**Nome** ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

**1.** La dimensione del ker di $f(x,y,z) = (x, x-y, x-z)$ è: $\boxed{\text{a}}$ 0; $\boxed{\text{b}}$ 1; $\boxed{\text{c}}$ 2; $\boxed{\text{d}}$ 3.

**2.** Una base dello spazio delle soluzioni del sistema $AX = 0$ con $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ è:

$\boxed{\text{a}}$ $(1,0,0)$; $\boxed{\text{b}}$ $(0,1,0)$; $\boxed{\text{c}}$ $(0,0,1)$; $\boxed{\text{d}}$ Nessuna delle altre.

**3.** In $\mathbb{R}^3$ la distanza tra il piano $\pi : x - y + z = 1$ e $P = (2,0,0)$ è: $\boxed{\text{a}}$ 0; $\boxed{\text{b}}$ 1; $\boxed{\text{c}}$ $\sqrt{3}$; $\boxed{\text{d}}$ $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

**4.** Quanti bolcchi ha la forma di Jordan della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$?

$\boxed{\text{a}}$ 1; $\boxed{\text{b}}$ 2; $\boxed{\text{c}}$ 3; $\boxed{\text{d}}$ La matrice non ammette forma di Jordan.

**5.** Detti $x = (x_1, x_2, x_3)$ e $y = (y_1, y_2, y_3)$, quale tra queste è una forma bilineare?
$\boxed{\text{a}}$ $f(x,y) = x_1y_2 - 34x_1y_1$; $\boxed{\text{b}}$ $f(x,y) = x_2y_2 + 1$; $\boxed{\text{c}}$ $f(x,y) = 2x_1y_2 - 2y_1y_2$; $\boxed{\text{d}}$ $f(x,y) = x_1y_2 - y_1^2$.

**6.** Quale tra queste è la matrice di una rotazione di $\frac{\pi}{2}$ in senso orario in $\mathbb{R}^2$?
$\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ $\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$.

**7.** La matrice di $b(p,q) = p(0)q(0) + p(1)q(1) + p(-1)q(-1)$ nella base $x+1, x-1$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ è:
$\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

**8.** Per quali $x \in \mathbb{R}$ la forma bilineare di $\mathbb{R}^2$ associata a $\begin{pmatrix} x^2+1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ è definita positiva?

$\boxed{\text{a}}$ per nessun $x$; $\boxed{\text{b}}$ per ogni $x$; $\boxed{\text{c}}$ solo se $x > 0$; $\boxed{\text{d}}$ solo se $x \neq 0$.

**9.** Sia $f(x,y,z) = (x + 2y, y - z, x + y + z)$. Quali dei seguenti è autovettore di $f$?
$\boxed{\text{a}}$ $(1,-1,-1)$; $\boxed{\text{b}}$ $(1,1,1)$ ; $\boxed{\text{c}}$ $(1,2,3)$; $\boxed{\text{d}}$ nessuno dei precedenti.

**10.** In $\mathbb{R}^4$ siano $V = \text{span}\{e_1 - e_2, 3e_4\}$ e $W = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y = 0, 3x + z + t = 0\}$.
La dimensione di $V + W$ è: $\boxed{\text{a}}$ 4; $\boxed{\text{b}}$ 3; $\boxed{\text{c}}$ 2; $\boxed{\text{d}}$ 1.

**11.** Quanti elementi ha $V = \{(x,y,z) \in (\mathbb{Z}_2)^3 \mid x + y = 0\}$? $\boxed{\text{a}}$ 1; $\boxed{\text{b}}$ 2; $\boxed{\text{c}}$ 6; $\boxed{\text{d}}$ 4.

**12.** In $\mathbb{R}^3$ col prodotto scalare standard, la proiezione di $(1,2,0)$ sull'ortogonale di $(1,1,1)$ è:
$\boxed{\text{a}}$ $(1,0,1)$; $\boxed{\text{b}}$ $(0,1,-1)$; $\boxed{\text{c}}$ $(1,-2,1)$; $\boxed{\text{d}}$ $(-1,0,1)$.

**13.** Le coordinate di $(1-x)^2$ rispetto alla base $1, 1+x, x^2$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ sono:
$\boxed{\text{a}}$ $(1,1,1)$; $\boxed{\text{b}}$ $(3,-2,1)$; $\boxed{\text{c}}$ $(1,-1,0)^2$; $\boxed{\text{d}}$ $(1,-2,1)$.

**14.** $W = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | 7x - y + 36z = 0, x - 2y = 0\}$ ha equazioni parametriche: $\boxed{\text{a}}$ $x = s$, $y = s$, $z = 4s$; $\boxed{\text{b}}$ $x = \frac{72}{13}s, y = \frac{-36}{13}s, z = t$; $\boxed{\text{c}}$ $x = s, y = z = t$; $\boxed{\text{d}}$ $x = \frac{-72}{13}t, y = \frac{-36}{13}t, z = t$.

**15.** Quale matrice commuta con $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$? $\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $A^2$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♡ 2.♡ 3.♠ 4.♠ 5.♣ 6.♣ 7.♠ 8.♢ 9.♣ 10.♢ 11.♡ 12.♡ 13.♠ 14.♣ 15.♡

# Risposte esatte

6. ♣ 11. ♡

**1.** a

**2.** c

**3.** d

**4.** b

**5.** a

**6.** b

**7.** c

**8.** b

**9.** d

**10.** a

**11.** d

**12.** b

**13.** b

**14.** d

**15.** b

**Nome** ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

**1.** La dimensione di $\mathrm{End}(\mathbb{R})$ è: $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ $\mathrm{End}(\mathbb{R})$ non è definito.

**2.** Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^3$ il sistema $\begin{cases} x = 1 \\ z + y = 1 \end{cases}$ ? $\boxed{a}$ infinite; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 3.

