Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

1. La conica definita da $x^2 + y^2 - 4xy = 1$ è:
[a] ellisse; [b] iperbole; [c] parbola; [d] un punto.

2. Le coordinate di $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{Z}_2)$
sono: [a] (1,0,1,1); [b] (1,0,0,1); [c] (0,0,1,1); [d] (1,1,1,1).

3. Quale di queste è una base di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$? [a] $1, x+1, x^2+x+1, x-1$;
[b] $(x-1)^2, x, x^2-x+1$; [c] $1, x+1, x^2+2x+2$; [d] $x^2-x-2, 2x+1, 2x^2-3$.

4. Sia $X = \{x + 2y = 0, y - 4z + 1 = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$; span$(X)$ ha dimensione: [a] 0; [b] 1; [c] 2; [d] 3.

5. Gli autovalori di $f(x, y, z) = (7x - 2y - 5z, 8x - y - 11z, 3z)$ sono:
[a] 3 semplice ; [b] 3 triplo; [c] -3 semplice; [d] -3 triplo.

6. Per quali dei seguenti valori di x la matrice $\begin{pmatrix} e^x & \log x \\ 0 & e^x \end{pmatrix}$ risulta diagonalizzabile su $\mathbb{R}$?
[a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

7. Sia $f : \mathbb{R}_{\leq 3}[x] \to \mathbb{R}_{\leq 1}[x]$ la derivata seconda. La sua matrice nelle basi canoniche è:
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$; [d] nessuna delle precedenti.

8. Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^2)$ la forma simmetrica con forma quadratica $x^2 - y^2 + 2xy$. La matrice di b rispetto alla base $(1, 0), (1, 1)$ è: [a] $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

9. In $\mathbb{R}_{\leq 5}[x]$ distanza tra x e x^2 rispetto al prodotto scalare $\langle p, q\rangle = \int_0^1 p(x)q(x)dx$ è:
[a] $1/\sqrt{30}$; [b] $1/\sqrt{6}$; [c] $1/\sqrt{5}$; [d] $1/30$.

10. Una base dello spazio delle soluzioni del sistema $AX = 0$ con $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ è:
[a] $(1, 0, 0)$; [b] $(0, 1, 0)$; [c] $(0, 0, 1)$; [d] Nessuna delle altre.

11. Quante affinità di $\mathbb{R}^2$ esistono che mandano $e_1, e_1 + e_2, 0$ in $e_2, 0, e_1$?
[a] 0; [b] infinite; [c] 1; [d] nessuna delle precedenti

12. Un'applicazione lineare iniettiva da $\mathbb{R}^4$ a $\mathbb{R}^3$:
[a] è sempre suriettiva ; [b] è sempre invertibile; [c] è unica ; [d] non esiste.

13. Sia $A = \left(\begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right)$ tale che b sia autovalore di A. Allora sicuramente: [a] a è autovalore di A;
[b] c è autovalore di A; [c] d è autovalore di A; [d] nessuna delle precedenti.

14. Sia $f \in \text{End}(\mathbb{R}_{\leq 2}[x])$ la derivata. La matrice di f nelle base $x, 1 + x, x^2$ è:
[a] $\begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

15. In $\mathbb{R}^3$ la distanza tra $(2, 2, 0)$ ed il piano passante per i punti $(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 2)$ è:
[a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 701385

1. b

2. a

3. c

4. c

5. b

6. a

7. b

8. d

9. a

10. d

11. c

12. d

13. d

14. a

15. b

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. Il rango della matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ è: [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

2. Le coordinate di $(1+i, -1+i, i)$ rispetto alla base $\{(0,1,1), (1, i-1, 0), (0, i, 0)\}$ di $\mathbb{C}^3$ sono:
[a] $(i, 1+i, -i)$; [b] $(i, 1+i, i)$; [c] $(i, 1, i)$; [d] $(1+i, -1)$.

3. Siano $v_1, \dots, v_k$ vettori linearmente indipendeti di $\mathbb{R}^n$, allora:
[a] generano; [b] $k = n$; [c] $k \leq n$; [d] $k > n$.

4. Sia A un sottoinsieme di uno spazio vettoriale V. Lo span di A è sempre:
[a] uno spazio vettoriale; [b] uguale a V; [c] contenuto in A; [d] una base di V.

5. Quali sono gli autovalori dell'endomorfismo di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ definito da $f(X) = X + X^T$?
[a] ± 1; [b] 2; [c] $0, 2$; [d] $1, -1, 0, 2$.

6. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$? [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

7. La matrice della rotazione in senso antiorario di $\pi/4$ rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^2$ è:
[a] $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sqrt{2} & -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; [b] $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; [c] $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; [d] $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$.

8. Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^2)$ la forma simmetrica con forma quadratica $x^2 - y^2 + 2xy$. La matrice di b rispetto alla base $(1,0), (1,1)$ è: [a] $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

9. La matrice associata al prodotto scalare standard rispetto alla base $(1,2), (3,4)$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 16 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}$.

10. Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^4$ il sistema $\begin{cases} t - z = 0 \\ x = x \end{cases}$ [a] 0; [b] 4; [c] 8; [d] infinite.

11. Quale delle seguenti funzioni è lineare?
[a] $f(x,y) = x^2 + y$; [b] $f(x,y) = (x+y, y-1)$; [c] $f(x,y) = x/y$; [d] Nessuna delle altre.

12. Quale delle seguenti matrici è ortogonale?
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

13. Sia $f \in \text{End}(V)$ diagonalizzabile t.c. $f^3 = 0$. Allora:
[a] $f^2 = 0$; [b] $\ker f = 0$; [c] $\ker f \subset \text{Imm} f$; [d] $\dim \ker f = 1$.

14. Sia V lo spazio delle matrici antisimmetriche 3×3 e sia W lo spazio generato dalle matrici associate ad una rotazione di asse span(e_1) (cioè l'asse X), rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$.
[a] $\dim(V+W) = 8$; [b] $\dim(V+W) = 7$; [c] $\dim(V+W) = 6$; [d] $\dim(V+W) = 5$.

15. L'equazione della retta affine passante per $(1,0,0)$ e $(1,1,1)$ è:
[a]; $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$ [b] $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ y = 1 \end{cases}$; [c] $\begin{cases} y - z = 0 \\ x = 1 \end{cases}$; [d] $\begin{cases} x + z = 0 \\ z - y = 1 \end{cases}$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 7118395

1. b

2. a

3. c

4. a

5. c

6. c

7. a

8. d

9. d

10. c

11. d

12. c

13. a

14. d

15. c

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** __________

1. La conica di equazione $(x-y)^2-(x+y)^2-3x=0$ è:
$\boxed{\text{a}}$ una parabola; $\boxed{\text{b}}$ un'ellisse; $\boxed{\text{c}}$ una coppia di retta incidenti; $\boxed{\text{d}}$ un'iperbole.

2. Le coordinate di $ix^2+(1-2i)x+2i$ rispetto alla base $\{ix-1,-x,x^2+1\}$ di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ sono:
$\boxed{\text{a}}$ $(i,2i,-i)$; $\boxed{\text{b}}$ $(i,-2i,i)$; $\boxed{\text{c}}$ $(-i,2i,i)$; $\boxed{\text{d}}$ $(i,-2i,-i)$.

3. Quale di questi elementi completa $\{x^2-2x-1,2x\}$ ad una base di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$?
$\boxed{\text{a}}$ $(x+1)(x-1)$; $\boxed{\text{b}}$ $(x+1)^2$; $\boxed{\text{c}}$ $(x+1)^2-(x+1)(x-1)-2$; $\boxed{\text{d}}$ nessuno.

4. La dimensione di $\{f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2 : f(1,1,0)=(0,0)\}$ è: $\boxed{\text{a}}$ 6; $\boxed{\text{b}}$ 1; $\boxed{\text{c}}$ 4; $\boxed{\text{d}}$ 2.

5. Per quali valori di $k\in\mathbb{R}$ la matrice $\begin{pmatrix} k-1 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ k-1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile?
$\boxed{\text{a}}$ $k\neq 1,2$; $\boxed{\text{b}}$ $k=2$; $\boxed{\text{c}}$ $k\neq 0$; $\boxed{\text{d}}$ $k=1$.

6. Gli autovalori di $\begin{pmatrix} 1 & i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ i & i-1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ sono: $\boxed{\text{a}}$ ± 1; $\boxed{\text{b}}$ $\pm 1, \pm i$; $\boxed{\text{c}}$ $1,\pm i$; $\boxed{\text{d}}$ $1, i$.

7. La matrice associata a $f(x,y)=(x,x+y)$ rispetto alla base $(1,-1),(1,0)$ è:
$\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

8. In $\mathbb{R}^2$ la matrice della forma bilineare $b(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}) = (x_1+x_2)y_2$ nella base $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ è:
$\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

9. La forma bilineare su $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ definita da $b(p,q)=p(1)q(1)$ è:
$\boxed{\text{a}}$ simmetrica; $\boxed{\text{b}}$ antisimmetrica; $\boxed{\text{c}}$ un prodotto scalare; $\boxed{\text{d}}$ definita positiva.

10. Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^3$ il sistema $\begin{cases} x+z=0 \\ x+y+z=0 \end{cases}$? $\boxed{\text{a}}$ 2; $\boxed{\text{b}}$ 1; $\boxed{\text{c}}$ 0; $\boxed{\text{d}}$ 4.

11. Data $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, quale matrice non è invertibile? $\boxed{\text{a}}$ A^T; $\boxed{\text{b}}$ A^{-1}; $\boxed{\text{c}}$ nessuna; $\boxed{\text{d}}$ A^2.

