Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. La conica di equazione $(x-1)^2+(y+1)^2=2$ è una:
[a] ellisse; [b] parabola; [c] ipebole; [d] retta.

2. Le coordinate di $(3,2,1)$ rispetto alla base $e_1, e_1+e_2, e_1+e_2+e_3$ sono:
[a] $(1,2,3)$; [b] $(1,1,1)$; [c] $(-1,-2,3)$; [d] $(-1,-1,3)$.

3. Quali dei seguenti è un sistema di generatori di $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$?
[a] $1+x+x^2+x^3$; [b] $(1+x+x^2+x^3)^3$; [c] $0,1,x,x+x^2,(x+1)(x+x^2)$; [d] x,x^2,x^3.

4. Sia W sottospazio di V. Qual è falsa? [a] Ogni sottospazio di V interseca W; [b] Ogni sottospazio di W è sottospazio di V; [c] Ogni base di V contiene un vettore di W; [d] Nessuna.

5. Se 2 è autovalore per un endomorfismo $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ allora:
[a] $f(x)=x^2$; [b] $f(x)=2$; [c] $f(x)=\lambda x$; [d] nessuna delle precedenti.

6. Quale tra questi endormorfismi di $\mathbb{R}^2$ è triangolabile?
[a] $f(x,y)=(11x,10x+9y)$; [b] $f(x,y)=(3y,-x)$; [c] $f(x,y)=(x-2y,2x-y)$; [d] nessuno.

7. Sia $f\in\hom(\mathbb{R}_{\leq 2}[x],\mathbb{R}_{\leq 3}[x])$ dato da $f(p)=xp(x)$. La sua matrice nelle basi canoniche è:
[a] $\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&0\\0&0&2\\1&0&0\end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&1\\0&1&1\\1&1&0\end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$; [d] nessuna delle precedenti.

8. Quali sono equazioni parametriche per $V=\{x-2y+z=0\}\subseteq\mathbb{R}^3$? [a] $x=2s-t, y=s, z=t$; [b] $x=2s, y=2s, z=3t$; [c] $x=s-t, y=s, z=t$; [d] $x=y=z=s$.

9. La segnatura (n_0,n_+,n_-) della forma bilineare associata alla matrice $\begin{pmatrix}1&1&0\\1&2&0\\0&0&0\end{pmatrix}$ è:

[a] $(1,2,0)$; [b] $(0,1,2)$; [c] $(0,2,1)$; [d] $(1,0,2)$.

10. Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^3$ il sistema $\begin{cases}x=0\\z+y=0\end{cases}$? [a] infinite; [b] 0; [c] 1; [d] 2.

11. L'inversa di $\begin{pmatrix}-1&1\\0&1\end{pmatrix}$ è: [a] $\begin{pmatrix}1&0\\-1&1\end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix}-1&1\\0&1\end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix}$.

12. Se $f\in\hom(W,V)$ con V,W di dimensione finita e $\dim(V)>\dim(W)$, allora: [a] f non è iniettiva; [b] f non è suriettiva; [c] $\ker(f)=\{0\}$; [d] nessuna delle precedenti.

13. Sia $f\in\mathrm{End}(\mathbb{R}^4)$ tale che $f^2=0$ e $\dim(\mathrm{Imm}(f))=3$. Qual è la forma di Jordan di f?
[a] $\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$; [d] una tale f non esiste.

14. Quale può essere un blocco di Jordan nella forma di Jordan di un $f\in\mathrm{End}(\mathbb{R}^3)$ tale che $f^3=0$?
[a] $\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$; [d] Nessuno dei precedenti .

15. Il rango di $\begin{pmatrix}1&1&1\\1&-1&-1\\2&-1&2\end{pmatrix}$ è: [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 01238872

1. a

2. b

3. c

4. c

5. d

6. a

7. c

8. a

9. a

10. d

11. c

12. b

13. d

14. a

15. c

Nome ________________ **Cognome** ____________________ **Matricola** ⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵

1. La conica di equazione $x^2 + y^2 = 9$ è una:
[a] ellisse ; [b] coppia di rette incidenti; [c] iperbole ; [d] coppia di rette parallele.

2. Le coordinate di $(1 + x)$ rispetto alla base $1, 1 + x, x^2$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ sono:
[a] $(1, 1, 0)$; [b] $(1, 0, 0)$; [c] $(0, 1, 0)$; [d] $(0, 0, 1)$.

