Nome ________________ **Cognome** ____________________ **Matricola** __________

1. La conica definita dall'equazione $4x^2 + 4xy + y^2 + y = 1$ è:
[a] ellisse; [b] iperbole; [c] parabola; [d] coppia di rette.

2. Le coordinate di $(1-x)^2$ in $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ sono:
[a] (1,-2,1); [b] dipende dalla base scelta; [c] $(1,-1)^2$; [d] nessuna delle precedenti.

3. Quale insieme genera $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{Z}_2)$? [a] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$;
[c] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Un sottoinsieme non vuoto di uno spazio vettoriale è sottospazio vettoriale se: [a] Contiene lo zero; [b] è chiuso per somma e prodotto; [c] non contiene lo zero; [d] nessuna delle altre.

5. Quali delle seguenti matrici rappresenta un endomorfismo diagonalizzabile su $\mathbb{R}$?
[a] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 6 & -4 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$.

6. Quali delle sequenti matrici è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$?
[a] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

7. Sia $b \in \mathrm{bil}(\mathbb{R}^3)$ la forma simmetrica con forma quadratica $x^2 + 2xy + y^2 + 2z^2$. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di b è: [a] $(1,2,0)$; [b] $(2,1,0)$; [c] $(1,0,2)$; [d] $(1,1,1)$.

8. In $\mathbb{R}^3$, la distanza tra $(1,-2,1)$ ed il piano $y - 2x + 2z = 2$ è:
[a] 4/3; [b] 2/3; [c] 0; [d] 5/3.

9. Per quali dei seguenti valori di x l'applicazione lineare associata alla matrice $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ x & 2x \end{pmatrix}$ risulta autoaggiunta rispetto al prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^3$?
[a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

10. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Quante soluzioni ha in $\mathbb{Z}_2^3$ il sistema $AX = 0$?
[a] 0; [b] 1; [c] 2; [d] ∞.

11. Detti $x = (x_1, x_2, x_3)$ e $y = (y_1, y_2, y_3)$, quale tra queste è una forma bilineare?
[a] $f(x,y) = x_1y_2 - 34x_1y_1$; [b] $f(x,y) = x_2y_2 + 1$; [c] $f(x,y) = 2x_1y_2 - 2y_1y_2$; [d] $f(x,y) = x_1y_2 - y_1^2$.

12. Un'applicazione lineare da $\mathcal{M}_{7\times 5}(\mathbb{K}) \to \mathbb{K}_{\leq 42}[x]$ non può:
[a] esistere; [b] essere iniettiva; [c] essere suriettiva; [d] nessuna delle altre.

13. In $\mathbb{R}^3$ col prodotto scalare standard sia $v = (1,1,1)$ e sia $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^3)$ la proiezione ortogonale su $v^\perp$. La matrice di f in base canonica è:
[a] $\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; [c] $\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$; [d] $\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

14. Se λ è autovalore di $f \in \mathrm{End}(V)$ allora: [a] $f - \lambda I = 0$; [b] $f(v) = \lambda v$;
[c] f ha una base di autovettori; [d] f ha almeno un autovettore.

15. Il rango di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ è: [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

Risposte esatte

Cod. 937240

1. c

2. b

3. c

4. b

5. d

6. a

7. a

8. a

9. d

10. b

11. a

12. c

13. d

14. d

15. c

Nome ________________ **Cognome** __________________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

1. La conica di equazione $x^2 + 2x = 1$ è:
$\boxed{\text{a}}$ un'ellisse; $\boxed{\text{b}}$ una parabola; $\boxed{\text{c}}$ due rette parellele; $\boxed{\text{d}}$ nessuno dei precedenti.

2. In $\mathbb{R}^4$, le coordinate di $(1,0,1,0)$ nella base $v_1 = (1,1,1,1)$, $v_2 = (0,1,1,1)$, $v_3 = (0,0,1,1)$, $v_4 = (0,0,0,1)$ sono: $\boxed{\text{a}}$ $(1,2,3,4)$; $\boxed{\text{b}}$ $(1,1,1,1)$; $\boxed{\text{c}}$ $(1,-1,1,-1)$; $\boxed{\text{d}}$ Nessuna delle altre.

3. Quale di questi è un insieme di vettori linearmente indipendenti in $\mathbb{R}[x]$? $\boxed{\text{a}}$ $x^2, (x+1)^2, 2x, 1$; $\boxed{\text{b}}$ $(1+x)^{78}, (x-x^2+3)^{15}$; $\boxed{\text{c}}$ $(x+1)(x-1), x+1, x-1, 1, x^2$; $\boxed{\text{d}}$ nessuno.

