b $(0, 1, 2)$; c $(1, 1, 0)$; d $(0, 1, 1)$.
9. Se 0 è autovalore per un endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ allora: a $\ker(f) = 0$; b $\ker(f) \neq 0$; c f è suriettiva; d nessuna delle precedenti.
10. Sia W sottospazio di V . Qual è falsa? a Ogni sottospazio di V interseca W ; b Ogni sottospazio di W è sottospazio di V ; c Ogni base di V contiene un vettore di W ; d Nessuna.
11. Siano dati in \mathbb{R}^4 i sottospazi $V = \text{span}\{e_1 - e_2, 3e_4\}$ e $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y = 0\}$. La dimensione di $V \cap W$ è: a 1; b 2; c 3; d infinita.
12. L'ortogonale di $(0, -1, 2)$ rispetto a $b(x, y) = x_2y_2 + 2x_2y_3 + 2x_3y_2$ è: a $x - 2y = 0$; b $x + 3y + 2z = 0$; c $3y - 2z = 0$; d $x - y = 2z$.
13. La dimensione di \mathbb{C} su \mathbb{R} è: a 1; b 2; c 3; d 4.
14. L'equazione della retta parallela a $r(t) = (t, t + 1, 2t - 3)$ e passante per $(-1, 1, 3)$ è: a $y = x + 2, 2x + 5 = z$; b $y = -x, z + 2x = 1$; c $(t, t - 2, 2t + 5)$; d $(-t, t, 2t + 1)$.
15. L'inversa di $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ è: a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

6. ♡ 11. ♠

1. d

2. c

3. b

4. d

5. b

6. b

7. a

8. d

9. b

10. c

11. a

12. c

13. b

14. a

15. b

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. La dimensione del ker di $f(x, y, z) = (0, 0, 0)$ è: a 0; b 1; c 2; d 3.
2. Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^4$ sistema $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ y + t = 0 \end{cases}$? a 1; b 2; c 4; d 6.
3. In \mathbb{R}^2 la distanza di $(2, 2)$ dalla retta $y + x - 2 = 0$ è: a $\sqrt{2} - 1$; b $\sqrt{2}$; c π ; d $2\sqrt{2}$.
4. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $f(x, y, z, s, t) = (0, -y + z, -y + z, t, 0)$?
 a 1; b 2; c 3; d 4.
5. Quale delle seguenti funzioni è lineare?
 a $f(x, y) = x^2 + y$; b $f(x, y) = (x + y, y - 1)$; c $f(x, y) = x/y$; d Nessuna delle altre.
6. La matrice associata a $f(x, y) = (x, x + y)$ rispetto alla base $(1, -1), (1, 0)$ è:
 a $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$
7. Sia $b \in bil(\mathbb{R}^3)$ la forma simmetrica associata alla forma quadratica $q(x, y, z) = y^2 + z^2 + 4xy + 2xz$.
La matrice di b rispetto alla base canonica è:
 a $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 6 & 2 \\ 6 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
8. Su $\mathbb{R}_{\leq 1}[x]$ con base $1, x$, la matrice associata al prodotto scalare $\langle p, q \rangle = \int_0^2 p(x)q(x)dx$ è:
 a $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 8/3 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 12 & 24 \\ 24 & 64 \end{pmatrix}$.
9. Sia $f(x, y, z) = (x + 2y, y - z, x + y + z)$. Quali dei seguenti è autovettore di f ?
 a $(1, -1, -1)$; b $(1, 1, 1)$; c $(1, 2, 3)$; d nessuno dei precedenti.
10. La dimensione di $\text{span}\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x + y - 1 = 0, z + x - t = 0, y + z - t = 1\}$ è:
 a 1; b 2; c 3; d 4.
11. Sia $X = \{x + 2y = 0, y - 4z + 1 = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$; $\text{span}(X)$ ha dimensione: a 0; b 1; c 2; d 3.
12. Quali delle seguenti è una base ortonormale per il prodotto scalare standard di \mathbb{R}^2 ?
 a $e_1, e_1 + e_2$; b $e_2 + e_1, e_1 - e_2$; c $e_1 - e_2, e_2 - e_1$; d nessuna delle precedenti.
13. In $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$, le coordinate di $(1 + x)^2$ rispetto alla base $v_1 = 1, v_2 = 1 + x, v_3 = 1 + x + x^2$ sono:
 a $(1, 2, 1)$; b $(0, 2, 0)$; c $(-1, 1, 1)$; d $(0, 1, 0)^2$.
14. $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 7x - y + 36z = 0, x - 2y = 0\}$ ha equazioni parametriche: a $x = s, y = s, z = 4s$; b $x = \frac{72}{13}s, y = \frac{-36}{13}s, z = t$; c $x = s, y = z = t$; d $x = \frac{-72}{13}t, y = \frac{-36}{13}t, z = t$.
15. Il rango della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