12. In $\mathbb{R}^3$ col prodotto scalare standard, la proiezione di $(1,2,3)$ sull'ortogonale di $(1,1,1)$ è:
$\boxed{\text{a}}$ $(1,0,1)$; $\boxed{\text{b}}$ $(1,0,-1)$; $\boxed{\text{c}}$ $(1,-2,1)$; $\boxed{\text{d}}$ $(-1,0,1)$.

13. Sia $f\in\operatorname{End}(V)$ diagonalizzabile t.c. $f^3=0$. Allora:
$\boxed{\text{a}}$ $f^2=0$; $\boxed{\text{b}}$ $\ker f=0$; $\boxed{\text{c}}$ $\ker f\subset \operatorname{Imm} f$; $\boxed{\text{d}}$ $\dim\ker f=1$.

14. Sia $A=\left(\begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right)$ tale che b sia autovalore di A. Allora sicuramente: $\boxed{\text{a}}$ a è autovalore di A;
$\boxed{\text{b}}$ c è autovalore di A; $\boxed{\text{c}}$ d è autovalore di A; $\boxed{\text{d}}$ nessuna delle precedenti.

15. Il piano affine di $\mathbb{R}^3$ ortogonale a $(1,2,3)$ e passante $(1,2,3)$ è: $\boxed{\text{a}}$ $(x-1)+2(y-2)+3(z-3)=0$;
$\boxed{\text{b}}$ $(x-1)+(y-2)+(z-3)=0$; $\boxed{\text{c}}$ $x+2y+3z=6$; $\boxed{\text{d}}$ un tale piano non esiste.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 822839

1. c

2. c

3. b

4. c

5. a

6. a

7. b

8. a

9. a

10. a

11. c

12. d

13. a

14. d

15. a

Nome ______________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. La conica di equazione $(x+y)^2 - x + y + y^2 = 0$ è:
$\boxed{a}$ un'iperbole; $\boxed{b}$ un'ellisse; $\boxed{c}$ una parabola; $\boxed{d}$ una coppia di rette incidenti.

2. Le coordinate di $(1, i, 0)$ rispetto alla base di $\mathbb{C}^3$ formata da $e_1 + ie_2$, ie_2, $e_3 - e_1$, sono:
$\boxed{a}$ $(1, i, 0)$; $\boxed{b}$ $(1, 0, 0)$; $\boxed{c}$ $(1, 1, 0)$; $\boxed{d}$ $(i, 1, 0)$.

3. Quale insieme genera $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$? $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 2i & 0 \end{pmatrix}, 2\begin{pmatrix} 0 & i \\ 2i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$;
$\boxed{b}$ nessuno; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -i & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Quale dei seguenti è un spazio vettoriale? $\boxed{a}$ $\{A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{C}) : A \text{ è diagonalizzabile}\}$; $\boxed{b}$ $\{p \in \mathbb{R}[x] : p(1) = 0\}$; $\boxed{c}$ $\{A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{C}) : A \text{ è invertibile}\}$; $\boxed{d}$ nessuno dei precedenti.

5. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$? $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

6. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e sia $f \in \operatorname{End}(\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}))$ definito da $f(X) = XA$. Gli autovalori di f sono:
$\boxed{a}$ ± 1; $\boxed{b}$ $0, 2$; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ f non ha autovalori reali.

7. In $\mathbb{R}^2$ con la base canonica, la matrice della riflessione rispetto alla retta $y = 2x$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $5\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{5}\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.

8. La matrice della forma $b(x, y) = 2x_1y_1 - 3x_2y_1 + x_3y_2$ rispetto alla base $\{e_3, e_2, e_1\}$ di $\mathbb{R}^3$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

9. Quale è la matrice di un prodotto scalare? $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

10. In $\mathbb{C}^3$ quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x + iz = 0 \\ ix + y + z = 0 \\ y + 2z = 0 \end{cases}$ $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ ∞.

11. Sia A una matrice 3x3 invertibile a coefficienti reali. Allora $\det(AA^{-1}) = ?$
$\boxed{a}$ $(\det A)^2$; $\boxed{b}$ 0 ; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ 9.

12. In $\mathbb{R}^3$ col prodotto scalare standard, la proiezione di $(1, 2, 3)$ sull'ortogonale di $(1, 1, 1)$ è:
$\boxed{a}$ $(1, 0, 1)$; $\boxed{b}$ $(1, 0, -1)$; $\boxed{c}$ $(1, -2, 1)$; $\boxed{d}$ $(-1, 0, 1)$.

13. Sia $f \in \hom(\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2)$ data da $f\left(\begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right) = (a + b, c + d)$. La matrice di f nelle basi $v_1 = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right), v_2 = \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix}\right), v_3 = \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{smallmatrix}\right), v_4 = \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right)$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ e $w_1 = (1, 1), w_2 = (1, 0)$ di $\mathbb{R}^2$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $f \notin \hom(\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2)$.