**3.** In $\mathbb{R}^3$, la distanza tra $P = (0, -1, 1)$ ed il piano $\pi$ di equazione $x - y - z = 1$ è:
$\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ -1; $\boxed{d}$ $1/\sqrt{3}$.

**4.** Quanti blocchi ha la forma di jordan di $f(x, y, z) = (x + y, x + 2y, z)$?
$\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

**5.** Quale delle seguenti funzioni è lineare?
$\boxed{a}$ $f(x, y, z) = (x, x)$; $\boxed{b}$ $f(x, y, z) = (x + 1, y, z)$; $\boxed{c}$ $f(x, y, z) = xy$; $\boxed{d}$ $f(x, y, z) = 1$.

**6.** Sia $f(x, y) = (x + 2y, -x + y) \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^2)$. La matrice di $f$ nella base $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ è:

$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$.

**7.** La matrice della forma $b(x, y) = 2x_1y_1 - 3x_1y_2$ rispetto alla base $\{(2, -1), (3, 2)\}$ di $\mathbb{R}^2$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 21 & 0 \\ 0 & -18 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 18 & 0 \\ 36 & -9 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 14 & 0 \\ 21 & 0 \end{pmatrix}$.

**8.** La segnatura di $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ è: $\boxed{a}$ $(0, 1, 2)$; $\boxed{b}$ $(1, 1, 1)$; $\boxed{c}$ $(2, 0, 1)$; $\boxed{d}$ $(0, 2, 1)$.

**9.** Il polinomio caratteristico di $f(x, y, z) = (x + y, x + y, z - x)$ è
$\boxed{a}$ $x(x - 1)(1 - x)$; $\boxed{b}$ $x^2 - 1$; $\boxed{c}$ $(x - 1)^3$; $\boxed{d}$ $x(1 - x)(x - 2)$.

**10.** Siano $V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid z = 0, y = 2x+t\}$, e $W = \mathrm{span}\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 2, 1)\}$. $\dim(V+W)$ è uguale a: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

**11.** Siano $V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x = 0, y = z - t\}$ e $W = \mathrm{span}\{(0, 1, 1, 0), (0, 0, 1, 1)\}$. Qual è la dimensione di $V \cap W$? $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 3.

**12.** Quali delle seguenti è una base ortonormale per il prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^2$?
$\boxed{a}$ $e_1, e_1 + e_2$; $\boxed{b}$ $e_2 + e_1, e_1 - e_2$; $\boxed{c}$ $e_1 - e_2, e_2 - e_1$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

**13.** Le coordinate di $(1 + x)$ rispetto alla base $1, 1 + x, x^2$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ sono:
$\boxed{a}$ $(1, 1, 0)$; $\boxed{b}$ $(1, 0, 0)$; $\boxed{c}$ $(0, 1, 0)$; $\boxed{d}$ $(0, 0, 1)$.

**14.** Dati $\pi_1 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + t = 0, x - y + 2z - 1 = 0\}$ e $\pi_2 = \mathrm{span}\{(1, 0, -2, 0), (0, 1, 1, 1)\}$:
$\boxed{a}$ $\pi_1 \cap \pi_2$ è un punto; $\boxed{b}$ $\pi_1 \cap \pi_2$ è una retta; $\boxed{c}$ $\mathrm{Giac}(\pi_1) = \mathrm{Giac}(\pi_2)$; $\boxed{d}$ $\pi_1 = \pi_2$.

**15.** Il rango di $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & i & 0 \\ i & 1 & 1+i & 1-i & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -i & 1 & 0 \end{pmatrix}$ è: $\boxed{a}$ 1 ; $\boxed{b}$ 2 ; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♡ 2.♡ 3.♠ 4.♠ 5.♣ 6.♡ 7.♠ 8.♢ 9.♣ 10.♢ 11.♣ 12.♡ 13.♠ 14.♣ 15.♡

# Risposte esatte

## 6. ♡ 11. ♣

**1.** b

**2.** c

**3.** d

**4.** c

**5.** a

**6.** d

**7.** d

**8.** d

**9.** d

**10.** c

**11.** c

**12.** d

**13.** c

**14.** a

**15.** d

**Nome** ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

**1.** La dimensione di $\{f \in \hom(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^2) : f(\mathbb{R}^3) \subset \operatorname{span}(0,1), f(1,0,0) = (0,0)\}$ è:
$\boxed{a}$ 6; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 4; $\boxed{d}$ 2.

**2.** Una base delle soluzioni del sistema $\begin{cases} y + 2z = 0 \\ x + y + 2z - t = 0 \\ 2x - y - 2z - 2t = 0 \end{cases}$ è:
$\boxed{a}$ $(1,1,1,1),(1,2,3,1)$ ; $\boxed{b}$ $(1,0,0,1),(1,-2,1,1)$; $\boxed{c}$ $(0,2,-1,0)$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

**3.** In $\mathbb{R}^3$, la distanza tra $P = (1,-1,1)$ ed il piano $\pi$ di equazione $x - y - z = 1$ è:
$\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ -1; $\boxed{d}$ $\sqrt{2}$.

**4.** Qual è la dimensione massima dei blocchi della forma di jordan di $f(x,y,z) = (x, 2x+y, 3x+2y+z)$? $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

**5.** Quale tra queste è una forma bilineare su $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$?
$\boxed{a}$ $b(p,q) = p(0)$; $\boxed{b}$ $b(p,q) = p(0)q(1)$; $\boxed{c}$ $b(p,q) = p(0)q(0)^2$; $\boxed{d}$ $b(p,q) = p(0) + q(0)$.

