

Esercizio 1. In \mathbb{R}^2 sia $X = \{x^2 + y^2 \geq 1, y \geq 0\} \cup \{x^2 + y^2 < 1, y < 0\}$.

- (1) Si determini la parte interna di X .
- (2) Si determini la chiusura di X .
- (3) Si dica se X è connesso per archi.
- (4) Si dica se X è localmente compatto.
- (5) Si dica se \bar{X} è localmente compatto.
- (6) Sia K la chiusura proiettiva di X e sia A la compattificazione di Alexandroff di \bar{X} . Si dica se K e Y sono omeomorfi.
- (7) Si disegnino K e Y .

Esercizio 2. Sia X uno spazio topologico e sia $A \subseteq X$. Si dica se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (1) (a) Se X è metrizzabile allora $X \times X$ è metrizzabile.
(b) Se $X \times X$ è metrizzabile allora X è metrizzabile.
- (2) (a) Se X è metrizzabile allora A è metrizzabile.
(b) Se A è metrizzabile allora X è metrizzabile.
- (3) (a) Se X/A è metrizzabile allora X è metrizzabile.
(b) Se X è metrizzabile allora X/A è metrizzabile.

Tutte le risposte devono essere adeguatamente giustificate.