14. Sia $f \in \hom(\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2)$ data da $f(A) = (\operatorname{traccia}(A), -\operatorname{traccia}(A))$. La matrice di f nelle basi $v_1 = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right), v_2 = \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix}\right), v_3 = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right), v_4 = \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right)$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ e $w_1 = (1, 1), w_2 = (0, -1)$ di $\mathbb{R}^2$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $f \notin \hom(\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2)$.

15. In $\mathbb{R}^3$ la distanza tra $(1, -1, 1)$ e la retta di equazioni parametriche $r(t) = (t - 1, 3 - 2t, 1)$ è:
$\boxed{a}$ 0 ; $\boxed{b}$ $1/\sqrt{5}$; $\boxed{c}$ $2/\sqrt{5}$; $\boxed{d}$ $3/\sqrt{5}$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 833832

1. b

2. b

3. d

4. b

5. c

6. c

7. d

8. a

9. c

10. d

11. c

12. d

13. a

14. a

15. a

Nome ________________ **Cognome** ____________________ **Matricola** __________

1. La conica di equazione $(x+y)^2-(x+y)=0$ è:
[a] un'ellisse; [b] una parabola; [c] un'iperbole; [d] nessuna delle precedenti.

2. In $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$, le coordinate di $1-x^2$ rispetto alla base $\{x-1, x^2+x, x^2\}$ sono:
[a] $(1,1,1)$; [b] $(-1,1,-2)$; [c] $(1,0,2)$; [d] $(2,1,-1)$.

3. Sia V uno spazio vettoriale su un campo $\mathbb{K}$. Quale affermazione è necessariamente vera?
[a] V ha una base; [b] $\dim(V)<\infty$; [c] V è infinito; [d] V ha un numero finito di vettori.

4. La dimensione di $\{f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2 : f(1,1,0) \in \operatorname{span}(1,1)\}$ è: [a] 6; [b] 5; [c] 4; [d] 3

5. Sia $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ simmetrica. Se $A^3=0$, allora: [a] Tutte le seguenti condizioni sono verificate; [b] A ha una colonna di 0; [c] $A=0$; [d] 0 è un autovalore di A.

6. Sia $f(x,y,z)=(2x,y,x+y+z)$. Quali dei seguenti è autovettore di f?
[a] $(2,-1,-1)$; [b] $(1,0,1)$; [c] $(1,2,3)$; [d] Nessuno dei precedenti.

7. La matrice associata a $f(x,y)=(-x,y)$ rispetto alla base $(0,1),(2,1)$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

8. La matrice della forma bilineare $b((x,y),(x',y'))=xx'-2yx'+y'x$, nella base canonica di $\mathbb{R}^2$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

9. In $\mathbb{R}^2$ munito del prodotto scalare di matrice in base canonica $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, la distanza tra $(1,2)$ e $(3,3)$ è: [a] 1; [b] $\sqrt{2}$; [c] 2; [d] $2\sqrt{2}$.

10. In $\mathbb{R}^3$ quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x-z=1 \\ x+y+z=0 \\ 2x+y=1 \end{cases}$ [a] 0; [b] 1; [c] 2; [d] ∞.

11. L'inversa di $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ è: [a] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

12. Sia $f \in \hom(\mathbb{R}^5,\mathbb{R}^4)$ con $\ker(f) \subseteq \operatorname{span}\{(1,-1,0,0,1),(2,0,1,0,0),(0,2,1,0,-2)\}$. Allora:
[a] $\dim(\operatorname{Imm} f)\leq 2$; [b] $\dim(\operatorname{Imm} f)=3$; [c] $\dim(\operatorname{Imm} f)\geq 3$; [d] $\dim(\operatorname{Imm} f)=2$.

13. In $\mathbb{R}^4$ col prodotto scalare standard siano $W=\{(t+s,t,s,s-t) : s,t\in\mathbb{R}\}$ e $v=(1,2,3,4)$. La proiezione $\pi_{W^\perp}(v)$ di v lungo l'ortogonale di W è:
[a] $(-\frac{4}{3},\frac{7}{3},\frac{1}{3},1)$; [b] $(1,2,-4,3)$; [c] $(\frac{4}{3},\frac{1}{3},1,\frac{2}{3})$; [d] $(-6,3,-5,-5)$.

14. Quale può essere un blocco di Jordan nella forma di Jordan di un $f\in\operatorname{End}(\mathbb{R}^3)$ tale che $f^3=0$?
[a] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [d] Nessuno dei precedenti .

15. In $\mathbb{R}^3$, la distanza tra $P=(1,0,1)$ ed il piano π di equazione $x-y-z=1$ è:
[a] 0; [b] 1; [c] $1/\sqrt{3}$; [d] $\sqrt{2}$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 443832

1. d

2. b

3. a

4. b

5. a

6. b

7. c

8. a

9. b

10. d

11. c

12. c

13. a

14. a

15. c

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

1. La conica di equazione $x^2 + x + y + 1 = 0$ è:
a un'ellisse reale; b una parabola; c un'iperbole; d l'insieme vuoto.

2. Le coordinate di $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$
sono: a (1,-3,2,1); b (1,3,2,1); c $(i, -3, -2, 1)$; d $(i, 0, 2, 1)$.