3. Quale di questi è un insieme di vettori linearmente indipendenti in $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$? [a] nessuno;
[b] $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, i\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1+i \\ i & i \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & i \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & -1 \\ -i & 0 \end{pmatrix}$

4. La dimensione di $V = \{f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^3) \mid f(e_1) = f(e_2), \mathrm{Imm}\, f \subseteq \mathrm{span}\{e_1, e_3\}\}$ è:
[a] 2; [b] 3; [c] 4; [d] V non è un sottospazio di $\mathrm{End}(\mathbb{R}^3)$.

5. Quale delle seguenti matrici non è diagonalizzabile?
[a] $\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; [d] Lo sono tutte le precedenti.

6. La forma di Jordan di $f(x, y) = (6x - 4y, 9x - 6y)$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; [d] nessuna delle precedenti.

7. Sia $b \in \mathrm{bil}(\mathbb{R}^2)$ la forma simmetrica con forma quadratica $x^2 - y^2 + 2xy$. La matrice di b rispetto alla base $(1, 1), (1, 0)$ è: [a] $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

8. Quali sono equazioni cartesiane per $V = \mathrm{span}\{(0, 0, 0), (i, 0, -i)\} \subseteq \mathbb{C}^3$?
[a] $x + y = 0, z = 0$; [b] $y = 0, x + z = 0$; [c] $ix + y = 0$; [d] $ix + y = 0, z = 0$.

9. Su $\mathbb{R}_{\leq 1}[x]$ con base $1, x$, la matrice associata al prodotto scalare $\langle p, q\rangle = \frac{1}{9}\int_0^3 p(x)q(x)dx$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 8/3 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 12 & 24 \\ 24 & 64 \end{pmatrix}$.

10. La dimensione dello spazio delle soluzioni di $Ax = 0$ con $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ è:
[a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

11. Quale delle seguenti funzioni è lineare?
[a] $f(x, y) = x^2 + y$; [b] $f(x, y) = (x + y, y - 1)$; [c] $f(x, y) = x/y$; [d] Nessuna delle altre.

12. In $\mathbb{R}^3$ col prodotto scalare standard una base dell'ortogonale di $(1, -2, 1)$ è:
[a] $(1, 1, 0), (0, 1, 1)$; [b] $(1, -2, 1)$; [c] $(1, 1, 1), (2, 1, 0)$; [d] $(1, 1, 1)$.

13. In $\mathbb{R}^4$ col prodotto scalare standard siano $W = \{(t + s, t, s, s - t) : s, t \in \mathbb{R}\}$ e $v = (1, 2, 3, 4)$. La proiezione $\pi_{W^\perp}(v)$ di v lungo l'ortogonale di W è:
[a] $(-\frac{4}{3}, \frac{7}{3}, \frac{1}{3}, 1)$; [b] $(1, 2, -4, 3)$; [c] $(\frac{4}{3}, \frac{1}{3}, 1, \frac{2}{3})$; [d] $(-6, 3, -5, -5)$.

14. In $\mathbb{R}^3$ siano $v_1 = (0, 1, 1,), v_2 = (1, 1, 0), v_3 = (1, 0, 1)$ e $w_1 = (1, 2, 3), w_2 = (4, 5, 6), w_3 = (7, 9, 8)$. Una $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^3)$ tale che $f(v_i) = w_i$ per ogni i:
[a] non esiste; [b] esiste ed è unica; [c] esiste ma non è unica; [d] nessuna delle altre.

15. Il rango di $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ è: [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 1154887

1. a

2. c

3. c

4. c

5. c

6. b

7. b

8. b

9. c

10. d

11. d

12. c

13. a

14. b

15. a

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** ___________

1. La conica definita dall'equazione $x^2+4xy+3y^2=0$ è una:
$\boxed{a}$ ellisse; $\boxed{b}$ parabola; $\boxed{c}$ coppia di rette parallele; $\boxed{d}$ coppia di rette incidenti.

2. Le coordinate di $\begin{pmatrix}5 & 1\\ 5 & 4\end{pmatrix}$ nella base $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ sono:
$\boxed{a}$ $(1,-2,3,0)$; $\boxed{b}$ $(-1,2,-3,0)$; $\boxed{c}$ $(2,1,1,3)$; $\boxed{d}$ $(1,2,-3,1)$.

