

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. La conica di equazione  $x - y^2 + 2y + 1 = 0$  è:  
 a un'ellisse;  b una parabola;  c un'iperbole;  d l'insieme vuoto.
2. Le coordinate di  $(0, -1, 0)$  rispetto alla base  $\{(0, 0, 1), (-1, 1, 0), (1, 0, 1)\}$  di  $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^3$  sono:  
 a  $(1, -1, 0)$ ;  b  $(1, 1, 1)$ ;  c  $(0, 1, 0)$ ;  d  $(0, 1, 0)$ .
3. Quale insieme genera  $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{C})$ ?  a  $\begin{pmatrix} 0 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 2i & 0 \end{pmatrix}, 2 \begin{pmatrix} 0 & i \\ 2i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  
 b nessuno;  c  $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -i & 0 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
4. La dimensione di  $\{f \in \text{hom}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3) \mid e_1 + e_2 \in \ker(f)\}$  è:  a 2;  b 4;  c 6;  d 9.
5. Sia  $w = (1, 0, -1) \in \mathbb{R}^3$  e sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definita da  $f(v) = -v + \langle v, w \rangle w$ . Ove  $\langle v, w \rangle$  rappresenta il prodotto scalare standard di  $\mathbb{R}^3$ . Quale dei seguenti valori è autovalore di  $f$ ?  
 a 0;  b 1;  c 2;  d 3.
6. Quale tra queste matrici è diagonalizzabile?  
 a  $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 \\ -2 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ .
7. La matrice di  $b(p, q) = p(0)q(0) + p(1)q(1) + p(-1)q(-1)$  nella base  $x + 1, x - 1$  di  $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ .
8. L'equazione del piano affine di  $\mathbb{R}^3$  passante per  $(1, 0, 1), (1, 1, 2)$  e  $(2, 1, 2)$  è:  
 a  $x + y - 1 = 0$   b  $x - y - z = 0$ ;  c  $x = 1$ ;  d  $y - z + 1 = 0$ .
9. La segnatura  $(n_0, n_+, n_-)$  della forma bilineare associata alla matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  è:  
 a  $(1, 2, 3)$ ;  b  $(0, 1, 2)$ ;  c  $(0, 2, 1)$ ;  d  $(1, 0, 2)$ .
10. Quante soluzioni ha in  $(\mathbb{Z}_2)^3$  il sistema  $\begin{cases} x = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$  ?  a infinite;  b 0;  c 1;  d 2.
11. Quale delle seguenti funzioni è lineare?  
 a  $f(x, y, z) = (x, x)$ ;  b  $f(x, y, z) = (x + 1, y, z)$ ;  c  $f(x, y, z) = xy$ ;  d  $f(x, y, z) = 1$ .
12. Quale delle seguenti matrici è ortogonale?  
 a  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ .
13. Due rette affini di  $\mathbb{R}^3$  che siano complanari, sono sicuramente:  
 a Perpendicolari;  b parallele;  c incidenti;  d Nessuna delle precedenti.
14. Sia  $f \in \text{End}(\mathbb{R}_{\leq 2}[x])$  dato da  $p'(x)x + p(0)$ . La matrice di  $f$  nelle base  $x^2, 1 + x, x$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
15. Il rango della matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$  è:  a 1;  b 2;  c 3;  d 4.