6. ♡ 11. ◇

1. d

2. c

3. b

4. c

5. d

6. b

7. d

8. b

9. d

10. b

11. c

12. d

13. c

14. d

15. c

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. La dimensione di $\text{hom}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3)$ è: a 3; b 4; c 5; d 6.
2. Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^3$ il sistema $\begin{cases} x = 1 \\ z + y = 1 \end{cases}$? a infinite; b 1; c 2; d 3.
3. In \mathbb{R}^2 col prodotto scalare standard, la distanza tra $(1, 1)$ ed la retta $r = \{x + y = 3\}$ è: a 2; b $\sqrt{3/2}$; c 0; d $\sqrt{1/2}$.
4. Quanti blocchi ha la forma di Jordan della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$?
 a 1; b 2; c 3; d La matrice non ammette forma di Jordan.
5. Quale delle seguenti funzioni è lineare?
 a $f(x, y) = x^2 + y$; b $f(x, y) = (x + y, y - 1)$; c $f(x, y) = x/y$; d Nessuna delle altre.
6. La matrice della riflessione di \mathbb{R}^3 rispetto al piano XY , nella base $\{(1, 1, 1), (0, 0, 1), (0, 1, -2)\}$ è:
 a $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & -4 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.
7. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ e sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^2)$ definita da $b(X, Y) = \det(AM)$ ove M è la matrice che ha X, Y come colonne. La matrice di b nella base canonica di \mathbb{R}^2 è:
 a $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.
8. La forma bilineare di \mathbb{R}^2 associata a $\begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ è definita positiva:
 a mai; b sempre; c solo se $x > 0$; d solo se $x \neq 0$.
9. Quale tra queste matrici è diagonalizzabile?
 a $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 \\ -2 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.
10. Quale di questi è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{Z}_2[x]$?
 a $\{p \mid p(0) = 1\}$; b $\{p \mid p = -p\}$; c $\{p \mid p(0) \neq 0\}$; d $\{p \mid \deg(p) > 1\}$.
11. Quanti elementi ha $\{(x, y, z) \in (\mathbb{Z}_2)^3 \mid x + y = 0, z - y = 0\}$? a 1; b 2; c 6; d 4.
12. Quale di queste basi di \mathbb{R}^3 è ortogonale per il prod. scal. standard? a $(1, 1, 1), (1, 1, 0), (0, 0, 1)$;
 b $(1, 1, 1), (1, -1, 0), (0, -1, 1)$; c $(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)$; d nessuna delle precedenti.
13. In \mathbb{R}^4 , le coordinate di $(1, 0, 1, 0)$ nella base $v_1 = (1, 1, 1, 1), v_2 = (0, 1, 1, 1), v_3 = (0, 0, 1, 1), v_4 = (0, 0, 0, 1)$ sono: a $(1, 2, 3, 4)$; b $(1, 1, 1, 1)$; c $(1, -1, 1, -1)$; d Nessuna delle altre.
14. Quali sono equazioni parametriche per $V = \{x = z, 4y - x + z = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$?
 a $x = z = s, y = 0$; b $x = s, y = s + t, z = t$; c $x = s, y = z = t$; d nessuna delle precedenti.
15. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{2 \times 4}(\mathbb{Z}_2)$. Qual è il rango di $A^T A$? a 1; b 2; c 3; d 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