**6.** Sia $f \in \hom(\mathbb{R}_{\leq 2}[x], \mathbb{R}_{\leq 3}[x])$ dato da $f(p) = xp(x)$. La sua matrice nelle basi canoniche è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

**7.** La matrice della forma $b(x,y) = x_1y_1 - 2x_3y_2 + 4x_2y_3$ su $\mathbb{R}^3$ rispetto alla base $(e_1+e_2, e_1-e_2, 2e_3)$ è: $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & -8 \\ -4 & 4 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

**8.** La matrice associata al prodotto scalare standard rispetto alla base $(1,0),(1,-1)$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

**9.** Sia $f \in \operatorname{End}(\mathbb{C}^4)$ data da $f(x,y,z,t) = (y, -x, iz, z+it)$. La molteplicità geometrica di $i$ è:
$\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

**10.** Siano $W_1, W_2, W_3, U < \mathbb{R}^n$ tali che $U = W_1 \oplus W_2$ e $\mathbb{R}^n = U \oplus W_3$. Allora: $\boxed{a}$ $W_1 \cap W_3 = 0$; $\boxed{b}$ $\dim(U) > \dim(W_3)$; $\boxed{c}$ $\dim(U) < \dim(W_3)$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

**11.** Un sottoinsieme di uno spazio vettoriale $V$ é un sottospazio vettoriale se: $\boxed{a}$ Contiene lo zero; $\boxed{b}$ è diverso da zero; $\boxed{c}$ non contiene lo zero; $\boxed{d}$ nessuna delle altre.

**12.** Quali delle seguenti è una base ortonormale per il prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^2$?
$\boxed{a}$ $e_1, e_1 - e_2$; $\boxed{b}$ $e_2, e_1$; $\boxed{c}$ $e_1 - e_2, e_2 - e_1$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

**13.** Le coordinate di $(1+x)^2$ rispetto alla base $1, 1+x, x^2$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ sono:
$\boxed{a}$ $(1,1,1)$; $\boxed{b}$ $(1,2,1)$; $\boxed{c}$ $(0,1,0)^2$; $\boxed{d}$ $(-1,2,1)$.

**14.** L'equazione del piano affine di $\mathbb{R}^3$ passante per $(1,0,1),(1,1,2)$ e $(2,1,2)$ è:
$\boxed{a}$ $x + y - 1 = 0$ $\boxed{b}$ $x - y - z = 0$; $\boxed{c}$ $x = 1$; $\boxed{d}$ $y - z + 1 = 0$.

**15.** Il rango di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ è: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♡ 2.♡ 3.♠ 4.♠ 5.♣ 6.♡ 7.♠ 8.♢ 9.♣ 10.♢ 11.♡ 12.♡ 13.♠ 14.♣ 15.♡

# Risposte esatte

## 6. ♡ 11. ♡

**1.** d

**2.** b

**3.** a

**4.** c

**5.** b

**6.** c

**7.** c

**8.** b

**9.** b

**10.** a

**11.** d

**12.** b

**13.** d

**14.** d

**15.** b

**Nome** ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

**1.** La dimensione di $\{f \in \hom(\mathbb{C}^3, \mathbb{C}^2) \mid e_1, e_2 - ie_3 \in \ker(f)\}$ è $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

**2.** Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^4$ il sistema $\begin{cases} t - z = 0 \\ x = x \end{cases}$ $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 4; $\boxed{c}$ 8; $\boxed{d}$ infinite.

**3.** In $\mathbb{R}^3$ la distanza tra $(2, 2, 0)$ ed il piano passante per i punti $(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 2)$ è:
$\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

**4.** Sia $f : \mathbb{R}_{\leq 2}[x] \to \mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ la derivata. La forma di Jordan di $f$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

**5.** Quali delle seguenti espressioni per $b((x, y), (x', y'))$ definisce un'applicazione bilineare?
$\boxed{a}$ $(x + y)^2 + (x' + y')^2$; $\boxed{b}$ $xx' + 2xy' + yy'$; $\boxed{c}$ $x^2 + 2xy + y^2$; $\boxed{d}$ $x - y'$.

**6.** La matrice associata a $f(x, y) = (x + y, x - y)$ rispetto alla base $v_1 = (1, 1), v_2 = (1, -1)$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

**7.** La matrice della forma $b(x, y) = 2x_1y_1 - 3x_2y_1 + x_3y_2$ rispetto alla base $\{e_3, e_2, e_1\}$ di $\mathbb{R}^3$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

**8.** La forma bilineare su $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ definita da $b(p, q) = p(1)q(1)$ è:
$\boxed{a}$ simmetrica; $\boxed{b}$ antisimmetrica; $\boxed{c}$ un prodotto scalare; $\boxed{d}$ definita positiva.

**9.** Quali sono gli autovalori dell'endomorfismo di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ definito da $f(X) = X + X^T$?
$\boxed{a}$ $\pm 1$; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 0, 2; $\boxed{d}$ $1, -1, 0, 2$.

**10.** Siano dati in $\mathbb{R}^3$ i sottospazi $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - 2y = 0, x - y + z = 0\}$ e $V = \operatorname{span}\{e_1 + e_2, 2e_1 - e_3\}$. La dimensione di $V \cap W$ è: $\boxed{a}$ infinita ; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ 0.

**11.** Sia $W$ un sottospazio di uno spazio vettoriale $V$. Se $V \neq W$, allora:
$\boxed{a}$ $V$ ha una base fatta di vettori che non stanno in $W$; $\boxed{b}$ Ogni base di $V$ contiene una base di $W$; $\boxed{c}$ Ogni base di $V$ si estende a base di $W$; $\boxed{d}$ Nessuna delle precedenti.

**12.** Quali delle seguenti è una base ortogonale per il prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^2$?
$\boxed{a}$ $e_1, e_1 + e_2$; $\boxed{b}$ $e_2 + e_1, e_2$; $\boxed{c}$ $e_1 + e_2, e_2 - e_1$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

**13.** Le coordinate di $(1 + x)^2$ rispetto alla base $1, 1 + x, x^2$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ sono:
$\boxed{a}$ $(1, 1, 1)$; $\boxed{b}$ $(1, 2, 1)$; $\boxed{c}$ $(0, 1, 0)^2$; $\boxed{d}$ $(-1, 2, 1)$.