3. Sia V uno spazio vettoriale su un campo $\mathbb{K}$. Quale affermazione è necessariamente vera?
$\boxed{a}$ V ha una base; $\boxed{b}$ $\dim(V)<\infty$; $\boxed{c}$ V è infinito; $\boxed{d}$ V ha un numero finito di vettori.

4. In $\mathbb{R}^3$ la dimensione di $\text{span}\{(x,y,z)|x=y, z=1\}$ è: $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 3.

5. Quanti autovalori semplici ha $f(x,y,z)=(x-y+7z, 4x-3y-6z, 3z)$?
$\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 3.

6. Gli autovalori di $f\in \text{End}(\mathbb{C}^3)$ data da $f(x,y,z)=(-y,x,y+2z-x)$ sono:
$\boxed{a}$ Diversi tra loro; $\boxed{b}$ $0,2$; $\boxed{c}$ $i,2$; $\boxed{d}$ Nessuna delle precedenti.

7. Sia $b\in bil(\mathbb{R}^3)$ la forma simmetrica associata alla forma quadratica $q(x,y,z)=x^2+z^2+4xy+2xz$. La matrice di b rispetto alla base canonica è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix}1 & 4 & 2\\ 4 & 0 & 0\\ 2 & 0 & 1\end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix}0 & 6 & 2\\ 6 & 1 & 0\\ 2 & 1 & 1\end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

8. $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{C}^3|2x-iy+iz=0\}$ ha equazioni paramentriche: $\boxed{a}$ $x=s, y=-2is+t, z=t$;
$\boxed{b}$ $x=t, y=-2is+t, z=t$; $\boxed{c}$ $x=s, y=s+it, z=t$; $\boxed{d}$ $x=z, y=-2is+3it$.

9. La segnatura (n_0,n_+,n_-) di $b\in bil(\mathbb{R}_{\leq 2}[x])$ data da $b(p,q)=p'(0)q'(0)-\frac{3}{2}\int_{-1}^{1}p(x)q(x)dx$ è:
$\boxed{a}$ $(1,2,0)$; $\boxed{b}$ $(2,0,1)$; $\boxed{c}$ $(1,0,2)$; $\boxed{d}$ $(0,2,1)$

10. Sia $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 1 & 2 & -1\\ 2 & 2 & 1\end{pmatrix}$ e $b=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ 3\end{pmatrix}$. Quante soluzioni ha in $\mathbb{R}^3$ il sistema $AX=b$?
$\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ ∞.

11. Calcolare l'inversa di $\begin{pmatrix}1 & 0 & -2\\ 0 & 3 & 1\\ 1 & 1 & -1\end{pmatrix}$.
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix}-2 & -1 & 3\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{-1}{2}\\ \frac{-3}{2} & \frac{-1}{2} & \frac{3}{2}\end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix}-1 & \frac{-3}{2} & 0\\ -1 & \frac{-1}{2} & \frac{-3}{2}\\ \frac{-1}{2} & -1 & 0\end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix}-4 & -2 & 6\\ 1 & 1 & -1\\ -3 & -1 & 1\end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix}1 & 0 & -2\\ 0 & 3 & 1\\ 1 & 1 & -1\end{pmatrix}$.

12. L'ortogonale di 1 rispetto a $b(p,q)=(pq)'(0)$ in $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ ha come base:
$\boxed{a}$ $1,x$; $\boxed{b}$ $1,x^2$; $\boxed{c}$ x,x^2; $\boxed{d}$ nessuna delle altre.

13. Siano $w_1=(1,1), w_2=(1,0)$ e $f\in\hom(\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}),\mathbb{R}^2)$ data da $f(A)=(w_1Aw_1^T, w_2Aw_2^T)$. La matrice di f nelle basi $v_1=\left(\begin{smallmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{smallmatrix}\right), v_2=\left(\begin{smallmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{smallmatrix}\right), v_3=\left(\begin{smallmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{smallmatrix}\right), v_4=\left(\begin{smallmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{smallmatrix}\right)$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ e w_1, w_2 di $\mathbb{R}^2$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix}2 & 2 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix}1 & 0 & 1 & 0\\ 1 & 2 & 0 & 1\end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $f\notin\hom(\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}),\mathbb{R}^2)$.