6. ♠ 11. ♠

1. d

2. c

3. d

4. c

5. d

6. a

7. c

8. c

9. d

10. b

11. b

12. d

13. c

14. a

15. b

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita e sia $f \in \text{End}(V)$. a se $\ker f = 0$ allora f è suriettiva; b $V = \ker f \oplus \text{Imm } f$; c $\ker f = \text{Imm } f$; d Nessuna delle precedenti.
2. Quante soluzioni ha in \mathbb{R}^3 il sistema $AX=0$ con $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$? a 0; b 1; c ∞ ; d 2.
3. La conica di equazione $(x+y)^2 - (x+y) = 0$ è:
 a un'ellisse; b una parabola; c un'iperbole; d nessuna delle precedenti.
4. La forma di Jordan di $f(x, y) = (6x - 4y, -4x + 6y)$ è:
 a $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; d nessuna delle precedenti.
5. Quali delle seguenti espressioni per $b((x, y), (x', y'))$ definisce un'applicazione bilineare?
 a $(x+y)^2 + (x'+y')^2$; b $xx' + 2xy' + yy'$; c $x^2 + 2xy + y^2$; d $x - y'$.
6. La matrice associata a $f(x, y) = (2x - y, y - x)$ nella base di \mathbb{R}^2 formata da $v_1 = e_1 + e_2, v_2 = e_1$ è:
 a $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
7. La matrice, in base canonica, della forma bilineare $b((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = x_1y_1 + x_1y_2 - 2x_2y_2$ è:
 a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
8. la segnatura (n_0, n_+, n_-) di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ è? a $(2, 1, 0)$; b $(1, 1, 1)$; c $(0, 1, 1)$; d $(1, 0, 2)$.
9. Quale delle seguenti matrici non è diagonalizzabile?
 a $\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; d Lo sono tutte le precedenti.
10. In \mathbb{R}^2 lo span di $\{(x, y) \mid xy = 0\}$ è: a \mathbb{R}^2 ; b $\{x = 0\}$; c nessuna delle altre; d $\{y = 0\}$.
11. Quale di questi è un sottospazio vettoriale di $\mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$?
 a $\{A \mid A = A^T\}$; b $\{A \mid \det(A) \neq 0\}$; c $\{A \mid \det(A) = 0\}$; d nessuno.
12. La proiezione ortogonale di $(2, 4, -1)$ lungo $(1, 1, 0)$ è:
 a $(6, 12, -3)$; b $(6/21, 6/21, 0)$; c $(3, 3, 0)$; d $(2/3, 4/3, -1/3)$.
13. Sia V uno spazio vettoriale su un campo \mathbb{K} . Quale affermazione è necessariamente vera?
 a V ha una base; b $\dim(V) < \infty$; c V è infinito; d V ha un numero finito di vettori.
14. Quali sono equazioni cartesiane per $\text{span}\{(1, 2, 0, 0), (0, 1, 0, -3)\} \subseteq \mathbb{R}^4$? a $2x + 3y - z = 0, t - x = 0$; b $z = 0, 6x - 3y - t = 0$; c $x + y = 0, x - 3t = 0$; d $6x - 3y + 2z + t = 0$.
15. Il rango su \mathbb{C} della matrice $\begin{pmatrix} 1 & i & 1+i & 1-i \\ 1+i & i-1 & 2i & 2 \\ i & -1 & i-1 & 1+i \end{pmatrix}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

6. ♠ 11. ♥

1. a

2. c

3. d

4. a

5. b

6. a

7. b

8. b

9. c

10. a

11. a

12. c

13. a

14. b

15. a

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. La dimensione di $\{f \in \text{hom}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3) \mid e_1 + e_2 \in \ker(f)\}$ è: a 2; b 4; c 6; d 9.
2. Una base dello spazio delle soluzioni del sistema $AX = 0$ con $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ è:
 a $(1, 0, 0)$; b $(0, 1, 0)$; c $(0, 0, 1)$; d Nessuna delle altre.
3. In \mathbb{R}^3 la distanza tra $(1, 0, 3)$ ed il piano passante per i punti $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 2)$ è:
 a 1; b 2; c 3; d 4.
4. La forma di Jordan di $f(x, y) = (6x - 4y, 9x - 6y)$ è:
 a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; d nessuna delle precedenti.
5. Detti $x = (x_1, x_2, x_3)$ e $y = (y_1, y_2, y_3)$, quale tra queste è una forma bilineare?
 a $f(x, y) = x_1y_2 - 34x_1y_1$; b $f(x, y) = x_2y_2 + 1$; c $f(x, y) = 2x_1y_2 - 2y_1y_2$; d $f(x, y) = x_1y_2 - y_1^2$.
6. Sia $f \in \text{hom}(\mathbb{R}_{\leq 2}[x], \mathbb{R}_{\leq 3}[x])$ dato da $f(p) = xp(x)$. La sua matrice nelle basi canoniche è:
 a $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; d nessuna delle precedenti.
7. La matrice associata alla forma bilineare $b((x, y), (x', y')) = (x + y)(x' + y')$ in base canonica è:
 a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.
8. La forma bilineare di \mathbb{R}^2 associata a $\begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ è definita positiva:
 a mai; b sempre; c solo se $x > 0$; d solo se $x \neq 0$.
9. Per quali dei seguenti valori di x la matrice $\begin{pmatrix} e^x & \log x \\ 0 & e^x \end{pmatrix}$ risulta diagonalizzabile su \mathbb{R} ?
 a 1; b 2; c 3; d 4.
10. Un sottoinsieme A di uno spazio vettoriale V è un sottospazio vettoriale se:
 a Contiene lo zero; b non contiene lo zero; c $\text{span}(A) = A$; d nessuna delle altre.
11. Detta e_1, e_2, e_3, e_4 la base canonica di \mathbb{R}^4 , quale sottospazio è in somma diretta con $\text{span}(e_1, e_3)$?
 a $\text{span}(e_2, e_4)$; b $V = \text{span}(e_1)$; c $\{x = 0\}$; d $\text{span}(e_1, e_2, e_3)$.
12. Quante affinità di \mathbb{R}^2 esistono che mandano $e_1, 2e_2$ in $e_2, e_1 - e_2$?
 a 0; b infinite; c 1; d nessuna delle precedenti
13. Le coordinate di $(1, -1, 2)$ rispetto alla base $\{(1, 0, 1), (0, -1, 2), (1, 1, 1)\}$ di \mathbb{R}^3 sono:
 a $(0, 0, 0)$; b $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{-1}{2})$; c $(3, 1, -1)$; d $(1, -1, 2)$.
14. L'equazione del piano passante per $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 1)$ e $(0, -2, 0)$ è
 a $2x - y + 3z = 2$; b $x + y + z = 0$; c $2x - y + 3z = 0$; d nessuna
15. Il rango della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