4. In $\mathbb{R}^3$ la dimensione di $\text{span}\{(x,y,z)|x=y, z=1\}$ è: $\boxed{\text{a}}$ 0; $\boxed{\text{b}}$ 1; $\boxed{\text{c}}$ 2; $\boxed{\text{d}}$ 3.

5. Sia $A \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ diagonalizzabile. L'endomorfismo di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ definito da $f(M) = AM$ è:
$\boxed{\text{a}}$ suriettivo; $\boxed{\text{b}}$ diagonalizzabile; $\boxed{\text{c}}$ iniettivo; $\boxed{\text{d}}$ nessuna delle precedenti.

6. Qual è la dimensione massima dei blocchi della forma di jordan di $f(x,y,z) = (x+y, x+2y, z)$?
$\boxed{\text{a}}$ 1; $\boxed{\text{b}}$ 2; $\boxed{\text{c}}$ 3; $\boxed{\text{d}}$ 4.

7. Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^2)$ la forma simmetrica con forma quadratica $x^2 - y^2 + 2xy$. La matrice di b rispetto alla base $(1,1),(1,0)$ è: $\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

8. Quali sono equazioni parametriche per $V = \{x = z, 4y - x + z = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$?
$\boxed{\text{a}}$ $x = z = s, y = 0$; $\boxed{\text{b}}$ $x = s, y = s+t, z = t$; $\boxed{\text{c}}$ $x = s, y = z = t$; $\boxed{\text{d}}$ nessuna delle precedenti.

9. Quali delle seguenti matrici rappresenta una forma bilineare definita positiva?
$\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ $\begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 9 & -6 \end{pmatrix}$.

10. Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^3$ il sistema $\begin{cases} x + z = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$? $\boxed{\text{a}}$ 2; $\boxed{\text{b}}$ 1; $\boxed{\text{c}}$ 0; $\boxed{\text{d}}$ 4.

11. Quali delle seguenti espressioni per $b((x,y),(x',y'))$ definisce un'applicazione bilineare?
$\boxed{\text{a}}$ $(x+y)^2 + (x'+y')^2$; $\boxed{\text{b}}$ $xx' + 2xy' + yy'$; $\boxed{\text{c}}$ $x^2 + 2xy + y^2$; $\boxed{\text{d}}$ $x - y'$.

12. Quali vettori sono ortogonali per il prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^3$? $\boxed{\text{a}}$ $(1,0,1),(0,-2,1)$; $\boxed{\text{b}}$ $(1,1,1),(-1,-1,1)$; $\boxed{\text{c}}$ $(3,0,1),(0,-2,0)$; $\boxed{\text{d}}$ nessuna delle precedenti.

13. Sia $A \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ con un autovalore reale λ. Allora sicuramente:
$\boxed{\text{a}}$ A è diagonalizzabile; $\boxed{\text{b}}$ A è triangolabile; $\boxed{\text{c}}$ $m_a(\lambda) = 1$; $\boxed{\text{d}}$ $m_g(\lambda) = m_a(\lambda)$.

14. In $\mathbb{R}^3$ siano $v_1 = (1,2,3), v_2 = (4,5,6), v_3 = (7,8,9)$ e $w_1 = (0,1,1), w_2 = (1,0,1), w_3 = (1,1,0)$. Una $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$ tale che $f(v_i) = w_i$ per ogni i:
$\boxed{\text{a}}$ non esiste; $\boxed{\text{b}}$ esiste ed è unica; $\boxed{\text{c}}$ esiste ma non è unica; $\boxed{\text{d}}$ nessuna delle altre.

15. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 & 0 \\ i & i & 1+i & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -i & 0 & i \end{pmatrix}$. Qual è il rango di A ? $\boxed{\text{a}}$ 1; $\boxed{\text{b}}$ 2; $\boxed{\text{c}}$ 3; $\boxed{\text{d}}$ 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 9325241

1. c

2. c

3. b

4. c

5. b

6. a

7. b

8. a

9. b

10. a

11. b

12. c

13. b

14. a

15. d

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. La conica di equazione $x^2 - y^2 = 0$ è una:
$\boxed{\text{a}}$ ellisse ; $\boxed{\text{b}}$ coppia di rette incidenti; $\boxed{\text{c}}$ iperbole ; $\boxed{\text{d}}$ coppia di rette parallele.