**14.** Quali sono equazioni cartesiane per $V = \operatorname{span}\{(1, 2, i), (i, 0, -3)\} \subseteq \mathbb{C}^3$?
$\boxed{a}$ $3x - y + iz = 0$; $\boxed{b}$ $6x + 3y + iz = 0$; $\boxed{c}$ $x + y = 0$; $\boxed{d}$ $6x - 3y + 2z = 0$.

**15.** L'inversa di $A = \begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{pmatrix}$ è: $\boxed{a}$ $A$ non è invertibile; $\boxed{b}$ $\frac{A+A^T}{2}$; $\boxed{c}$ $A^2$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}A^T$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♡ 2.♡ 3.♠ 4.♠ 5.♣ 6.♡ 7.♠ 8.♢ 9.♣ 10.♢ 11.♠ 12.♡ 13.♠ 14.♣ 15.♡

# Risposte esatte

## 6. ♡ 11. ♠

**1.** b

**2.** c

**3.** b

**4.** a

**5.** b

**6.** a

**7.** a

**8.** a

**9.** c

**10.** d

**11.** a

**12.** c

**13.** d

**14.** a

**15.** a

**Nome** ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

**1.** Se $f \in \hom(V,W)$ con $V,W$ spazi vettoriali di dimensione finita, allora: $\boxed{a}$ $\mathrm{Imm}\, f \neq \{0\}$; $\boxed{b}$ $\dim(\mathrm{Imm}\, f) > \dim(\ker f)$; $\boxed{c}$ $\ker f \neq \{0\}$; $\boxed{d}$ $\dim(\mathrm{Imm}\, f) \leq \dim(V)$.

**2.** Sia $W$ il sottospazio di $\mathbb{C}^4$ dato da $W = \{x + iy + z + t = 0, 2y - iz = 0, x - iy + t = 0\}$.
$\boxed{a}$ $\dim(W) = 1$; $\boxed{b}$ $\dim(W) = 2$; $\boxed{c}$ $\dim(W) = 3$; $\boxed{d}$ $\dim(W) = 4$.

**3.** In $\mathbb{R}^3$ la distanza tra l'asse $z$ ed il punto $(1,2,3)$ è: $\boxed{a}$ $\sqrt{3}$; $\boxed{b}$ $\sqrt{5}$; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 1.

**4.** Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $f(x,y,z,s,t) = (0, -y+z, -y+z, t, 0)$?
$\boxed{a}$ 4; $\boxed{b}$ 3; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 1.

**5.** Detti $x = (x_1,x_2,x_3)$ e $y = (y_1,y_2,y_3)$, quale tra queste è una forma bilineare? $\boxed{a}$ $f(x,y) = x_1^2 - 34x_1y_1$; $\boxed{b}$ $f(x,y) = x_2y_2 + 2x_3y_1$; $\boxed{c}$ $f(x,y) = 2x_1y_2 - 2y_1y_2$; $\boxed{d}$ $f(x,y) = 7y_2 - y_1x_3$.

**6.** La matrice associata a $f(x,y) = (x+y, x+y)$ rispetto alla base $v_1 = (1,-1), v_2 = (1,-1)$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $v_1, v_2$ non è una base.

**7.** La matrice, nella base canonica, della forma $b(x,y) = x_1y_1 - x_1y_3 + 3x_2y_1$ su $\mathbb{R}^3$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

**8.** In $\mathbb{R}^2$ munito del prodotto scalare di matrice in base canonica $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, la distanza tra $(1,2)$ e $(3,3)$ è: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ $\sqrt{2}$; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ $2\sqrt{2}$.

**9.** Gli autovalori di $f(x,y,z) = (y, 2x - z, y)$ sono: $\boxed{a}$ $1,0,2$; $\boxed{b}$ $-1,0$; $\boxed{c}$ $1,-1,0$; $\boxed{d}$ $1,0$.

**10.** Sia $I \subset \mathbb{R}^4$ definito da $I = \{(\sin\theta, \cos\theta, \sin\theta, -\cos\theta) : \theta \in [0,1]\}$ e sia $W = \mathrm{span}(I)$.
$\boxed{a}$ $\dim(W) = 4$; $\boxed{b}$ $\dim(W) = 1$; $\boxed{c}$ $\dim(W) = 2$; $\boxed{d}$ $\dim(W) = 3$.

**11.** Siano dati in $\mathbb{C}^3$ i sottospazi $V = \mathrm{span}\{ie_1, e_1 + ie_2\}$ e $W = \{(x,y,z) \in \mathbb{C}^3 \mid x - 2y = 0, 3x + iz = 0\}$. La dimensione di $V + W$ è: $\boxed{a}$ 3; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ 0.

**12.** Quali delle seguenti è una base ortogonale per il prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^2$?
$\boxed{a}$ $e_1, e_1 + e_2$; $\boxed{b}$ $2e_2 + e_1, -2e_1 + e_2$; $\boxed{c}$ $e_1 + 2e_2, e_1 - 2e_2$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

**13.** In $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$, le coordinate di $(1+x)^2$ rispetto alla base $v_1 = 1 + x, v_2 = 1, v_3 = 1 + x + x^2$ sono:
$\boxed{a}$ $(1,-1,1)$; $\boxed{b}$ $(2,0,0)$; $\boxed{c}$ $(-1,1,1)$; $\boxed{d}$ $(1,0,0)^2$.

**14.** L'equazione del piano di $\mathbb{R}^3$ passante per i punti $(1,1,0)$, $(1,0,1)$ e $(0,1,1)$ è:
$\boxed{a}$ x+y+z=0; $\boxed{b}$ x+y+z=1; $\boxed{c}$ x+y+z=2; $\boxed{d}$ x+y+z=3.