## Risposte esatte

Cod. 1606171

1. b

2. b

3. d

4. c

5. b

6. d

7. c

8. d

9. c

10. d

11. a

12. c

13. d

14. c

15. b

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. La conica di equazione  $x^2 - y^2 = 0$  è una:
  - a) ellisse ;
  - b) coppia di rette incidenti;
  - c) iperbole ;
  - d) coppia di rette parallele.
2. Le coordinate di  $(1, 2, 3)$  rispetto alla base  $e_3, e_2, e_1$  sono:
  - a)  $(1, 2, 3)$ ;
  - b)  $(3, 2, 1)$ ;
  - c)  $(-1, -2, 3)$ ;
  - d)  $(-1, -1, 3)$ .
3. Quale dei seguenti insiemi costituisce una base di  $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$  come spazio vettoriale su  $\mathbb{C}$ ?
  - a)  $\{1 + x, 1 - x, x^2\}$ ;
  - b)  $\{i, 1, x, x^2\}$ ;
  - c)  $\{1, x, x^2 - 1, (1 + x)^2\}$  ;
  - d)  $\{1 + x^2, 1 + x + x^2, x\}$ .
4. La dimensione di  $\{f \in \text{hom}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3) \mid \text{Imm}(f) \subseteq \text{span}(e_1)\}$  è:
  - a) 1;
  - b) 3;
  - c) 6;
  - d) 9.
5. Il polinomio caratteristico di  $f(x, y) = (y, x)$  è:
  - a)  $x(x - 2)$ ;
  - b)  $x^2 - 2$ ;
  - c)  $(x - 1)^2$ ;
  - d)  $x^2 - 1$ .
6. Sia  $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$  tale che  $f^2 = -Id$ . Allora:
  - a)  $-1$  è un autovalore di  $f$ ;
  - b) una tale  $f$  non esiste;
  - c)  $\ker f \neq \{0\}$  ;
  - d)  $f$  è diagonalizzabile.
7. Sia  $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^3)$  la forma simmetrica associata alla forma quadratica  $q(x, y, z) = x^2 + z^2 + 4xy + 2xz$ . La matrice di  $b$  rispetto alla base canonica è:
  - a)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;
  - b)  $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;
  - c)  $\begin{pmatrix} 0 & 6 & 2 \\ 6 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;
  - d)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
8. L'equazione del piano affine di  $\mathbb{R}^3$  passante per  $(1, 0, 1)$ ,  $(1, 1, 2)$  e  $(2, 1, 2)$  è:
  - a)  $x + y - 1 = 0$
  - b)  $x - y - z = 0$ ;
  - c)  $x = 1$ ;
  - d)  $y - z + 1 = 0$ .
9. La segnatura della forma bilineare di  $\mathbb{R}^3$  definita da  $b((x, y, z), (x', y', z')) = xz' + yy' + zx'$  è:
  - a)  $(1, 1, 1)$ ;
  - b)  $(0, 1, 1)$ ;
  - c)  $(1, 1, -1)$ ;
  - d)  $(0, 2, 1)$ .
10. In  $\mathbb{R}^4$  una base delle soluzioni del sistema
 
$$\begin{cases} 3x - y + 2z = 0 \\ x - y - z - t = 0 \\ 2y + 5z + 3t = 0 \end{cases}$$
 è:
  - a)  $\{(1, 3, 0, -2), (0, 2, 1, 3)\}$ ;
  - b)  $\{(1, 3, 0, 2), (0, 2, 1, -3)\}$ ;
  - c)  $\{(1, 3, 0, -2), (0, 2, 1, -3)\}$ ;
  - d)  $\{(1, -3, 0, 2), (0, 2, 1, 3)\}$ .
11. Quali dei seguenti punti di  $\mathbb{R}^2$  sono affinementemente indipendenti tra loro?
  - a)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ;
  - b)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$  ;
  - c)  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  ;
  - d)  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ .
12. In  $\mathbb{R}^3$  l'ortogonale di  $(1, 1, -1)$  rispetto al prod. scal. con forma quadratica  $x^2 - 2xy + 2y^2 + z^2$  è
  - a)  $z = y$ ;
  - b)  $z + y = x$ ;
  - c)  $\text{span}(0, 1, -1)$ ;
  - d)  $x + y - z = 0$ .
13. Sia  $V$  lo spazio delle matrici simmetriche  $3 \times 3$  e sia  $W$  lo spazio generato dalle matrici associate ad una rotazione di asse  $\text{span}(e_1)$  (cioè l'asse  $X$ ), rispetto alla base canonica di  $\mathbb{R}^3$ .
  - a)  $\dim(V + W) = 9$ ;
  - b)  $\dim(V + W) = 8$ ;
  - c)  $\dim(V + W) = 7$ ;
  - d)  $\dim(V + W) = 6$ .
14. Per quali valori di  $k \in \mathbb{C}$  il sistema
 
$$\begin{cases} x + (k^2 + 1)z + kt = 0 \\ y + z + t = 0 \\ ikz + it = 1 \\ x + it = i - k \end{cases}$$
 ha soluzione?
  - a)  $\forall k$ ;
  - b)  $k = \pm i$ ;
  - c)  $k \neq -i$ ;
  - d)  $k \neq i$ .
15. Il rango di  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$  è:
  - a) 1;
  - b) 2;
  - c) 3;
  - d) 4.