3. Quali delle seguenti è una base di $(\mathbb{Z}_2)^3$?
a $\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\0.3\end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$.

4. Quale dei seguenti non è un spazio vettoriale? a $\{p \in \mathbb{R}[x] : p'(1) = 0\}$;
b $\{p \in \mathbb{R}[x] : p(x) = p(x+1)\}$; c $\{p \in \mathbb{R}[x] : p(1) = 1\}$; d $\{p \in \mathbb{R}[x] : p(x) = p(-x)\}$.

5. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\0 & 3 & 0\\0 & 0 & 3\end{pmatrix}$? a 1; b 2; c 3; d 4.

6. Gli autovalori di $f \in \mathrm{End}(\mathbb{C}^3)$ data da $f(x, y, z) = (-y, x, y + 2z - x)$ sono:
a Diversi tra loro; b $0, 2$; c $i, 2$; d Nessuna delle precedenti.

7. La matrice associata a $f(x, y) = (-x, y)$ rispetto alla base $(0, 1), (2, 1)$ è:
a $\begin{pmatrix}0 & 2\\1 & 1\end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix}-1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix}1 & 2\\0 & -1\end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix}0 & -1\\-1 & 2\end{pmatrix}$.

8. La matrice, in base canonica, della forma bilineare $b((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = x_1y_1 + x_1y_2 - 2x_2y_2$ è:
a $\begin{pmatrix}1 & 1\\0 & 2\end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix}1 & 1\\0 & -2\end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix}1 & -2\\0 & 1\end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix}-2 & 0\\1 & 1\end{pmatrix}$.

9. La segnatura (n_0, n_+, n_-) della forma bilineare associata alla matrice $\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\1 & 2 & 1\\2 & 1 & 1\end{pmatrix}$ è:
a $(1, 2, 3)$; b $(0, 1, 2)$; c $(0, 2, 1)$; d $(1, 0, 2)$.

10. In $\mathbb{C}^3$ quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x + iz = 0 \\ ix + y + z = 0 \\ y + 2z = -1 \end{cases}$ a 0; b 1; c 2; d ∞.

11. Quale di queste applicazioni non è lineare?
a $f(x, y) = 3x$; b $A \mapsto A^{-1}$; c $f(x, y, z) = (2y - 2x, 4x, 3z - 4x)$; d $A \mapsto A^T$.

12. Quali delle seguenti è una matrice ortogonale?
a $\begin{pmatrix}1 & 1\\1 & 1\end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{pmatrix}$

13. Sia $A = \left(\begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right)$ tale che b sia autovalore di A. Allora sicuramente: a a è autovalore di A;
b c è autovalore di A; c d è autovalore di A; d nessuna delle precedenti.

14. Sia $I = \{f \in \hom(\mathbb{R}_{\leq 2}[x], \mathbb{R}^2) : f(x) = e_1 = f(x^2)\}$. La dimensione di $\mathrm{span}(I)$ è
a 4; b 3; c 6; d 1.

15. Quali sono equazioni cartesiane per $V = \mathrm{span}\{(1, 2, 0), (0, 1, 1)\} \subseteq \mathbb{R}^3$?
a $y - 2x = 0, z = 0$; b $z - 2x - 3y = 0$; c $y - 2x = 0$; d $2x - y + z = 0$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 453555

1. b

2. a

3. a

4. c

5. c

6. a

7. c

8. b

9. c

10. a

11. b

12. d

13. d

14. b

15. d

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. La conica di equazione $y^2 + 2y + 1 = x^2$ è:
a un'ellisse reale; b una coppia di rette incidenti; c una parabola; d un piano.

2. Le coordinate del vettore $(1, 2, 3)$ rispetto alla base $\{(1, 0, 0), (0, 2, 0), (0, 0, 3)\}$ di $\mathbb{R}^3$ sono:
a $(1, 2, 3)$; b $(1, 4, 9)$; c $(1, 1, 1)$; d $(1, 0, 0)$.

3. Se $\{e_1, e_2, e_3\}$ è la base canonica di $\mathbb{R}^3$, quale dei seguenti insiemi di vettori è una base di $\mathbb{R}^3$?
a $\{0, e_1, e_2, e_3\}$; b $\{e_1 + e_2, e_1 + e_3, e_2 + e_3\}$; c $\{e_1, e_2\}$; d Nessuna delle precedenti.

4. La dimensione di $\text{span}\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x + y = 1\}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.

