**Nome** ________________ **Cognome** ____________________ **Matricola** __________

**1.** La conica di equazione $x + y^2 + 2y + 1 = 0$ è:
[a] un'ellisse; [b] un'iperbole; [c] una parabola; [d] nessuna delle precedenti.

**2.** Le coordinate di $(1-x)^2$ rispetto alla base $\{1, \frac{x}{2} - 1, \frac{x^2}{4} + \frac{1}{2}\}$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ sono
[a] (-5,-4,4); [b] (5,4,-4); [c] (4,-4,-5); [d] nessuna delle precedenti.

**3.** Quali dei seguenti elementi di $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ sono linearmente indipendenti tra loro?
[a] $x$, $(x+1)^2$; [b] $1, 2, 3, 4$; [c] $x, (1+x)^3, x^2, (1+x)^5, 1, x^3$; [d] $(x-1), (x-2), (x-3)$.

**4.** In $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ siano $V = \text{span}\{p \mid p(0) = 0\}$ e $W = \{p \mid p'(0) = 0\}$. La dimensione di $V + W$ è:
[a] 0; [b] 1; [c] 2; [d] 3.

**5.** Sia $A \in \mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{C})$ non diagonalizzabile con autovalori $0, 1, -1$. Se 0 ha molteplicità algebrica 2 allora: [a] $\ker A = 0$; [b] $\dim(\ker A) = 1$; [c] $\text{rango}(A) \leq 2$ [d] $\text{rango}(A) > 3$.

**6.** Per quali dei seguenti valori di $x$ la matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 - x^2 & 0 \end{pmatrix}$ risulta triangolabile su $\mathbb{R}$?
[a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

**7.** Sia $f : \mathbb{R}_{\leq 3}[x] \to \mathbb{R}_{\leq 1}[x]$ la derivata seconda. La sua matrice nelle basi canoniche è:
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$; [d] nessuna delle precedenti.

**8.** La matrice della forma bilineare $b : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, b((x,y),(x',y')) = xy' + x'y$ rispetto alla base $\mathcal{B} = \{(1,1),(0,-1)\}$ è: [a] $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

**9.** La segnatura $(n_0, n_+, n_-)$ di $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ è: [a] $(0,1,1)$ ; [b] $(0,1,0)$; [c] $(1,0,1)$; [d] $(0,1,0)$.

**10.** Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^4$ sistema $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ y + t = 0 \end{cases}$ ? [a] 1; [b] 2; [c] 4; [d] 6.

**11.** Quali dei seguenti gruppi di vettori sono affinemente independenti tra loro?
[a] $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ; [c] $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ ; [d] nessuno dei precedenti.

**12.** Quali delle seguenti è una base ortonormale per il prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^2$?
[a] $e_1, e_1 - e_2$; [b] $e_2, e_1$; [c] $e_1 - e_2, e_2 - e_1$; [d] nessuna delle precedenti.

**13.** Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. La dimensione di $V = \{B \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}) \mid AB = BA\}$ è
[a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

**14.** In $\mathbb{R}^3$ siano $v_1 = (1,2,3), v_2 = (4,5,6), v_3 = (7,8,9)$ e $w_1 = (1,1,0), w_2 = (1,0,1), w_3 = (1,-1,2)$. Una $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$ tale che $f(v_i) = w_i$ per ogni $i$:
[a] non esiste; [b] esiste ed è unica; [c] esiste ma non è unica; [d] nessuna delle altre.

**15.** Quali sono equazioni cartesiane per $V = \text{span}\{(1,2,0),(0,1,1)\} \subseteq \mathbb{R}^3$?
[a] $y - 2x = 0, z = 0$; [b] $z - 2x - 3y = 0$; [c] $y - 2x = 0$; [d] $2x - y + z = 0$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

# Risposte esatte

Cod. 8102170

**1.** c

**2.** a

**3.** a

**4.** d

**5.** b

**6.** a

**7.** b

**8.** d

**9.** a

**10.** c

**11.** d

**12.** b

**13.** b

**14.** c

**15.** d

**Nome** ________________ **Cognome** ____________________ **Matricola** __________

**1.** Qual è il rango di $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -5 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & -2 & 4 & 3 & -5 \end{pmatrix}$ su $\mathbb{R}$? $\boxed{a}$ 2 ; $\boxed{b}$ 3 ; $\boxed{c}$ 4 ; $\boxed{d}$ 5.