**15.** Quale delle seguenti matrici di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{Z}_2)$ non commuta con $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$?
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ Commutano tutte le precedenti.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♡ 2.♡ 3.♠ 4.♠ 5.♣ 6.♡ 7.♠ 8.◇ 9.♣ 10.◇ 11.◇ 12.♡ 13.♠ 14.♣ 15.♡

# Risposte esatte

## 6. ♡ 11. ♢

**1.** d

**2.** b

**3.** b

**4.** b

**5.** b

**6.** d

**7.** b

**8.** b

**9.** c

**10.** c

**11.** a

**12.** b

**13.** a

**14.** c

**15.** d

**Nome** ________________ **Cognome** ____________________ **Matricola** __________

**1.** L'immagine di $f \in \hom(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^3)$ associata alla matrice $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ha dimensione: [a] 0; [b] 2; [c] 4; [d] nessuna delle precedenti.

**2.** Una base dello spazio delle soluzioni del sistema $AX = 0$ con $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ è:

[a] $(1,0,0)$; [b] $(0,1,0)$; [c] $(0,0,1)$; [d] Nessuna delle altre.

**3.** In $\mathbb{R}^2$ la distanza tra $(2,-1)$ e la retta $r = \{x + 2y = 2\}$ è: [a] $\frac{2}{\sqrt{5}}$; [b] $\sqrt{5}$; [c] 0; [d] $\sqrt{\frac{2}{5}}$.

**4.** Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$? [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

**5.** Detti $x = (x_1, x_2, x_3)$ e $y = (y_1, y_2, y_3)$, quale tra queste è una forma bilineare?
[a] $f(x,y) = x_1 + y_2$; [b] $f(x,y) = x_1y_2 + 1$; [c] $f(x,y) = x_1y_2 - y_1y_3$; [d] $f(x,y) = x_1y_2 - y_1x_3$.

**6.** La matrice associata a $f(x,y) = (2x + y, y - x)$ nella base di $\mathbb{R}^2$ formata da $v_1 = e_2, v_2 = e_1$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

**7.** La matrice della forma bilineare su $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$, definita da $b(p,q) = p'(0)q(0) + p(0)q(0) + p(0)q'(0)$, rispetto alla base $v_1 = 1 + x^2, v_2 = 1 - x - x^2, v_3 = x + 2$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 8 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 8 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 8 \end{pmatrix}$.

**8.** Quali delle seguenti matrici rappresenta una forma bilineare definita positiva?
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 9 & -6 \end{pmatrix}$.

**9.** Quale tra queste matrici è diagonalizzabile?
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 8 \\ 1 & 2 & 0 \\ 8 & 0 & 3 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 21 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

**10.** Un sottoinsieme $W$ di $\mathbb{R}^n$ è un sottospazio se: [a] Contiene lo zero; [b] $\{v \in \mathbb{R}^n : v \notin W\}$ è un sottospazio; [c] Esiste $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^n)$ t.c. $W = \ker(f)$; [d] Nessuna delle precedenti.

**11.** In $\mathbb{R}^4$ la dimensione di $\mathrm{span}\{x + y - 1 = 0, x - y + t + 2 = 0\}$ è: [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

**12.** Quali delle seguenti è una matrice ortogonale?
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

**13.** In $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$, le coordinate di $(1+x)^2$ rispetto alla base $v_1 = 1 + x, v_2 = 1, v_3 = 1 + x + x^2$ sono:
[a] $(1,-1,1)$; [b] $(2,0,0)$; [c] $(-1,1,1)$; [d] $(1,0,0)^2$.

**14.** Scrivere equazioni cartesiane per $V = \mathrm{span}\{(1,-1,0),(0,0,-3)\} \subseteq \mathbb{R}^3$.
[a] $x + y - z = 0$; [b] $3x + 3y + z = 0$; [c] $x + y = 0$; [d] $x + y = 0, z = 0$.

**15.** Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Qual è il rango di $A^TA$? [a] 2 ; [b] 3 ; [c] 4 ; [d] 5.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♡ 2.♡ 3.♠ 4.♠ 5.♣ 6.♠ 7.♠ 8.♢ 9.♣ 10.♢ 11.♠ 12.♡ 13.♠ 14.♣ 15.♡

# Risposte esatte

## 6. ♠ 11. ♠

**1.** d

**2.** c

**3.** a

**4.** b

**5.** d

**6.** d

**7.** a

**8.** b

**9.** b

**10.** c

**11.** c

**12.** d

**13.** a

**14.** c

**15.** a

**Nome** ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

**1.** La dimensione di $\mathrm{Hom}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.

**2.** Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^3$ il sistema $\begin{cases} x = 1 \\ z + y = 1 \end{cases}$ ? a infinite; b 1; c 2; d 3.

**3.** In $\mathbb{R}^3$ le rette $s = \{x + 2y - z + 1 = 0, x - y + 1 = 0\}$ e $r(t) = (t - 1, t, 3t + 3)$ sono tra loro:
a sghembe; b incidenti; c coincidenti; d parallele.

**4.** Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $f(x, y, z, t) = (-x + y - z, -x + y, z + t, t)$?
a 1; b 2; c 3; d 4.

**5.** Quali delle seguenti formule definisce un'applicazione lineare $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$? $f(x, y, z) =$
a $(x + y)^2 - (x - y)^2 + z - 4xy$; b $2x + 4xy$; c $2x + 1$; d $x^2 + y + x$.

**6.** Siano $B = ((1, 0), (1, 1))$ e $B' = ((1, -1), (1, 0))$ due basi di $\mathbb{R}^2$ e sia $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^2)$ definita da $f(x, y) = (x + y, x - y)$. La matrice associata a $f$ nella base $B$ in partenza e $B'$ in arrivo è:
a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

**7.** Sia $b \in \mathrm{bil}(\mathbb{R}^2)$ la forma simmetrica con forma quadratica $x^2 - y^2 + 2xy$. La matrice di $b$ rispetto alla base $(1, 0), (1, 1)$ è: a $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

**8.** La segnatura $(n_0, n_+, n_-)$ della forma bilineare associata alla matrice $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ è:
a $(1, 2, 3)$; b $(0, 1, 2)$; c $(0, 2, 1)$; d $(1, 0, 2)$.