## Risposte esatte

Cod. 1626172

1. b

2. b

3. a

4. b

5. d

6. b

7. d

8. d

9. d

10. c

11. c

12. a

13. c

14. a

15. c

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. La conica di equazione  $x - y^2 + 2y + 1 = 0$  è:  
 a un'ellisse;  b una parabola;  c un'iperbole;  d l'insieme vuoto.
2. Le coordinate di  $(1 - x)^2$  rispetto alla base  $\{1, \pi x, (x - \pi)^2\}$  di  $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$  sono:  
 a  $(1 - \pi^2, -\frac{2}{\pi} + 2, 1)$ ;  b  $(1, -1)^2$ ;  c  $(1, \frac{2}{\pi}, \frac{2}{\pi^2})$ ;  d nessuna delle precedenti.
3. Quali dei seguenti è un sistema di generatori di  $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ ?  
 a  $1 + x + x^2 + x^3$ ;  b  $(1 + x + x^2 + x^3)^3$ ;  c  $0, 1, x, x + x^2, (x + 1)(x + x^2)$ ;  d  $x, x^2, x^3$ .
4. La dimensione di  $\{f \in \text{hom}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3) \mid e_1 + e_2 \in \ker(f)\}$  è:  a 2;  b 4;  c 6;  d 9.
5. Sia  $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$  tale che  $f^2 = -Id$ . Allora:  
 a  $-1$  è un autovalore di  $f$ ;  b una tale  $f$  non esiste;  c  $\ker f \neq \{0\}$ ;  d  $f$  è diagonalizzabile.
6. Quali delle seguenti matrici rappresenta un endomorfismo diagonalizzabile su  $\mathbb{R}$ ?  
 a  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 9 & -6 \end{pmatrix}$ .
7. La matrice associata a  $f(x, y) = (2x, y)$  rispetto alla base  $(0, -1), (2, 1)$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ .
8. Quali sono equazioni cartesiane per  $\text{span}\{(1, 2, 0, 0), (0, 1, 0, -3)\} \subseteq \mathbb{R}^4$ ?  a  $2x + 3y - z = 0, t - x = 0$ ;  b  $z = 0, 6x - 3y - t = 0$ ;  c  $x + y = 0, x - 3t = 0$ ;  d  $6x - 3y + 2z + t = 0$ .
9. Su  $\mathbb{R}_{\leq 1}[x]$  con base  $1, x$ , la matrice associata al prodotto scalare  $\langle p, q \rangle = \frac{1}{9} \int_0^3 p(x)q(x)dx$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 8/3 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 12 & 24 \\ 24 & 64 \end{pmatrix}$ .
10. Quante soluzioni ha in  $(\mathbb{Z}_2)^4$  sistema  $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ y + t = 0 \end{cases}$ ?  a 1;  b 2;  c 4;  d 6.
11. Detti  $x = (x_1, x_2, x_3)$  e  $y = (y_1, y_2, y_3)$ , quale tra queste è una forma bilineare?  a  $f(x, y) = x_1^2 - 34x_1y_1$ ;  b  $f(x, y) = x_2y_2 + 2x_3y_1$ ;  c  $f(x, y) = 2x_1y_2 - 2y_1y_2$ ;  d  $f(x, y) = 7y_2 - y_1x_3$ .
12. In  $\mathbb{R}^4$  l'ortogonale di  $V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x = y, z = -t\}$  è:  a  $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x = -y\}$ ;  b  $\text{span}\{e_1 + e_2 + e_3, e_3 - e_1\}$ ;  c  $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - y = 0, z + t = 0\}$ ;  d  $\text{span}\{e_1 - e_2, e_3 + e_4\}$ .
13. In  $\mathbb{R}^3$  standard, il piano ortogonale alla retta  $x + y = z + 1 = z + x$  e passante per  $(0, 1, 0)$  è:  
 a  $z + y = 1$ ;  b  $y = z + 1, x = 0$ ;  c  $y + z = 0$ ;  d  $x + y + z = 1$ .
14. In  $\mathbb{R}^3$  siano  $v_1 = (1, -1, 1), v_2 = (1, 1, 2), v_3 = (2, 0, 3)$  e  $w_1 = (1, 2, 3), w_2 = (3, 2, 1), w_3 = (4, 4, 4)$ . Una  $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$  tale che  $f(v_i) = w_i$  per ogni  $i$ :  
 a non esiste;  b esiste ed è unica;  c esiste ma non è unica;  d nessuna delle altre.
15. Il rango della matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  è:  a 1;  b 2;  c 3;  d 4.