2. Le coordinate di $(x+1)^2$ rispetto alla base $\{1, x+1, x^2+1\}$ di $\mathbb{Z}_{2\leq 2}[x]$ sono:
$\boxed{\text{a}}$ (1,0,1); $\boxed{\text{b}}$ (1,1,0); $\boxed{\text{c}}$ (0,0,0); $\boxed{\text{d}}$ (0,0,1).

3. Quali dei seguenti insiemi genera $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$?
$\boxed{\text{a}}$ $0, 1, x, x^2$; $\boxed{\text{b}}$ $1 + x^2, x$; $\boxed{\text{c}}$ $1 + x, 1 + x^2$; $\boxed{\text{d}}$ $x(1 + x), 1 + x, (x - 1)(x + 1)$.

4. Quale di questi è un sottospazio vettoriale di di $\mathbb{R}^2$?
$\boxed{\text{a}}$ $\{x + y = 1\}$; $\boxed{\text{b}}$ $\{x + y^2 = 1\}$; $\boxed{\text{c}}$ $\{x^2 + y^2 = 1\}$; $\boxed{\text{d}}$ nessuno.

5. Gli autovalori di $f(x, y, z) = (x, -2y + z, z)$ sono: $\boxed{\text{a}}$ $1, -2$; $\boxed{\text{b}}$ $-1, 0$; $\boxed{\text{c}}$ $1, -1, 0$; $\boxed{\text{d}}$ $1, 0, 2$.

6. Sia $f \in \mathrm{End}(\mathbb{C}^4)$ data da $f(x, y, z, t) = (y, -x, iz, z + it)$. La molteplicità geometrica di i è:
$\boxed{\text{a}}$ 1; $\boxed{\text{b}}$ 2; $\boxed{\text{c}}$ 3; $\boxed{\text{d}}$ 4.

7. Sia $b \in \mathrm{bil}(\mathbb{R}^2)$ la forma simmetrica con forma quadratica $x^2 - y^2 + 2xy$. La matrice di b rispetto alla base $(1, 0), (1, 1)$ è: $\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

8. In $\mathbb{R}^3$ la distanza di $(4, 0, -1)$ dalla retta $r = \{4x - y + 1 = 0, z + 1 = 0\}$ è:
$\boxed{\text{a}}$ $3\sqrt{7}$; $\boxed{\text{b}}$ $7\sqrt{3}$; $\boxed{\text{c}}$ $\sqrt{17}$; $\boxed{\text{d}}$ $3\sqrt{7}/7$.

9. Sia $b \in \mathrm{bil}(\mathbb{R}^4)$ la forma simmetrica con forma quadratica $7x^2 + 14y^2 + 7z^2 + 14t^2 + 2xz + 4yt$. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di b è: $\boxed{\text{a}}$ $(0, 4, 0)$; $\boxed{\text{b}}$ $(0, 2, 2)$; $\boxed{\text{c}}$ $(4, 0, 0)$; $\boxed{\text{d}}$ $(0, 3, 1)$.

10. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Quante soluzioni ha in $\mathbb{R}^4$ il sistema $AX = b$?
$\boxed{\text{a}}$ ∞; $\boxed{\text{b}}$ 1; $\boxed{\text{c}}$ 2; $\boxed{\text{d}}$ 0.

11. La funzione da $\mathbb{R}^3$ in sé definita da $f(x, y, z) = (z, y, x)$ è:
$\boxed{\text{a}}$ una rotazione; $\boxed{\text{b}}$ una riflessione; $\boxed{\text{c}}$ una traslazione; $\boxed{\text{d}}$ nessuna delle precedenti.

12. Quali delle seguenti è una matrice ortogonale?
$\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

13. La forma di Jordan della rotazione di $\mathbb{R}^3$ di angolo $\alpha = \pi/3$ intorno all'asse Z è:
$\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & \sin\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ non esiste.

14. Sia $f \in \mathrm{End}(\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}))$ dato da $f(X) = X\left(\begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right)$. Qual è la dimensione massima dei blocchi della forma di Jordan di f? $\boxed{\text{a}}$ 4; $\boxed{\text{b}}$ 3; $\boxed{\text{c}}$ 2; $\boxed{\text{d}}$ 1.