14. Sia $V=(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^2$. Quale delle seguenti affermazioni vale $\forall\, v\in V$?
$\boxed{a}$ $v^2=0$; $\boxed{b}$ $v\neq 0$; $\boxed{c}$ $v=-v$; $\boxed{d}$ nessuna delle altre.

15. Sia $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & i\\ i & 1 & 1+i & 1-i\end{pmatrix}$. Il rango di A^TA è: $\boxed{a}$ 1 ; $\boxed{b}$ 2 ; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

Risposte esatte

Cod. 21590687

1. d

2. c

3. a

4. c

5. b

6. a

7. d

8. a

9. c

10. b

11. a

12. b

13. c

14. c

15. b

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** __________

1. La conica di equazione $x^2 - y^2 = 9$ è una:
$\boxed{a}$ ellisse ; $\boxed{b}$ coppia di rette incidenti; $\boxed{c}$ iperbole ; $\boxed{d}$ coppia di rette parallele.

2. Le coordinate di $(2-i)^2 - x$ rispetto alla base $\{ix^2 - i, ix, 2i\}$ di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ sono:
$\boxed{a}$ $(1, -2, 1)$; $\boxed{b}$ $(-\frac{3}{2}i - 2, i, 0)$; $\boxed{c}$ $(2, -i)^2$; $\boxed{d}$ $(0, i, -\frac{3}{2}i - 2)$.

3. Quale dei seguenti insiemi genera $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ x + y + z = 0\}$? $\boxed{a}$ $(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)$;
$\boxed{b}$ $(1, 1, -2), (1, -2, 1), (-2, 1, 1), (0, 0, 0)$; $\boxed{c}$ $(1, 0, -1), (0, 1, 0)$; $\boxed{d}$ $(1, 0, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)$.

4. Se $U \subset W$ sono sottospazi di V allora necessariamente
$\boxed{a}$ $U + W = V$; $\boxed{b}$ $U + W = W$; $\boxed{c}$ $U + W = U$; $\boxed{d}$ $U \cap W = 0$.

5. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$? $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

6. Sia $A \in \mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{C})$ non diagonalizzabile con autovalori $0, 1, -1$. Se 0 ha molteplicità algebrica 2 allora: $\boxed{a}$ $\ker A = 0$; $\boxed{b}$ $\dim(\ker A) = 1$; $\boxed{c}$ $\text{rango}(A) \leq 2$ $\boxed{d}$ $\text{rango}(A) > 3$.

7. La matrice associata alla forma bilineare $b((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1(y_2 - x_2) + x_2 y_1$ in base canonica è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ b non è una forma bilineare.

8. Quali sono equazioni cartesiane per $V = \text{span}\{(2, 3, 0), (0, 1, 1)\} \subseteq \mathbb{R}^3$?
$\boxed{a}$ $3x - 2y - 2z = 0$; $\boxed{b}$ $z = 3x$; $\boxed{c}$ $x - y = 0$; $\boxed{d}$ $3x - 2y + 2z = 0$.

9. La forma bilineare di $\mathbb{R}^2$ associata a $\begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ è definita positiva:
$\boxed{a}$ mai; $\boxed{b}$ sempre; $\boxed{c}$ solo se $x > 0$; $\boxed{d}$ solo se $x \neq 0$.

10. In $\mathbb{R}^3$ quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x - z = 1 \\ x + y + z = 0 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ ∞.

11. Sia A una matrice 3x3 a coefficienti reali. Allora $\det(A^t A) =$?
$\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1 ; $\boxed{c}$ $\det A^2$; $\boxed{d}$ Nessuna delle altre.

12. In $\mathbb{R}^4$ l'ortogonale di $\text{span}\{e_1 + e_2, e_3 - e_4\}$ è: $\boxed{a}$ $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$;
$\boxed{b}$ $\text{span}\{e_1 + e_2 + e_3, e_3 - e_1\}$; $\boxed{c}$ $\text{span}\{e_1 - e_2, e_3 + e_4\}$; $\boxed{d}$ $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x = y, z = -t\}$.

13. Sia $f \in \text{hom}(\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2)$ data da $f\left(\begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right) = (a + b, c + d)$. La matrice di f nelle basi $v_1 = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right), v_2 = \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix}\right), v_3 = \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{smallmatrix}\right), v_4 = \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right)$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ e $w_1 = (1, 1), w_2 = (1, 0)$ di $\mathbb{R}^2$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $f \notin \text{hom}(\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2)$.