5. Sia $w = (1, 0, -1) \in \mathbb{R}^3$ e sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definita da $f(v) = -v + \langle v, w\rangle w$. Ove $\langle v, w\rangle$ rappresenta il prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^3$. Quale dei seguenti valori è autovalore di f?
a 0; b 1; c 2; d 3.

6. Quale delle seguenti matrici è diagonalizzabile?;
a $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; d nessuna.

7. Sia $f : \mathbb{R}_{\leq 3}[x] \to \mathbb{R}_{\leq 1}[x]$ la derivata seconda. La sua matrice nelle basi canoniche è:
a $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$; d nessuna delle precedenti.

8. La matrice della forma bilineare du $\mathbb{R}^2$ data da $b((x, y), (x', y')) = xy' + x'y + yy'$ rispetto alla base $\mathcal{B} = \{(1, 1), (0, -1)\}$ è: a $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

9. La forma bilineare associata a $\begin{pmatrix} 0 & x \\ x & 0 \end{pmatrix}$ è non degenere:
a mai; b sempre; c solo se $x > 0$; d solo se $x \neq 0$.

10. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Quante soluzioni ha in $\mathbb{R}^4$ il sistema $AX = b$?
a 0; b 1; c 2; d ∞.

11. In $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{Z}_2)$, l'inversa di $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ è:
a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; d A non è invertibile.

12. Un'applicazione lineare da $\mathbb{K}_{\leq 47}[x] \to \mathcal{M}_{7\times 7}(\mathbb{K})$ non può:
a esistere; b essere iniettiva; c essere suriettiva; d nessuna delle altre.

13. In $\mathbb{R}^3$ siano $v_1 = (1, 2, 3), v_2 = (4, 5, 6), v_3 = (7, 8, 9)$ e $w_1 = (1, 1, 1), w_2 = (2, 2, 2), w_3 = (3, 3, 3)$. Sia $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$ tale che $f(v_i) = w_i$ per ogni i, allora:
a $\ker f \neq \emptyset$; b f è suriettiva; c f è unica; d Non esiste una tale f.

14. Sia $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$ triangolabile tale che $f^3 = f^2$. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di f?
a 1; b 2; c 3; d I dati non sono sufficienti a determinare la risposta.

15. Scrivere equazioni cartesiane per $V = \text{span}\{(1, -1, 0), (0, 0, -3)\} \subseteq \mathbb{R}^3$.
a $x + y - z = 0$; b $3x + 3y + z = 0$; c $x + y = 0$; d $x + y = 0, z = 0$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 6635263

1. b

2. c

3. b

4. d

5. b

6. d

7. b

8. b

9. d

10. a

11. d

12. c

13. a

14. d

15. c

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. La conica definita dall'equazione $x^2 + 4xy + 3y^2 = 0$ è una:
[a] ellisse; [b] parabola; [c] coppia di rette parallele; [d] coppia di rette incidenti.

2. Qual è il vettore di $\mathbb{R}^3$ che ha coordinate $(1,2,3)$ rispetto alla base $e_1 + e_2, e_2, e_2 + e_3$?
[a] $(1,2,3)$; [b] $(1,6,3)$; [c] $(1,3,1)$; [d] Quella proposta non è una base.

3. Quali dei seguenti elementi di $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ sono linearmente indipendenti tra loro?
[a] $1,\ 1+x,\ 1-x$; [b] $x^2, (x+1)^2, 1+x, 2$; [c] $1, x, x^3, (x-1)(x^2+x+1)$; [d] $1, x, x^3$.

4. La dimensione di $V = \{f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^3) \mid f(e_1) = (1,0,2), \ker(f) = \mathrm{span}(e_1 - e_3)\}$ è:
[a] 6; [b] 4; [c] 3; [d] V non è uno spazio vettoriale.

5. Gli autovalori di $f(x,y,z) = (-3z, -2x+y+4z, -z)$ sono:
[a] $0, 1, -1$; [b] $-3, -2, 4$; [c] 1; [d] $0, 1, -1, 2$.

6. La forma di Jordan di $f(x,y) = (6x-4y, 9x-6y)$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; [d] nessuna delle precedenti.

7. Sia $f \in \mathrm{End}(\mathbb{C}_{\leq 2}[x])$, $f(p) = p(i)x + (1+i)p(0)x^2$. La matrice di f nella base $i, x, -x^2$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ i & i & 1 \\ 1-i & 0 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ i & i & 1 \\ i-1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ i & i & -1 \\ i-1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ i & i & -i \\ 1-i & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

8. Se $b \in \mathrm{bil}(\mathbb{R}^2)$ è associata in base canoninca alla matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, la sua forma quadratica è:
[a] $x^2 + 2xy + 3y^2$; [b] $x^2 + y^2 + 2xy + yx$; [c] $x^2 + 3xy + 3y^2$; [d] $3xy + 3y^2$.