6. ♠ 11. ◇

1. c

2. c

3. a

4. b

5. a

6. c

7. b

8. c

9. a

10. c

11. a

12. b

13. b

14. a

15. c

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Se $\dim(V) = +\infty$ allora: a $\dim(\text{End}(V)) = +\infty$; b $\dim(\text{End}(V)) = n^2$;
 c $\text{End}(V)$ non è uno spazio vettoriale; d Nessun elemento di $\text{End}(V)$ è invertibile.
2. Una base dello spazio delle soluzioni del sistema $AX = 0$ con $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ è:
 a $(1, 0, 0)$; b $(0, 1, 0)$; c $(0, 0, 1)$; d Nessuna delle altre.
3. In \mathbb{R}^3 la distanza tra il piano $x - y + z = 1$ e $(0, 2, 0)$ è: a 0; b 1; c $\sqrt{3}$; d $\frac{1}{\sqrt{3}}$.
4. Qual è la dimensione massima dei blocchi della forma di jordan di $f(x, y, z) = (x + y, x + 2y, z)$?
 a 1; b 2; c 3; d 4.
5. Quale delle seguenti funzioni è lineare?
 a $f(x, y) = x^2 + y$; b $f(x, y) = (x + y, y - 1)$; c $f(x, y) = (x + 2y, 0)$; d Nessuna.
6. La matrice associata a $f(x, y) = (x, x - y)$ rispetto alla base $(1, -1), (1, 0)$ è:
 a $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$
7. Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^3)$ la forma simmetrica associata alla forma quadratica $q(x, y, z) = x^2 + z^2 + 4xy + 2xz$.
 La matrice di b rispetto alla base canonica è:
 a $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 6 & 2 \\ 6 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
8. La matrice associata al prodotto scalare standard rispetto alla base $(1, 2), (3, 4)$ è:
 a $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 16 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}$.
9. Sia $A \in \mathcal{M}_{4 \times 4}(\mathbb{C})$ diagonalizzabile con autovalori $0, 1, -1$. Se $m_a(0) = 2$ ha allora:
 a $\text{rango}(A) = 2$; b $\dim(\ker A) = 1$; c $\dim(\ker A) < 2$; d $\text{rango}(A) \geq 3$.
10. Sia $X = \{-3x + y = 98, 3y - 4z = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$; $\text{span}(X)$ ha dimensione a 3; b 2; c 1; d 0.
11. Sia W sottospazio di V . Qual è falsa? a Ogni sottospazio di V interseca W ; b Ogni sottospazio di W è sottospazio di V ; c Ogni base di V contiene un vettore di W ; d Nessuna.
12. In \mathbb{R}^4 l'ortogonale di $V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x = y, z = -t\}$ è: a $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y\}$;
 b $\text{span}\{e_1 + e_2 + e_3, e_3 - e_1\}$; c $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - y = 0, z + t = 0\}$; d $\text{span}\{e_1 - e_2, e_3 + e_4\}$.
13. La dimensione di \mathbb{C}^2 su \mathbb{R} è a 1; b 2; c 3; d 4.
14. Se $\pi_1 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x = t, y + 2z = 1\}$ e $\pi_2 = \text{span}\{(1, 0, 0, 1), (0, 1, -2, 0)\}$, allora:
 a $\pi_1 \cap \pi_2$ è un punto; b $\pi_1 \cap \pi_2$ è una retta; c $\text{Giac}(\pi_1) = \text{Giac}(\pi_2)$; d $\pi_1 = \pi_2$.
15. Il rango della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & -5 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