14. In $\mathbb{R}^3$ standard, il piano contenente la retta $x - y = 2z + 1 = 2z + x$ ed il punto $(3, 2, 1)$ è:
$\boxed{a}$ $(3, 2, 1) + \{x = 1\}$; $\boxed{b}$ $x = 3$; $\boxed{c}$ $2x - y - 2z = 2$; $\boxed{d}$ Tale piano non è univocamente determinato.

15. Il rango della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ è: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 30890623

1. c

2. d

3. b

4. b

5. b

6. b

7. b

8. d

9. c

10. d

11. c

12. c

13. a

14. c

15. c

Nome ________________ **Cognome** ____________________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

1. La conica di equazione $(x-y)^2+2xy+2x+1=0$ è:
[a] una parabola; [b] un punto; [c] una coppia di retta incidenti; [d] una retta.

2. Le coordinate di $\begin{pmatrix} 7i & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & 0 \\ i & i \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$ sono: [a] $(7+i,0,0,-i)$; [b] $(7,0,0,i)$; [c] $(7i,0,1,1)$; [d] nessuna delle altre.

3. Quali dei seguenti insiemi genera $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$?
[a] $0,1,x,x^2$; [b] $1+x^2,x$; [c] $1+x,1+x^2$; [d] $x(1+x),1+x,(x-1)(x+1)$.

4. La dimensione di $\{f\in \hom(\mathbb{R}^3,\mathbb{R}^2) | f(1,1,0)=f(1,1,1)=0\}$ è: [a] 6; [b] 1; [c] 4; [d] 2.

5. Per quali dei seguenti valori di x la matrice $\begin{pmatrix} e^x & \log x \\ 0 & e^x \end{pmatrix}$ risulta diagonalizzabile su $\mathbb{R}$?

[a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

6. Gli autovalori di $f(x,y,z)=(x,-2y+z,z)$ sono: [a] $1,-2$; [b] $-1,0$; [c] $1,-1,0$; [d] $1,0,2$.

7. La matrice della forma bilineare di $\mathbb{R}^2$ data da $b((x,y),(x',y'))=xy'+x'y+xx'$, rispetto alla base $\mathcal{B}=\{(-1,0),(0,-1)\}$ è: [a] $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

8. L'equazione della retta passante per $(1,1,0)$ e $(0,-2,0)$ è: [a] $x=1-2y, z=0$;
[b] $y=3x-2, z=0$; [c] $x+y-2z=0, x-y=0$; [d] nessuna delle precedenti

9. Su $\mathbb{R}_{\leq 1}[x]$ con base $1,x$, la matrice associata al prodotto scalare $\langle p,q\rangle = 6\int_0^1 p(x)q(x)dx$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 8/3 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 12 & 24 \\ 24 & 64 \end{pmatrix}$.

10. In $\mathbb{R}^3$ quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x+z=0 \\ x+y+z=0 \\ y+z=0 \end{cases}$ [a] 0; [b] 1; [c] 2; [d] ∞.

11. L'inversa di $A=\begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{pmatrix}$ è: [a] A non è invertibile; [b] $\frac{A+A^T}{2}$; [c] A^2; [d] $\frac{1}{2}A^T$.

12. Quale delle seguenti espressioni per $f(X)$ rappresenta un'isometria di $\mathbb{R}^2$ che manda $(1,0)$ in $(1,1)$ e $(0,0)$ in $(0,1)$? [a] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}X$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}X+\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}X$; [d] Nessuna.

13. Sia $f\in \hom(\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}),\mathbb{R}^2)$ data da $f\left(\begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right)=(ab,-cd)$. La matrice di f nelle basi $v_1=\left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right), v_2=\left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix}\right), v_3=\left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right), v_4=\left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right)$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ e $w_1=(0,1), w_2=(1,0)$ di $\mathbb{R}^2$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$; [d] $f\notin \hom(\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}),\mathbb{R}^2)$.