**9.** Se 1 è autovalore per un endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ allora:
a $f(x) = 1$; b $\forall x f(x) = x$; c $f(x) = \lambda x$; d nessuna delle precedenti.

**10.** Quale di questi è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^2$? a $\{(x, y) \mid \cos(x + y) = 0\}$;
b $\{(x, y) \mid (x + y)^2 = 0\}$; c $\{(x, y) \mid 11x^2 - 79y = 0\}$; d $\{(x, y) \mid 11x - 79y = 1\}$.

**11.** Sia $A$ un sottoinsieme di uno spazio vettoriale $V$. Lo span di $A$ è sempre:
a uno spazio vettoriale; b uguale a $V$; c contenuto in $A$; d una base di $V$.

**12.** Quali delle seguenti è una matrice ortogonale?
a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$

**13.** In $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$, le coordinate di $(1 + x)^2$ rispetto alla base $v_1 = 1, v_2 = 1 + x, v_3 = 1 + x + x^2$ sono:
a $(1, 2, 1)$; b $(0, 2, 0)$; c $(-1, 1, 1)$; d $(0, 1, 0)^2$.

**14.** La retta affine di $\mathbb{R}^3$ passante per $(1, 3, 6)$ e parallela a $s(t) = (t + 1, 2t + 2, 3t + 3)$ è:
a $(t, 2t+1, 3t)$; b $x+y = z-2, y = 2x+1$; c $x-y = -2, y = 2x$; d $(t, 2t-1, 3t+3)$.

**15.** Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & i \\ i & 1 & 1 + i & 1 - i \end{pmatrix}$. Il rango di $A^T A$ è: a 1 ; b 2 ; c 3; d 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♡ 2.♡ 3.♠ 4.♠ 5.♣ 6.♠ 7.♠ 8.♢ 9.♣ 10.♢ 11.♡ 12.♡ 13.♠ 14.♣ 15.♡

# Risposte esatte

## 6. ♠ 11. ♡

**1.** b

**2.** c

**3.** d

**4.** b

**5.** a

**6.** d

**7.** d

**8.** c

**9.** d

**10.** b

**11.** a

**12.** d

**13.** c

**14.** b

**15.** b

**Nome** ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

**1.** La dimensione di $\{f \in \hom(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^2) | f(1,0,0) \in \mathrm{span}(1,0) \text{ e } f(0,0,1) = f(0,1,0) = 0\}$ è:
a 1; b 2; c 3; d 4.

**2.** Una base delle soluzioni del sistema $\begin{cases} y + 2z = 0 \\ x + y + 2z - t = 0 \\ 2x - y - 2z - 2t = 0 \end{cases}$ è:
a $(1,1,1,1), (1,2,3,1)$ ; b $(1,0,0,1), (1,-2,1,1)$; c $(0,2,-1,0)$; d nessuna delle precedenti.

**3.** In $\mathbb{R}^3$ le rette $r = \{x = y - z = -1\}$ e $s : \mathrm{span}\{(1,1,-1)\} + (0,0,1)$ sono tra loro:
a sghembe; b parallele; c incidenti; d coincidenti.

**4.** Qual è la dimensione massima dei blocchi di Jordan nella forma canonica di $f(x,y,z,t) = (x - y + z, x - y + z, x - y + z, t)$? a 4; b 3; c 2; d 1.

**5.** Detti $x = (x_1, x_2, x_3)$ e $y = (y_1, y_2, y_3)$, quale tra queste è una forma bilineare?
a $f(x,y) = x_1y_2 - 34x_1y_1$; b $f(x,y) = x_2y_2 + 1$; c $f(x,y) = 2x_1y_2 - 2y_1y_2$; d $f(x,y) = x_1y_2 - y_1^2$.

**6.** La matrice associata a $f(x,y) = (x, x - y)$ rispetto alla base $(1,2), (1,0)$ è:
a $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 \\ 3/2 & 1/2 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$; d nessuna delle precedenti.

**7.** Sia $b \in \mathrm{bil}(\mathbb{R}^2)$ la forma simmetrica con forma quadratica $x^2 - y^2 + 2xy$. La matrice di $b$ rispetto alla base $(1,1), (1,0)$ è: a $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

**8.** Su $\mathbb{R}_{\leq 1}[x]$ con base $1, x$, la matrice associata al prodotto scalare $\langle p, q \rangle = 6 \int_0^1 p(x)q(x)dx$ è:
a $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 8/3 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 12 & 24 \\ 24 & 64 \end{pmatrix}$.

**9.** Sia $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^n)$ e sia $\lambda$ un autovalore di $f$. Allora:
a $\lambda^2$ è autovalore di $f^2$; b $-\lambda$ è autovalore di $f^{-1}$; c $\lambda > 0$; d $f(v) = \lambda v$.

**10.** In $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ siano $V = \mathrm{span}\{p \mid p(0) = 0\}$ e $W = \{p \mid p'(0) = 0\}$. La dimensione di $V + W$ è:
a 0; b 1; c 2; d 3.

**11.** Sia $W$ sottospazio di $V$. Qual è falsa? a Ogni sottospazio di $V$ interseca $W$; b Ogni sottospazio di $W$ è sottospazio di $V$; c Ogni base di $V$ contiene un vettore di $W$; d Nessuna.

**12.** L'ortogonale di $(1,-1,3)$ rispetto a $b(x,y) = 2x_2y_2 + x_2y_3 + x_3y_2$ è:
a $y - z = 0$; b $x + 2y + 2z = 0$; c $y + 6x = 0$; d $x - y = 3z$.

**13.** In $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$, le coordinate di $(1+x)^2$ rispetto alla base $v_1 = 1, v_2 = 1 + x, v_3 = 1 + x + x^2$ sono:
a $(1,2,1)$; b $(0,2,0)$; c $(-1,1,1)$; d $(0,1,0)^2$.