## Risposte esatte

Cod. 13426133

1. b

2. a

3. c

4. c

5. b

6. a

7. a

8. b

9. c

10. c

11. b

12. d

13. a

14. c

15. c

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. La conica definita dall'equazione  $x^2 + 4y^2 + 4xy - 2x - 4y + 1 = 0$  è:  
 a ellisse;  b iperbole;  c parabola;  d una retta.
2. Le coordinate di  $ix^2 + (1 - 2i)x + 2i$  rispetto alla base  $\{ix - 1, x, x^2 + 1\}$  di  $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$  sono:  
 a  $(-i, -2i, i)$ ;  b  $(i, -2i, i)$ ;  c  $(-i, 2i, i)$ ;  d  $(i, -2i, -i)$ .
3. Quale di queste è una base di  $\{p \in \mathbb{R}_{\leq 2}[x] \mid p(0) = 0\}$ ?  
 a  $1, x + 1, x^2 + x + 1, x - 1$ ;  b  $(x - 1)^2 - 1, x$ ;  c  $x + 1, x - 1$ ;  d  $3x, 3x^2, x^2 - 2x$ .
4. Siano  $W_1 = \{A_1 X = 0\}$  e  $W_2 = \{A_2 X = 0\}$  sottospazi di  $\mathbb{K}^n$  tali che  $W_1 + W_2 = \mathbb{K}^n$ . Allora  
 a  $rg(A_1) + rg(A_2) = n$ ;  b  $W_1 \oplus W_2 = \mathbb{K}^n$ ;  c  $rg \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = rg(A_1) + rg(A_2)$ ;  d nessuna.
5. Sia  $A \in \mathcal{M}_{4 \times 4}(\mathbb{C})$  diagonalizzabile con autovalori  $0, 1, -1$ . Se  $m_a(0) = 2$  allora:  
 a  $\dim(\ker A) < 2$ ;  b  $\dim(\ker A) = 1$ ;  c  $\text{rango}(A) = 2$   d  $\text{rango}(A) = 3$ .
6. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di  $f(x, y, z, t) = (-x + y - z, -x + y, z, t)$ ?  
 a 1;  b 2;  c 3;  d 4.
7. La matrice associata a  $f(x, y) = (2x, y)$  rispetto alla base  $(0, -1), (2, 1)$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ .
8. Quali sono equazioni cartesiane per  $V = \text{span}\{(1, 2, i), (i, 0, -3)\} \subseteq \mathbb{C}^3$ ?  
 a  $3x - y + iz = 0$ ;  b  $6x + 3y + iz = 0$ ;  c  $x + y = 0$ ;  d  $6x - 3y + 2z = 0$ .
9. Quale delle seguenti matrici rappresenta un prodotto scalare su  $\mathbb{R}^3$ ?  
 a  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ .
10. Sia  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  e  $b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Quante soluzioni ha in  $\mathbb{R}^4$  il sistema  $AX = b$ ?  
 a  $\infty$ ;  b 1;  c 2;  d 0.
11. Quale matrice commuta con  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ?  a  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;  b  $A^2$ ;  c  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ .
12. In  $\mathbb{R}^4$  l'ortogonale di  $\text{span}\{e_1 - e_2, e_3 + e_4\}$  è:  a  $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ ;  
 b  $\text{span}\{e_1 + e_2 + e_3, e_3 - e_1\}$ ;  c  $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - 3y = 0, z + t = 0\}$ ;  d  $\text{span}\{e_1 + e_2, e_3 - e_4\}$ .
13. Sia  $V = (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^2$ . Quale delle seguenti affermazioni vale  $\forall v \in V$ ?  
 a  $v^2 = 0$ ;  b  $v \neq 0$ ;  c  $v = -v$ ;  d nessuna delle altre.
14. Due rette affini di  $\mathbb{R}^3$  che non si intersecano sono sicuramente:  
 a diverse;  b sghembe;  c parallele;  d complanari.
15. Se  $A, B \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$ , allora:  a  $\text{rango}(A) = \text{rango}(B)$ ;  b  $\text{rango}(A - B) = \text{rango}(A) - \text{rango}(B)$ ;  
 c  $\text{rango}(A + B) \leq \text{rango}(A) + \text{rango}(B)$ ;  d  $\text{rango}(A + B) \geq \text{rango}(A) + \text{rango}(B)$