14. Se $d(v,w)$ è la distanza indotta da un prodotto scalre $\langle\cdot,\cdot\rangle$ su V allora:
[a] $d(v,w)=\sqrt{||v||^2+||w||^2}$; [b] $d(v,w)+d(w,u)\geq d(v,u)$; [c] $d(v,w)>0$; [d] $d(v,-v)=0$

15. Il rango su $\mathbb{C}$ della matrice $\begin{pmatrix} 1 & i & 1+i & 1-i \\ 1+i & i-1 & 2i & 2 \\ i & -1 & i-1 & 1+i \end{pmatrix}$ è: [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 4927089

1. b

2. a

3. a

4. d

5. a

6. a

7. c

8. b

9. a

10. b

11. a

12. b

13. d

14. b

15. a

Nome ________________ **Cognome** ____________________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

1. La conica di equazione $x^2 + 2x = 1$ è:
[a] un'ellisse; [b] una parabola; [c] due rette parellele; [d] nessuno dei precedenti.

2. In $\mathbb{R}^4$, le coordinate di $(1,0,1,0)$ nella base $v_1 = (1,1,1,1)$, $v_2 = (0,1,1,1)$, $v_3 = (0,0,1,1)$, $v_4 = (0,0,0,1)$ sono: [a] $(1,2,3,4)$; [b] $(1,1,1,1)$; [c] $(1,-1,1,-1)$; [d] Nessuna delle altre.

3. Quali dei seguenti è un sistema di generatori di $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$? [a] $1 + x + x^2 + x^3$;
[b] $(1 + x + x^2 + x^3)^3$; [c] $0, 1, x, x + x^2, (x + 1)(x - 1)$; [d] nessuno dei precedenti.

4. La dimensione di $V = \{f \in \hom(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^4) \mid f(e_1) = f(e_2), f(e_3) \in \operatorname{span}(1,2,3,4)\}$ è:
[a] 4; [b] 5; [c] 6; [d] V non è un sottospazio di $\hom(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^4)$.

5. Sia $f \in \operatorname{End}(\mathbb{C}^4)$ data da $f(x,y,z,t) = (y, -x, iz, z + it)$. La molteplicità geometrica di i è:
[a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

6. Quali delle seguenti matrici rappresenta un endomorfismo diagonalizzabile su $\mathbb{R}$?
[a] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 6 & -4 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$.

7. La matrice associata a $f(x,y) = (2x, x + y)$ rispetto alla base $(1,1), (1,0)$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; [d] nessuna delle precedenti.

8. In $\mathbb{R}^3$, la distanza tra $P = (0,-1,1)$ ed il piano π di equazione $x - y - z = 1$ è:
[a] 0; [b] 1; [c] -1; [d] $1/\sqrt{3}$.

9. Per quali valori di k la matrice $\begin{pmatrix} k-1 & k \\ k & k-1 \end{pmatrix}$ rappresenta un prodotto scalare su $\mathbb{R}^2$?

[a] Per nessun valore di k; [b] $k \in]0, \frac{1}{2}[$; [c] $k > \frac{1}{2}$; [d] $k < 0 \cup k > 1$.

10. Una base delle soluzioni del sistema $\begin{cases} y + 2z = 0 \\ x + y + 2z - t = 0 \\ 2x - y - 2z - 2t = 0 \end{cases}$ è:

[a] $(1,1,1,1), (1,2,3,1)$; [b] $(1,0,0,1), (1,-2,1,1)$; [c] $(0,2,-1,0)$; [d] nessuna delle precedenti.

11. Quale delle seguenti matrici di $\mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$è invertibile?
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$.

12. Se $f \in \hom(W, V)$ con V, W di dimensione finita e $\dim(V) > \dim(W)$, allora: [a] f non è iniettiva; [b] f non è suriettiva; [c] $\ker(f) = \{0\}$; [d] nessuna delle precedenti.

13. In $\mathbb{R}^3$ standard, il piano contenente la retta $x + y = z + 1 = z + x$ e ortogonale alla retta $(t, t+1, 2t+2)$ è: [a] $y - z + 2x - 2 = 0$; [b] $(0,1,2) + \{x + y + 2z = 0\}$;
[c] $(1,0,0) + \{x + y + 2z = 0\}$; [d] Tale piano non esiste.

14. In $\mathbb{R}^3$ standard, il piano contenente la retta $x - y = 2z + 1 = 2z + x$ ed il punto $(1,2,-1)$ è:
[a] $(3,2,1) + \{x = 1\}$; [b] $x = 3$; [c] $2x + y + 2z = 2$; [d] Tale piano non è univocamente determinato.

15. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Qual è il rango di $A^T A$? [a] 2 ; [b] 3 ; [c] 4 ; [d] 5.