9. Per quali valori di k la matrice $\begin{pmatrix} k-1 & k \\ k & k-1 \end{pmatrix}$ rappresenta un prodotto scalare su $\mathbb{R}^2$?
[a] Per nessun valore di k; [b] $k \in]0, \frac{1}{2}[$; [c] $k > \frac{1}{2}$; [d] $k < 0 \cup k > 1$.

10. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x - iy - z = 0 \\ y = i(z-x) + 1 \end{cases}$ su $\mathbb{C}$? [a] 0; [b] 4; [c] 2; [d] infinite.

11. La funzione da $\mathbb{R}^3$ in sé definita da $f(x,y,z) = (z,y,x)$ è:
[a] una rotazione; [b] una riflessione; [c] una traslazione; [d] nessuna delle precedenti.

12. Quali delle seguenti è una base ortonormale per il prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^2$?
[a] $e_1, e_1 + e_2$; [b] $e_2 + e_1, e_1 - e_2$; [c] $e_1 - e_2, e_2 - e_1$; [d] nessuna delle precedenti.

13. Sia $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}_{\leq 2}[x])$ la derivata. La matrice di f nelle base $x^2, 1+x, x$ è:
[a] $\begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

14. Sia $f \in \mathrm{hom}(\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2)$ data da $f(A) = (\mathrm{traccia}(A), -\mathrm{traccia}(A))$. La matrice di f nelle basi $v_1 = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right), v_2 = \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix}\right), v_3 = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right), v_4 = \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right)$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ e $w_1 = (1,1), w_2 = (0,-1)$ di $\mathbb{R}^2$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; [d] $f \notin \mathrm{hom}(\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2)$.

15. In $\mathbb{R}^3$ siano $p_1 = (1,1,1)$ e $p_2 = (-1,-1,-1)$. La retta per p_1 e p_2 è:
[a] $x - y = y - z = 1$; [b] $x + y + z = 0$; [c] $\mathrm{span}(1,1,1)$; [d] $\mathrm{span}(p_2 - p_1) + (1,1,0)$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 5735123

1. d

2. b

3. d

4. d

5. a

6. b

7. a

8. d

9. a

10. a

11. b

12. d

13. b

14. a

15. c

Nome ________________ **Cognome** __________________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

1. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 & 0 \\ i & i & 1+i & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -i & 0 & i \end{pmatrix}$. Qual è il rango di A ? [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

2. In $\mathbb{R}^4$ le coordinate di $(1,2,3,4)$ nella base $v_1 = (1,1,1,1)$, $v_2 = -(0,1,1,1)$, $v_3 = (0,0,1,1)$, $v_4 = (0,0,0,-1)$ sono: [a] $(1,-1,1,-1)$; [b] $(1,-2,3,-4)$; [c] $(1,2,3,4)$; [d] Nessuna delle altre.

3. Quale di queste è una base di $\{p \in \mathbb{R}_{\leq 2}[x] \mid p(0) = 0\}$?
[a] $1, x+1, x^2+x+1, x-1$; [b] $(x-1)^2-1, x$; [c] $x+1, x-1$; [d] $3x, 3x^2, x^2-2x$.

4. Siano dati in $\mathbb{R}^4$ i sottospazi $V = \text{span}\{e_1 - e_2, 3e_4\}$ e $W = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y = 0\}$. La dimensione di $V \cap W$ è: [a] 1 ; [b] 2; [c] 3; [d] infinita.

5. Il polinomio caratteristico di $f(x,y) = (x+y, x-y)$ è:
[a] $x(x-2)$; [b] x^2-2; [c] $(x-1)^2$; [d] x^2-1.

6. Qual è la dimensione massima dei blocchi di Jordan nella forma canonica di $f(x,y,z,t) = (-x+y-z, -x+y, z, t)$? [a] 4; [b] 3; [c] 2; [d] 1.

7. La matrice associata a $f(x,y) = (2x, x-y)$ rispetto alla base $(1,1), (1,0)$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; [d] nessuna delle precedenti.

8. Sia $b \in bil(\mathbb{R}^3)$ la forma simmetrica associata alla forma quadratica $q(x,y,z) = y^2+z^2+4xy+2xz$. La matrice di b rispetto alla base canonica è:
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 6 & 2 \\ 6 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

9. Su $\mathbb{R}_{\leq 1}[x]$ con base $1, x$, la matrice associata al prodotto scalare $\langle p, q \rangle = 3\int_0^4 p(x)q(x)dx$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 8/3 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 12 & 24 \\ 24 & 64 \end{pmatrix}$.

10. Un sistema lineare di 3 equazioni in 5 incognite: [a] non ha soluzione ; [b] ha sempre almeno una soluzione; [c] ha soluzione solo in certi casi; [d] ha sempre una soluzione unica.

11. Quali dei seguenti punti di $\mathbb{R}^2$ sono affinemente independenti tra loro?
[a] $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$.