## Risposte esatte

Cod. 13221134

1. d

2. a

3. b

4. c

5. c

6. c

7. a

8. a

9. d

10. a

11. b

12. d

13. c

14. a

15. c

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. La conica di equazione  $(x + 2y)^2 - 2xy - (y + 3)^2 = 0$  è una:  
 a Ellisse ;     b Parabola;     c Iperbole;     d Coppia di rette incidenti.
2. In  $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ , le coordinate di  $(1 + x)^2$  rispetto alla base  $v_1 = 1, v_2 = 1 + x, v_3 = 1 + x + x^2$  sono:  
 a  $(1, 2, 1)$ ;     b  $(0, 2, 0)$ ;     c  $(-1, 1, 1)$ ;     d  $(0, 1, 0)^2$ .
3. Qual è base di  $(\mathbb{Z}_2)^3$ ?  a  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ;  d Nessuna.
4. In  $\mathbb{R}^2$  la dimensione di  $\text{span}\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 1\}$  è:     a 1;     b 2;     c 3;     d 4.
5. Sia  $A \in \mathcal{M}_{4 \times 4}(\mathbb{C})$  diagonalizzabile con autovalori  $0, 1, -1$ . Se  $m_a(0) = 2$  allora:  
 a  $\dim(\ker A) < 2$ ;     b  $\dim(\ker A) = 1$ ;     c  $\text{rango}(A) = 2$      d  $\text{rango}(A) = 3$ .
6. Il polinomio caratteristico di  $f(x, y, z) = (x + y + z, x - y - 2z, z)$  è  
 a  $(x + 1)(x - 1)(1 - x)$ ;     b  $x^2 - 1$ ;     c  $(1 - x)(x^2 - 2)$ ;     d  $(x + 1)^3$ .
7. La matrice associata a  $f(x, y) = (2x + y, y - x)$  nella base di  $\mathbb{R}^2$  formata da  $v_1 = e_2, v_2 = e_1$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ;     b  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ;     c  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ ;     d  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ .
8. Dati  $\pi_1 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + t = 0, x - y + 2z - 1 = 0\}$  e  $\pi_2 = \text{span}\{(1, 0, -2, 0), (0, 1, 1, 1)\}$ :  
 a  $\pi_1 \cap \pi_2$  è un punto;     b  $\pi_1 \cap \pi_2$  è una retta;     c  $\text{Giac}(\pi_1) = \text{Giac}(\pi_2)$ ;     d  $\pi_1 = \pi_2$ .
9. La segnatura di  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  è:  a  $(0, 1, 2)$ ;     b  $(1, 1, 1)$ ;     c  $(2, 0, 1)$ ;     d  $(0, 2, 1)$ .
10. Un sistema lineare di 3 equazioni in 5 incognite:     a non ha soluzione ;     b ha sempre almeno una soluzione;     c ha soluzione solo in certi casi;     d ha sempre una soluzione unica.
11. Quale delle seguenti funzioni è lineare?  
 a  $f(x, y) = x^2 + y$ ;     b  $f(x, y) = (x + y, y - 1)$ ;     c  $f(x, y) = (x + 2y, 0)$ ;     d Nessuna.
12. Quale delle seguenti matrici è ortogonale?  
 a  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;     b  $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$ ;     c  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;     d tutte le precedenti.
13. In  $\mathbb{R}^3$  col prodotto scalare standard sia  $v = (1, 1, 1)$  e sia  $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$  la proiezione ortogonale su  $v^\perp$ . La matrice di  $f$  in base canonica è:  
 a  $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ;     b  $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ;     c  $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ ;     d  $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ .
14. Sia  $V$  lo spazio delle matrici simmetriche  $3 \times 3$  e sia  $W$  lo spazio generato dalle matrici associate ad una rotazione di asse  $\text{span}(e_1)$  (cioè l'asse  $X$ ), rispetto alla base canonica di  $\mathbb{R}^3$ .  
 a  $\dim(V + W) = 9$ ;     b  $\dim(V + W) = 8$ ;     c  $\dim(V + W) = 7$ ;     d  $\dim(V + W) = 6$ .
15. Il rango di  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$  è:  a 1;     b 2;     c 3;     d 4.