15. Il rango della matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ è: $\boxed{\text{a}}$ 1; $\boxed{\text{b}}$ 2; $\boxed{\text{c}}$ 3; $\boxed{\text{d}}$ 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 9325222

1. b

2. d

3. a

4. d

5. a

6. b

7. d

8. c

9. a

10. a

11. b

12. d

13. d

14. c

15. c

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

1. La conica di equazione $x^2 + 2xy + y^2 = 0$ è:
[a] retta doppia; [b] rette incidenti; [c] rette parallele; [d] retta semplice.

2. Le coordinate di $(1, 1, 1)$ rispetto alla base $\{(1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 0, 1)\}$ di $\mathbb{Z}_2^3$ sono:
[a] (1,0,1); [b] (1,1,0); [c] (0,0,0); [d] (0,0,1).

3. Quali dei seguenti vettori di $\mathbb{C}^3$ sono linearmente indipendenti tra loro?
[a] $\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\i\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\i\\i\end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix}1\\i\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}i\\-1\\i\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}i\\i\\i\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\i\end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}i\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\i\\0\end{pmatrix}$

4. Siano dati in $\mathbb{C}^3$ i sottospazi $V = \text{span}\{ie_1, e_1+ie_2\}$ e $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid x-2y = 0, 3x+iz = 0\}$.
La dimensione di $V + W$ è: [a] 3; [b] 2; [c] 1; [d] 0.

5. Gli autovalori di $f(x, y, z) = (x + z, y + z, x + z)$ sono:
[a] $0, 1, 2$; [b] $1, -1, 2$; [c] $0, -1$; [d] $0, 1, -1$.

6. Gli autovalori di $f(x, y, z) = (x + z, -y, y + 2z)$ sono: [a] $1, -1, 2$; [b] $2, 1, 0$; [c] $1, -1$; [d] $1, 0$.

7. La matrice associata a $f(x, y) = (x, x - y)$ rispetto alla base $(1, 2), (1, 0)$ è:
[a] $\begin{pmatrix}2 & 0\\1 & -1\end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix}-1/2 & 1/2\\3/2 & 1/2\end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix}-1/2 & 1/2\\1/2 & -1/2\end{pmatrix}$; [d] nessuna delle precedenti.

8. Quali sono equazioni parametriche per $V = \{x - iy + z = 0\} \subseteq \mathbb{C}^3$? [a] $x = s + it, y = s, z = t$;
[b] $x = s, y = is, z = s + t$; [c] $x = s - it, y = s, z = s + t$; [d] $x = is - t, y = s, z = t$.

9. In $\mathbb{R}^2$ munito del prodotto scalare di matrice in base canonica $\begin{pmatrix}1 & -1\\-1 & 2\end{pmatrix}$, la distanza tra $(1, 2)$ e $(3, 3)$ è: [a] 1; [b] $\sqrt{2}$; [c] 2; [d] $2\sqrt{2}$.

10. Sia $A = \begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\1 & 2 & -1\\2 & 2 & 1\end{pmatrix}$ e $b = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$. Quante soluzioni ha in $\mathbb{R}^3$ il sistema $AX = b$?
[a] 0; [b] 1; [c] 2; [d] ∞.

11. Quale di queste applicazioni è lineare?
[a] $f(x, y) = (x + 2, y - 1)$; [b] $A \mapsto A^{-1}$; [c] $A \mapsto det(A)$; [d] $f(x, y, z) = x$.

12. Quali vettori sono ortogonali per il prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^3$?
[a] $e_1, e_1 + e_2$; [b] $e_1 + e_2, e_1 - e_2$; [c] $e_3, 2e_3$; [d] nessuna delle altre.

13. Sia $A = \left(\begin{smallmatrix}0 & b\\c & d\end{smallmatrix}\right)$. Allora sicuramente: [a] Se $b = 0$ allora d è autovalore di A; [b] se $b \neq 0$ allora d non è autovalore di A; [c] Se $b \neq 0$ allora c è autovalore di A; [d] b è autovalore di A.

14. Due rette affini di $\mathbb{R}^3$ che non siano complanari, sono sicuramente:
[a] incidenti; [b] parallele; [c] sghembe; [d] Nessuna delle precedenti.