**2.** Le coordinate di $(1, 1, 0)$ rispetto alla base di $\mathbb{C}^3$ formata da $e_3$, $ie_2$, $-e_1$, sono:
$\boxed{a}$ $(0, -i, -1)$; $\boxed{b}$ $(0, i, 1)$; $\boxed{c}$ $(1, 1, 0)$; $\boxed{d}$ $(1, -i, 0)$.

**3.** Quali dei seguenti insiemi genera $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$?
$\boxed{a}$ $0, 1, x, x^2$; $\boxed{b}$ $1 + x^2, x, x^3$; $\boxed{c}$ $1 + x, 1 + x^2, x^3$; $\boxed{d}$ $x(1 + x), 1 + x, (x - 1)(x + 1), x^2, x^3$.

**4.** In $\mathbb{R}^4$ la dimensione di $\operatorname{span}\{xyzt = 0\}$ è: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

**5.** Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $f(x, y, z, s, t) = (0, -y + z, -y + z, t, 0)$?
$\boxed{a}$ 4; $\boxed{b}$ 3; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 1.

**6.** Gli autovalori di $\begin{pmatrix} 1 & i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ i & i-1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ sono: $\boxed{a}$ $\pm 1$; $\boxed{b}$ $\pm 1, \pm i$; $\boxed{c}$ $1, \pm i$; $\boxed{d}$ $1, i$.

**7.** La matrice associata a $f(x, y) = (x, x - y)$ rispetto alla base $(1, 1), (0, 1)$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

**8.** In $\mathbb{R}^2$ la matrice della forma bilineare $b(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}) = (x_1 + x_2)y_2$ nella base $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

**9.** La segnatura $(n_0, n_+, n_-)$ della forma bilineare su $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ definita da $b(p, q) = p(0)q(0)$ è:
$\boxed{a}$ $(2, 1, 0)$; $\boxed{b}$ $(3, 0, 0)$; $\boxed{c}$ $(1, 1, 1)$; $\boxed{d}$ nessuna.

**10.** Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ k & k^2 \end{pmatrix}$ e $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Per quali $k$ il sistema $AX = b$ ha soluzione?
$\boxed{a}$ $k \neq \pm 1$; $\boxed{b}$ $k \neq 0$; $\boxed{c}$ $k \neq 0, 1$; $\boxed{d}$ Il sistema ha sempre soluzione.

**11.** Sia $A$ una matrice 3x3 invertibile a coefficienti reali. Allora $\det(AA^{-1}) =$?
$\boxed{a}$ $(\det A)^2$; $\boxed{b}$ 0 ; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ 9.

**12.** L'immagine di $f \in \hom(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^3)$ associata alla matrice $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ha dimensione: $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 4; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

**13.** Sia $V$ l'insieme delle rotazioni di $\mathbb{R}^2$, $W$ l'insieme delle matrici antisimmetriche in $M_{2\times 2}(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$ e $U$ l'insieme dei polinomi in $\mathbb{R}[x]$ tali che $p' = x$. Quale tra essi è uno spazio vettoriale rispetto alle operazioni usuali? $\boxed{a}$ $V$; $\boxed{b}$ $W$; $\boxed{c}$ $U$; $\boxed{d}$ Lo sono tutti.