## Risposte esatte

Cod. 23261165

1. a

2. c

3. d

4. b

5. c

6. c

7. d

8. a

9. d

10. c

11. c

12. d

13. d

14. c

15. c

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. La conica di equazione  $(x + y)^2 + 3y^2 + 1 - 2x - 4y + 2xy = 0$  è una:  
 a Ellisse ;     b Parabola;     c Iperbole;     d Retta.
2. Le coordinate di  $(1 + x)$  rispetto alla base  $1, 1 + x, x^2$  di  $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$  sono:  
 a  $(1, 1, 0)$ ;     b  $(1, 0, 0)$ ;     c  $(0, 1, 0)$ ;     d  $(0, 0, 1)$ .
3. Quale di questi elementi completa  $\{x^2 - 2x - 1, 2x\}$  ad una base di  $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ ?  
 a  $(x + 1)(x - 1)$ ;     b  $(x + 1)^2$ ;     c  $(x + 1)^2 - (x + 1)(x - 1) - 2$ ;     d nessuno.
4. La giacitura di  $\{f \in \text{hom}(\mathbb{C}^3, \mathbb{C}^2) \mid f(e_2) = (1, i)\}$  ha dimensione:     a 1;     b 2;     c 3;     d 4.
5. Se 2 è autovalore per un endomorfismo  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  allora:  
 a  $f(x) = x^2$ ;     b  $f(x) = 2$ ;     c  $f(x) = \lambda x$ ;     d nessuna delle precedenti.
6. Sia  $f \in \text{End}(\mathbb{R}^4)$  tale che  $f(e_1) = e_1 + e_4, f(e_2) = e_1 + e_3, f(e_3) = e_2, f(e_4) = e_4$ . Gli autovalori di  $f$  sono:     a 1, -1, 0;     b 1, -1;     c 1;     d -1.
7. Sia  $f : \mathbb{R}_{\leq 3}[x] \rightarrow \mathbb{R}_{\leq 3}[x]$  data da  $f(p) = xp'(x)$ . La sua matrice rispetto alla base canonica è:  
 a  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ ;     b  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;     c  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;     d nessuna delle precedenti.
8. In  $\mathbb{R}^3$  la giacitura del piano passante per  $p_1 = (1, 2, 3), p_2 = (1, 1, 1), p_3 = (0, 2, 0)$  è:  
 a  $\text{span}(p_1, p_2, p_3)$ ;     b  $\begin{cases} x + y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ ;     c  $x - y = 0$ ;     d  $\text{span}((0, 1, 2), (1, -1, 1))$ .
9. La matrice associata al prodotto scalare standard rispetto alla base  $(1, 0), (1, -1)$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ;     b  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ;     c  $\begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$ ;     d  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ .
10. Una base dello spazio delle soluzioni del sistema  $AX = 0$  con  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  è:  
 a  $(1, 0, 0)$ ;     b  $(0, 1, 0)$ ;     c  $(0, 0, 1)$ ;     d Nessuna delle altre.
11. Quali dei seguenti vettori sono affinemente indipendenti tra loro?     a  $(1, 0), (0, 0), (0, 1)$ ;  
 b  $(1, 0), (0, 0), (-1, 0)$ ;     c  $(1, 0), (0, 1), (0, 0), (1, 1)$ ;     d  $(2, 0), (0, 2), (1, 1)$ .
12. Quali delle seguenti è una matrice ortogonale?  
 a  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;     b  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;     c  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;     d  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
13. In  $\mathbb{R}^2$  la rotazione di angolo  $\pi$  attorno al punto  $(1, 2)$  è:  
 a un'applicazione lineare;     b un'affinità;     c entrambe;     d nessuna delle precedenti.
14. Sia  $V < \mathbb{R}^4$  lo spazio generato da  $v_1 = (0, 1, 0, -1), v_2 = (1, 0, 1, -1)$  e  $b \in \text{bil}(V)$  la forma bilineare data dalla restrizione del prodotto scalare standard. La matrice di  $b$  nella base  $(v_1, v_2)$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;     b  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;     c  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ;     d  $\begin{pmatrix} \sqrt{2} & 1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$ .
15. Il rango di  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$  è:     a 2;     b 4;     c 3;     d 5.