**14.** Quali sono equazioni parametriche per $V = \{x - 4y + z = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$?
a $x = y = s, z = 4s$; b $x = s, y = 3s, z = t$; c $x = 4s - t, y = s, z = t$; d nessuna.

**15.** Il rango della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ -5 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♡ 2.♡ 3.♠ 4.♠ 5.♣ 6.♠ 7.♠ 8.♢ 9.♣ 10.♢ 11.♢ 12.♡ 13.♠ 14.♣ 15.♡

# Risposte esatte

## 6. ♠ 11. ♢

**1.** a

**2.** b

**3.** a

**4.** d

**5.** a

**6.** b

**7.** b

**8.** a

**9.** a

**10.** d

**11.** c

**12.** a

**13.** c

**14.** c

**15.** c

**Nome** ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

**1.** Sia $f \in \hom(\mathbb{R}^5, \mathbb{R}^4)$ con $\ker(f) \subseteq \operatorname{span}\{(1,-1,0,0,1),(2,0,1,0,0),(0,2,1,0,-2)\}$. Allora:
$\boxed{a}$ $\dim(\operatorname{Imm} f) \leq 2$; $\boxed{b}$ $\dim(\operatorname{Imm} f) = 3$; $\boxed{c}$ $\dim(\operatorname{Imm} f) \geq 3$; $\boxed{d}$ $\dim(\operatorname{Imm} f) = 2$.

**2.** Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^4$ il sistema $\begin{cases} t - z = 0 \\ x = x \end{cases}$ $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 4; $\boxed{c}$ 8; $\boxed{d}$ infinite.

**3.** In $\mathbb{R}^3$ le rette $r(t) = (1-t, t-1, 2)$ ed $s(t) = (t-1, 1-t, 1)$ sono tra loro:
$\boxed{a}$ uguali; $\boxed{b}$ parallele; $\boxed{c}$ sghembe; $\boxed{d}$ incidenti.

**4.** Qual è la dimensione massima dei blocchi della forma di jordan di $f(x,y,z) = (x+y, x+2y, z)$?
$\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

**5.** Quale delle seguenti funzioni è lineare?
$\boxed{a}$ $f(x,y) = x^2 + y$; $\boxed{b}$ $f(x,y) = (x+y, y-1)$; $\boxed{c}$ $f(x,y) = x/y$; $\boxed{d}$ Nessuna delle altre.

**6.** La matrice di $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}, z \mapsto iz$ rispetto alla base $\{1, i\}$ su $\mathbb{R}$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

**7.** Sia $b \in bil(\mathbb{R}^3)$ la forma simmetrica associata alla forma quadratica $q(x,y,z) = x^2 + z^2 + 4xy + 2xz$. La matrice di $b$ rispetto alla base canonica è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & 6 & 2 \\ 6 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

**8.** In $\mathbb{R}_{\leq 5}[x]$ distanza tra $x$ e 1 rispetto al prodotto scalare $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(x)q(x)dx$ è:
$\boxed{a}$ $1/\sqrt{5}$; $\boxed{b}$ $1/\sqrt{4}$ ; $\boxed{c}$ $1/\sqrt{3}$; $\boxed{d}$ $1/2$.

**9.** Per quali valori del parametro $k$ la matrice $\begin{pmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k+1 & 0 \\ k & 1 & 1 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile?
$\boxed{a}$ $k \neq 0$; $\boxed{b}$ $k = 1$; $\boxed{c}$ $k \neq 0, 1$ ; $\boxed{d}$ $k = 0$.

**10.** In $\mathbb{R}^3$ siano $r : \{x = y = z + 1\}$ ed $s(t) = (t, t-1, t)$. Lo span di $r$ e $s$ ha dimensione:
$\boxed{a}$ 3; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ lo span di due rette non è definito.

**11.** Siano dati in $\mathbb{R}^4$ i sottospazi $V = \operatorname{span}\{e_1 - e_2, 3e_4\}$ e $W = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y = 0\}$. La dimensione di $V \cap W$ è: $\boxed{a}$ 1 ; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ infinita.

**12.** Quale base è ortonormale per il prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^2$?
$\boxed{a}$ $e_1, -e_2$; $\boxed{b}$ $e_1 + 2e_2, e_1 - e_2$; $\boxed{c}$ $e_1 - e_2, 2e_1 + e_2$; $\boxed{d}$ nessuna delle altre.

**13.** In $\mathbb{R}^4$ le coordinate di $(1,2,3,4)$ nella base $v_1 = (1,1,1,1)$, $v_2 = -(0,1,1,1)$, $v_3 = (0,0,1,1)$, $v_4 = (0,0,0,-1)$ sono: $\boxed{a}$ $(1,-1,1,-1)$; $\boxed{b}$ $(1,-2,3,-4)$; $\boxed{c}$ $(1,2,3,4)$; $\boxed{d}$ Nessuna delle altre.

**14.** La retta di $\mathbb{R}^3$ ortogonale al piano $\pi : x - y + z + 1 = 0$ e passante per $P = (1,0,2)$ è:
$\boxed{a}$ $(t, -t+1, t+1)$; $\boxed{b}$ $x = y + 1, z = 2$; $\boxed{c}$ $(t, t-1, 2)$; $\boxed{d}$ $x = y + 1, z = -y + 2$.

**15.** Calcolare l'inversa di $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -3 & -2 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 1 & -\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♡ 2.♡ 3.♠ 4.♠ 5.♣ 6.♠ 7.♠ 8.◇ 9.♣ 10.◇ 11.♣ 12.♡ 13.♠ 14.♣ 15.♡

# Risposte esatte

## 6. ♠ 11. ♣

**1.** c

**2.** c

**3.** b

**4.** a

**5.** d

**6.** a

**7.** d

**8.** c

**9.** c

**10.** a

**11.** a

**12.** a

**13.** a

**14.** a

**15.** b

**Nome** ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

**1.** La dimensione del ker di $f(x, y, z) = (x, x - y, x - z)$ è: $\boxed{\text{a}}$ 0; $\boxed{\text{b}}$ 1; $\boxed{\text{c}}$ 2; $\boxed{\text{d}}$ 3.