6. ♠ 11. ♣

1. a

2. d

3. c

4. a

5. c

6. c

7. d

8. d

9. a

10. b

11. c

12. d

13. d

14. b

15. b

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. La dimensione di $\{f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2 : f(1, 1, 0) \in \text{span}(1, 1)\}$ è: a 6; b 5; c 4; d 3
2. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x - iy - z = 0 \\ y = i(z - x) + 1 \end{cases}$ su \mathbb{C} ? a 0; b 4; c 2; d infinite.
3. In \mathbb{R}^3 la distanza di $(1, 1, 1)$ dal piano $y + z = 0$ è: a 1; b π ; c $\sqrt{2}$; d $2\sqrt{2}$.
4. Quanti blocchi ha la forma di Jordan della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$?
 a 1; b 2; c 3; d La matrice non ammette forma di Jordan.
5. Quali delle seguenti formule definisce un'applicazione lineare $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$? $f(x, y, z) =$
 a $(x + y)^2 - (x - y)^2 + z - 4xy$; b $2x + 4xy$; c $2x + 1$; d $x^2 + y + x$.
6. La matrice del coniugio di \mathbb{C} rispetto alla base $\{1, i\}$ su \mathbb{R} è:
 a $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
7. Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^3)$ la forma simmetrica con forma quadratica $x^2 + 2xy + y^2 + 2z^2$. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di b è: a $(1, 2, 0)$; b $(2, 1, 0)$; c $(1, 0, 2)$; d $(1, 1, 1)$.
8. La segnatura (n_0, n_+, n_-) della forma $b(p, q) = p(0)q(0) - \frac{1}{2} \int_{-1}^1 p(x)q(x) dx \in \text{bil}(\mathbb{R}_{\leq 2}[x])$ è:
 a $(1, 0, 2)$; b $(1, 1, 1)$ c $(0, 2, 1)$; d $(0, 1, 2)$.
9. Quale delle seguenti matrici è diagonalizzabile su \mathbb{R} ?
 a Nessuna delle seguenti; b $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$.
10. Quale di questi è un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^2 ? a $\{(x, y) \mid \cos(x + y) = 0\}$;
 b $\{(x, y) \mid (x + y)^2 = 0\}$; c $\{(x, y) \mid 11x^2 - 79y = 0\}$; d $\{(x, y) \mid 11x - 79y = 1\}$.
11. Quale di questi è un sottospazio vettoriale di $\mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$?
 a $\{A \mid A = A^T\}$; b $\{A \mid \det(A) \neq 0\}$; c $\{A \mid \det(A) = 0\}$; d nessuno.
12. Sia f l'affinità di \mathbb{R}^2 t.c. $f(0, 0) = (-1, 1)$, $f(1, 0) = (0, 0)$ e $f(1, 1) = (0, 1)$. $f(X)$ è data da:
 a $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} X - \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.
13. Le coordinate di $(1, 1, 0)$ rispetto alla base di \mathbb{R}^3 formata da $e_1 + e_2 + e_3$, e_2 , $e_3 - e_1$, sono:
 a $(1, 0, 1)$; b $(1, 1, 1) - (0, 0, 1)$; c $(1/2, 1/2, -1/2)$; d $(1/2, 1/2, 1/2)$.
14. L'equazione del piano ortogonale a $r(t) = (t, t + 1, 2t)$ e passante per $(-1, 1, 3)$ è:
 a $x + y + 2z - 6 = 0$; b $x - y + 2z - 3 = 0$; c $x - y + 2z + 4 = 0$; d $-x + y + 2z - 8 = 0$.
15. L'inversa di $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ è: a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; d $\frac{1}{2}A^T$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

6. \diamond 11. \clubsuit

1. b

2. a

3. c

4. c

5. a

6. c

7. a

8. d

9. a

10. b

11. a

12. d

13. c

14. a

15. d