Risposte esatte

Cod. 55270541

1. c

2. c

3. d

4. b

5. b

6. d

7. a

8. d

9. a

10. b

11. c

12. b

13. d

14. d

15. a

Nome ________________ **Cognome** ____________________ **Matricola** __________

1. La conica definita dall'equazione $4x^2 + 4xy + y^2 + y = 1$ è:
[a] ellisse; [b] iperbole; [c] parabola; [d] coppia di rette.

2. In $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$, le coordinate di $(1+x)^2$ rispetto alla base $v_1 = 1+x, v_2 = 1, v_3 = 1+x+x^2$ sono:
[a] $(1,-1,1)$; [b] $(2,0,0)$; [c] $(-1,1,1)$; [d] $(1,0,0)^2$.

3. Quale di queste è una base di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$? [a] $1, x+1, x^2+x+1, x-1$;
[b] $(x-1)^2, x, x^2-x+1$; [c] $1, x+1, x^2+2x+2$; [d] $x^2-x-2, 2x+1, 2x^2-3$.

4. Sia $W \subset \mathbb{R}^4$ generato da $(1,2,1,-1), (0,1,2,0), (2,3,2,-2), (0,1,1,1), (-2,-1,3,1)$.
[a] $\dim(W) = 4$; [b] $\dim(W) = 1$; [c] $\dim(W) = 2$; [d] $\dim(W) = 3$.

5. Quanti autovalori semplici ha $f(x,y,z) = (x-y+7z, 4x-3y-6z, 3z)$?
[a] 0; [b] 1; [c] 2; [d] 3.

6. Quale tra questi endormorfismi di $\mathbb{R}^2$ è triangolabile?
[a] $f(x,y) = (11x, 10x+9y)$; [b] $f(x,y) = (3y, -x)$; [c] $f(x,y) = (x-2y, 2x-y)$; [d] nessuno.

7. La matrice della forma bilineare $b : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, b((x,y),(x',y')) = xy' + x'y$ rispetto alla base $\mathcal{B} = \{(1,1),(0,-1)\}$ è: [a] $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

8. Quali sono equazioni parametriche per $V = \{x-4y+z=0, z-x=0\} \subseteq \mathbb{R}^3$?
[a] $x = y = s, z = 4s$; [b] $x = s, y = 3s, z = s$; [c] $x = z = t, y = \frac{t}{2}$; [d] nessuna.

9. Su $\mathbb{R}_{\leq 1}[x]$ con base $1, x$, la matrice associata al prodotto scalare $\langle p, q \rangle = \frac{1}{9}\int_0^3 p(x)q(x)dx$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 8/3 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 12 & 24 \\ 24 & 64 \end{pmatrix}$.

10. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x - iy - z = 0 \\ y = i(z-x)+1 \end{cases}$ su $\mathbb{C}$? [a] 0; [b] 4; [c] 2; [d] infinite.

11. Quali dei seguenti gruppi di vettori sono affinemente independenti tra loro?
[a] $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$; [d] nessuno dei precedenti.

12. Quali delle seguenti è una base ortonormale per il prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^2$?
[a] e_1, e_1+e_2; [b] e_2+e_1, e_1-e_2; [c] e_1-e_2, e_2-e_1; [d] nessuna delle precedenti.

13. In $\mathbb{R}^3$ standard, il piano contenente la retta $x - y = 2z+1 = 2z+x$ ed il punto $(1,2,-1)$ è:
[a] $(3,2,1) + \{x = 1\}$; [b] $x = 3$; [c] $2x+y+2z = 2$; [d] Tale piano non è univocamente determinato.

14. Sia $f \in \hom(\mathcal{M}_{2\times 3}(\mathbb{C}), \mathbb{C}_{\leq 2}[x])$.
[a] $\dim(\ker(f)) \geq 3$; [b] $\dim(\ker(f)) \leq 3$; [c] $\dim(\ker(f)) = 3$; [d] Nessuna delle precedenti.

15. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & i \\ i & 1 & 1+i & 1-i \end{pmatrix}$. Il rango di $A^T A$ è: [a] 1 ; [b] 2 ; [c] 3; [d] 4.

Risposte esatte

Cod. 65270546

1. c

2. a

3. c

4. a

5. b

6. a

7. d

8. c

9. c

10. a

11. d

12. d

13. d

14. a

15. b