12. In $\mathbb{R}^4$ l'ortogonale di $V = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \mid x = y, z = -t\}$ è: [a] $\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 | x = -y\}$; [b] $\text{span}\{e_1+e_2+e_3, e_3-e_1\}$; [c] $\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \mid x-y = 0, z+t = 0\}$; [d] $\text{span}\{e_1-e_2, e_3+e_4\}$.

13. Siano A, B, C tre matrici quadrate tali che $AB = C$ con $\det(C) \neq 0$. Allora
[a] $A = CB^{-1}$; [b] $A = B^{-1}C$; [c] $AC^{-1}B = I$; [d] Tutte le precedenti sono vere.

14. Sia $f \in \text{End}(\mathbb{R}_{\leq 2}[x])$ la derivata. La matrice di f nelle base $x^2, 1+x, x$ è:
[a] $\begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

15. In $\mathbb{R}^2$ la distanza di $(1,1)$ dalla retta $y+x+2 = 0$ è: [a] 1; [b] $2\sqrt{2}$; [c] π; [d] $\sqrt{3}$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 385859

1. d

2. a

3. b

4. a

5. b

6. c

7. c

8. d

9. d

10. c

11. c

12. d

13. a

14. b

15. b

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣␣␣␣␣

1. La conica di equazione $x^2 + 2x + 1 = 0$ è:
$\boxed{a}$ un'ellisse; $\boxed{b}$ una parabola; $\boxed{c}$ due rette parellele; $\boxed{d}$ nessuno dei precedenti.

2. Qual è il vettore di $\mathbb{R}^3$ che ha coordinate $(1,2,3)$ rispetto alla base $e_1 + e_2, e_2, e_2 + e_3$?
$\boxed{a}$ $(1,2,3)$; $\boxed{b}$ $(1,6,3)$; $\boxed{c}$ $(1,3,1)$; $\boxed{d}$ Quella proposta non è una base.

3. Quale di questi insiemi di vettori genera $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$? $\boxed{a}$ $0, 1, x, x^2, x^3 - x^2 + x - 1$;
$\boxed{b}$ x, x^2, x^3; $\boxed{c}$ $2 - x, (x+1)^3, x^2 - x, 3 + x + 4x^2 + x^3$; $\boxed{d}$ nessuno.

4. Siano $V = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \mid z = 0, y = 2x + t\}$, e $W = \mathrm{span}\{(0,1,0,1),(1,2,2,1)\}$. $\dim(V+W)$ è uguale a: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

5. Per quali valori del parametro k la matrice $\begin{pmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k+1 & 0 \\ k & 1 & 1 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile?
$\boxed{a}$ $k \neq 0$; $\boxed{b}$ $k = 1$; $\boxed{c}$ $k \neq 0, 1$; $\boxed{d}$ $k = 0$.

6. Gli autovalori di $f(x,y,z) = (x + 2z, y + z, -z)$ sono: $\boxed{a}$ $1,2,3$; $\boxed{b}$ ± 1; $\boxed{c}$ $\pm 1, 3$; $\boxed{d}$ $\pm\sqrt{3}$.

7. La matrice del coniugio di $\mathbb{C}$ rispetto alla base $\{1, i\}$ su $\mathbb{R}$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

8. La matrice della forma bilineare $b((x,y),(x',y')) = xx' - 2yx' + y'x$, nella base canonica di $\mathbb{R}^2$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

9. Quale delle seguenti matrici rappresenta un prodotto scalare su $\mathbb{R}^3$?
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

10. Quante soluzioni ha $-x + y = 0$ su $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^2$? $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 4; $\boxed{d}$ infinite.

11. Quale delle seguenti matrici è simile a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$?
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

12. Quale di queste basi di $\mathbb{R}^3$ è ortogonale per il prod. scal. standard? $\boxed{a}$ $(1,1,1),(1,1,0),(0,0,1)$;
$\boxed{b}$ $(1,1,1),(1,-1,0),(0,-1,1)$; $\boxed{c}$ $(1,0,0),(1,1,0),(1,1,1)$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

13. Sia $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^3)$ triangolabile tale che $f^3 = f^2$. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di f?
$\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ I dati non sono sufficienti a determinare la risposta.

14. Sia $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^4)$ tale che $f^2 = 0$ e $\dim(\mathrm{Imm}(f)) = 2$. Qual è la forma di Jordan di f?
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ una tale f non esiste.

15. In $\mathbb{R}^3$ la retta parallela a $s = \{y = x + 1, 2x - z = 3\}$ e passante per $(-1,1,3)$ è:
$\boxed{a}$ $(t, t-2, 2t+5)$; $\boxed{b}$ $(t, -t-2, 2t+5)$; $\boxed{c}$ $(t, t+2, 2t+5)$; $\boxed{d}$ $(-t, t, 2t+1)$.

Risposte esatte

Cod. 6934152

1. d

2. b

3. a

4. c

5. c

6. b

7. c

8. a

9. d

10. b

11. d

12. d

13. d

14. c

15. c