15. Sia $A = \begin{pmatrix}1 & -2 & 0 & 0\\1 & 3 & -1 & 1\end{pmatrix}$. Qual è il rango di A^TA? [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 8326233

1. a

2. a

3. a

4. a

5. a

6. a

7. b

8. d

9. b

10. b

11. d

12. b

13. a

14. c

15. b

Nome ________________ **Cognome** ____________________ **Matricola** ⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵

1. La conica di equazione $y^2 + 2y + 1 = x^2$ è:
$\boxed{a}$ un'ellisse reale; $\boxed{b}$ una coppia di rette incidenti; $\boxed{c}$ una parabola; $\boxed{d}$ un piano.

2. In $\mathbb{R}^3$ le coordinate baricentriche di $P = (1, 1, 0)$ rispetto a $P_0 = e_1$, $P_1 = e_2$, $P_2 = e_3$ sono:
$\boxed{a}$ $(1, 1, 0)$; $\boxed{b}$ $(0, 1, 1)$; $\boxed{c}$ $(1, 0, 1)$; $\boxed{d}$ P non appartiene al piano passante per P_0, P_1, P_2

3. Quale dei seguenti insiemi costituisce una base di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ come spazio vettoriale su $\mathbb{C}$?
$\boxed{a}$ $\{1 + x, 1 - x, x^2\}$; $\boxed{b}$ $\{i, 1, x, x^2\}$; $\boxed{c}$ $\{1, x, x^2 - 1, (1 + x)^2\}$; $\boxed{d}$ $\{1 + x^2, 1 + x + x^2, x\}$.

4. La dimensione di $\mathrm{Hom}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ è: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

5. Qual è la dimensione massima dei blocchi della forma di jordan di $f(x, y, z) = (x, 2x + y, 3x + 2y + z)$? $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

6. Gli autovalori di $f(x, y, z) = (x + z, -y + z, x + z)$ sono:
$\boxed{a}$ $0, 1, 2$; $\boxed{b}$ $0, -1, 2$; $\boxed{c}$ $0, -1$; $\boxed{d}$ $0, 1, -1$.

7. Sia $b \in bil(\mathbb{R}^3)$ la forma simmetrica associata alla forma quadratica $q(x, y, z) = x^2 + z^2 + 4xy + 2xz$. La matrice di b rispetto alla base canonica è:

$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & 6 & 2 \\ 6 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

8. In $\mathbb{R}^2$ col prodotto scalare standard, la distanza tra $(1, 1)$ ed la retta $r = \{x + y = 3\}$ è:
$\boxed{a}$ 2; $\boxed{b}$ $\sqrt{3/2}$; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{d}$ $\sqrt{1/2}$.

9. La segnatura (n_0, n_+, n_-) della forma $b(p, q) = p(0)q(0) - \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} p(x)q(x)\, dx \in \mathrm{bil}(\mathbb{R}_{\leq 2}[x])$ è:
$\boxed{a}$ $(1, 0, 2)$; $\boxed{b}$ $(1, 1, 1)$ $\boxed{c}$ $(0, 2, 1)$; $\boxed{d}$ $(0, 1, 2)$.

10. Quante soluzioni ha $-x + y = 0$ su $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^2$? $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 4; $\boxed{d}$ infinite.

11. L'inversa di $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ è: $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

12. Se $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{Z}_2)$ allora: $\boxed{a}$ $A^{2n} = 0$; $\boxed{b}$ $\ker A \subseteq \ker A^2$; $\boxed{c}$ $\ker A = \ker A^2$; $\boxed{d}$ $A^T = A^{-1}$.

13. In $\mathbb{R}^3$ siano $v_1 = (1, 2, 3), v_2 = (4, 5, 6), v_3 = (7, 8, 9)$ e $w_1 = (1, 1, 1), w_2 = (2, 2, 2), w_3 = (3, 3, 3)$. Sia $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^3)$ tale che $f(v_i) = w_i$ per ogni i, allora:
$\boxed{a}$ $\ker f \neq \emptyset$; $\boxed{b}$ f è suriettiva; $\boxed{c}$ f è unica; $\boxed{d}$ Non esiste una tale f.

14. Sia $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}_{\leq 2}[x])$ la derivata. La matrice di f nelle base $x^2, 1 + x, x$ è:

$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

15. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & i \\ i & 1 & 1 + i & 1 - i \end{pmatrix}$. Il rango di $A^T A$ è: $\boxed{a}$ 1 ; $\boxed{b}$ 2 ; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 7126254

1. b

2. d

3. a

4. b

5. c

6. b

7. d

8. d

9. d

10. b

11. c

12. b

13. a

14. b

15. b