**2.** Un sistema lineare di 3 equazioni in 5 incognite: $\boxed{\text{a}}$ non ha soluzione ; $\boxed{\text{b}}$ ha sempre almeno una soluzione; $\boxed{\text{c}}$ ha soluzione solo in certi casi; $\boxed{\text{d}}$ ha sempre una soluzione unica.

**3.** In $\mathbb{R}^3$ le rette $r : \{x = y = z + 1\}$ ed $s(t) = (1, t, 2t)$ sono tra loro
$\boxed{\text{a}}$ parallele; $\boxed{\text{b}}$ incidenti; $\boxed{\text{c}}$ sghembe; $\boxed{\text{d}}$ uguali.

**4.** La forma di Jordan di $f(x, y) = (4x - 4y, 4x - 4y)$ è:
$\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ nessuna delle precedenti.

**5.** Quale tra queste è una forma bilineare su $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$?
$\boxed{\text{a}}$ $b(p, q) = p(0)$; $\boxed{\text{b}}$ $b(p, q) = p(0)q(1)$; $\boxed{\text{c}}$ $b(p, q) = p(0)q(0)^2$; $\boxed{\text{d}}$ $b(p, q) = p(0) + q(0)$.

**6.** Sia $f : \mathbb{R}_{\leq 3}[x] \to \mathbb{R}_{\leq 1}[x]$ la derivata seconda. La sua matrice nelle basi canoniche è:
$\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ nessuna delle precedenti.

**7.** La matrice della forma bilineare du $\mathbb{R}^2$ data da $b((x, y), (x', y')) = xy' + x'y + yy'$ rispetto alla base $\mathcal{B} = \{(1, 1), (0, -1)\}$ è: $\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

**8.** Per quali valori di $t$ al matrice $\begin{pmatrix} t+1 & 2 & t \\ 2 & -t-5 & 1 \\ t & 1 & 1 \end{pmatrix}$ rappresenta un prodotto scalare?
$\boxed{\text{a}}$ $-1 < t < 1$; $\boxed{\text{b}}$ $t > 1$; $\boxed{\text{c}}$ $t < -1$; $\boxed{\text{d}}$ per nessun valore di $t$.

**9.** Gli autovalori della derivata prima, come endomorfismo di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ sono:
$\boxed{\text{a}}$ 0; $\boxed{\text{b}}$ $1, -1$; $\boxed{\text{c}}$ $0, 1, 2$; $\boxed{\text{d}}$ $1, 2$.

**10.** Quale di questi è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{Z}_2[x]$?
$\boxed{\text{a}}$ $\{p \mid p(0) = 1\}$; $\boxed{\text{b}}$ $\{p \mid p = -p\}$; $\boxed{\text{c}}$ $\{p \mid p(0) \neq 0\}$; $\boxed{\text{d}}$ $\{p \mid deg(p) > 1\}$.

**11.** In $\mathbb{R}^4$ sia $V = \text{span}\{(1, 2, 3, 4), (1, 2, 1, 2), (0, 0, 2, 2)\}$ e $W = \{x + y + z - t = 0, z = 2\}$. Si ha:
$\boxed{\text{a}}$ $V \cap W = \emptyset$; $\boxed{\text{b}}$ $\dim(V \cap W) = 1$; $\boxed{\text{c}}$ $V = W$; $\boxed{\text{d}}$ $V \cap W =$ un punto.

**12.** L'ortogonale di $C = \{(t, t^2, t^2) : t \in \mathbb{R}\}$ rispetto al prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^3$ è:
$\boxed{\text{a}}$ $y = z$; $\boxed{\text{b}}$ $\text{span}(0, 1, -1)$; $\boxed{\text{c}}$ $\{0\}$; $\boxed{\text{d}}$ $y = x^2, y - z = 0$.

**13.** In $\mathbb{R}^4$ le coordinate di $(1, 2, 3, 4)$ nella base $v_1 = (1, 1, 1, 1)$, $v_2 = -(0, 1, 1, 1)$, $v_3 = (0, 0, 1, 1)$, $v_4 = (0, 0, 0, -1)$ sono: $\boxed{\text{a}}$ $(1, -1, 1, -1)$; $\boxed{\text{b}}$ $(1, -2, 3, -4)$; $\boxed{\text{c}}$ $(1, 2, 3, 4)$; $\boxed{\text{d}}$ Nessuna delle altre.

**14.** In $\mathbb{R}^3$ l'equazione del piano ortogonale a $r(t) = (t, -t + 1, 2t)$ e passante per $(-1, 1, 3)$ è:
$\boxed{\text{a}}$ $x + y + 2z - 6 = 0$; $\boxed{\text{b}}$ $x - y + 2z - 3 = 0$; $\boxed{\text{c}}$ $x - y + 2z - 4 = 0$; $\boxed{\text{d}}$ $-x + y + 2z - 8 = 0$.

**15.** Sia $A$ una matrice 3x3 a coefficienti reali. Allora $\det(A^t A) =$?
$\boxed{\text{a}}$ 0; $\boxed{\text{b}}$ 1 ; $\boxed{\text{c}}$ $\det A^2$; $\boxed{\text{d}}$ Nessuna delle altre.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

1.♡ 2.♡ 3.♠ 4.♠ 5.♣ 6.♢ 7.♠ 8.♢ 9.♣ 10.♢ 11.♣ 12.♡ 13.♠ 14.♣ 15.♡

# Risposte esatte

## 6. ♢ 11. ♣

**1.** a

**2.** c

**3.** c

**4.** b

**5.** b

**6.** b

**7.** b

**8.** d

**9.** a

**10.** b

**11.** d

**12.** b

**13.** a

**14.** c

**15.** c