## Risposte esatte

Cod. 23261176

1. d

2. c

3. b

4. d

5. d

6. b

7. a

8. d

9. b

10. b

11. a

12. d

13. b

14. c

15. a

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. La conica di equazione  $x + y^2 + 2y + 1 = 0$  è:  
 a un'ellisse;     b un'iperbole;     c una parabola;     d nessuna delle precedenti.
2. In  $\mathbb{R}^4$ , le coordinate di  $(1, 2, 3, 4)$  nella base  $v_1 = (1, 1, 1, 1)$ ,  $v_2 = (0, 1, 1, 1)$ ,  $v_3 = (0, 0, 1, 1)$ ,  $v_4 = (0, 0, 0, 1)$  sono:     a  $(1, 2, 3, 4)$ ;     b  $(1, 1, 1, 1)$ ;     c  $(4, 3, 2, 1)$ ;     d Nessuna delle altre.
3. Quale di questi insiemi di vettori genera  $\mathbb{C}_{\leq 3}[x]$ ?     a  $x, x^2, (x+1)^3, x^4$ ;  
 b  $x^3, (x+1)^3, x^2 - x + 1, ix, (x-i)^2$ ;     c  $x^2, (x+1)^3, x^2 - x, ix$ ;     d  $x, (x+i)^3, ix$ .
4. In  $\mathbb{R}^3$  la dimensione di  $\text{span}\{xyz = 0\}$  è:     a 1;     b 2;     c 3;     d 4.
5. Il polinomio caratteristico di  $f(x, y, z) = (x + y + z, x - y - 2z, z - x)$  è  
 a  $(x+1)(x-1)(1-x)$ ;     b  $x^2 - 1$ ;     c  $(x-1)^3$ ;     d  $(x+1)^3$ .
6. Quali delle seguenti matrici è diagonalizzabile su  $\mathbb{R}$ ?  
 a  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;     b  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;     c  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ;     d  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .
7. La matrice di  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto iz$  rispetto alla base  $\{1, i\}$  su  $\mathbb{R}$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;     b  $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$ ;     c  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ;     d  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
8. In  $\mathbb{R}^3$  la distanza di  $(1, 1, 1)$  dal piano  $y + z = 0$  è:     a 1;     b  $\pi$ ;     c  $\sqrt{2}$ ;     d  $2\sqrt{2}$ .
9. La matrice associata al prodotto scalare standard rispetto alla base  $(1, 2), (3, 4)$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ;     b  $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 16 \end{pmatrix}$ ;     c  $\begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$ ;     d  $\begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}$ .
10. Una base dello spazio delle soluzioni del sistema  $AX = 0$  con  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  è:  
 a  $(1, 0, 0)$ ;     b  $(0, 1, 0)$ ;     c  $(0, 0, 1)$ ;     d Nessuna delle altre.
11. L'inversa di  $A = \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$  è:     a  $A$ ;     b  $\frac{1}{2}\bar{A}$ ;     c  $A^2$ ;     d  $\frac{1}{2}A^T$ .
12. Quali delle seguenti è una matrice ortogonale?  
 a  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;     b  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;     c  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;     d  $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$
13. In  $\mathbb{R}^2$  la rotazione di angolo  $\pi$  attorno al punto  $(1, 2)$  è:  
 a un'applicazione lineare;     b un'affinità;     c entrambe;     d nessuna delle precedenti.
14. Sia  $f \in \text{End}(\mathbb{R}_{\leq 2}[x])$  la derivata seconda. La matrice di  $f$  nelle base  $x^2, 1+x^2, x(x-1)$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;     b  $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;     c  $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ ;     d  $\begin{pmatrix} -2 & -2 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
15. Il rango di  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$  è:     a 0;     b 1;     c 2;     d 3.

## Risposte esatte

Cod. 1606117

1. c
2. b
3. b
4. c
5. a
6. a
7. a
8. c
9. d
10. d
11. b
12. d
13. b
14. d
15. d