**14.** In $\mathbb{R}^3$ siano $v_1 = (0, 1, 1, ), v_2 = (1, 1, 0), v_3 = (1, 0, 1)$ e $w_1 = (1, 2, 3), w_2 = (4, 5, 6), w_3 = (7, 9, 8)$. Una $f \in \operatorname{End}(\mathbb{R}^3)$ tale che $f(v_i) = w_i$ per ogni $i$:
$\boxed{a}$ non esiste; $\boxed{b}$ esiste ed è unica; $\boxed{c}$ esiste ma non è unica; $\boxed{d}$ nessuna delle altre.

**15.** In $\mathbb{R}^3$, la distanza tra $P = (1, -1, 0)$ ed l'asse $Y$ è: $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ -1; $\boxed{d}$ $\sqrt{2}$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

# Risposte esatte

## Cod. 8103801

**1.** c

**2.** a

**3.** d

**4.** d

**5.** b

**6.** a

**7.** b

**8.** a

**9.** a

**10.** b

**11.** c

**12.** d

**13.** b

**14.** b

**15.** b

**Nome** ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

**1.** La conica di equazione $x^2 - y^2 = 9$ è una:
[a] ellisse ; [b] coppia di rette incidenti; [c] iperbole ; [d] coppia di rette parallele.

**2.** In $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$, le coordinate di $(1+x)^2$ rispetto alla base $v_1 = 1+x, v_2 = 1, v_3 = 1+x+x^2$ sono:
[a] $(1,-1,1)$; [b] $(2,0,0)$; [c] $(-1,1,1)$; [d] $(1,0,0)^2$.

**3.** Se $\{e_1, e_2, e_3\}$ è la base canonica di $\mathbb{R}^3$, quale dei seguenti insiemi di vettori è una base di $\mathbb{R}^3$?
[a] $\{0, e_1, e_2, e_3\}$; [b] $\{e_1 + e_2, e_1 + e_3, e_2 + e_3\}$; [c] $\{e_1, e_2\}$; [d] Nessuna delle precedenti.

**4.** Siano dati in $\mathbb{C}^3$ i sottospazi $V = \operatorname{span}\{ie_1, e_1 + ie_2\}$ e $W = \{(x,y,z) \in \mathbb{C}^3 \mid x - 2y = 0, 3x + iz = 0\}$. La dimensione di $V + W$ è: [a] 3; [b] 2; [c] 1; [d] 0.

**5.** Qual è la dimensione massima dei blocchi della forma di jordan di $f(x,y,z) = (x+y, x+2y, z)$?
[a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

**6.** Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ definita da $f(x,y,z,t) = (y,x,z,z+t)$. La molteplicità geometrica di $-1$ è:
[a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

**7.** La matrice di $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}, z \mapsto iz$ rispetto alla base $\{1, i\}$ su $\mathbb{R}$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

**8.** La matrice associata alla forma bilineare $b((x,y),(x',y')) = (x+y)(x'-y')$ in base canonica è:
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

**9.** La matrice associata al prodotto scalare standard rispetto alla base $(1,1),(1,-1)$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ; [c] $\begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

**10.** Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ x + z = 1 \end{cases}$ su $\mathbb{Z}_2$? [a] 0; [b] 4; [c] 2; [d] infinite.

**11.** Sia $A$ una matrice 3x3 a coefficienti reali. Allora $\det(A^t A) =$?
[a] 0; [b] 1 ; [c] $\det A^2$; [d] Nessuna delle altre.

**12.** In $\mathbb{R}^4$ l'ortogonale di $\operatorname{span}\{e_1 + e_2, e_3 - e_4\}$ è: [a] $\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$;
[b] $\operatorname{span}\{e_1 + e_2 + e_3, e_3 - e_1\}$; [c] $\operatorname{span}\{e_1 - e_2, e_3 + e_4\}$; [d] $\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \mid x = y, z = -t\}$.

**13.** In $\mathbb{R}^3$ siano $v_1 = (1,2,3), v_2 = (4,5,6), v_3 = (7,8,9)$ e $w_1 = (1,1,0), w_2 = (1,0,1), w_3 = (1,-1,2)$. Una $f \in \operatorname{End}(\mathbb{R}^3)$ tale che $f(v_i) = w_i$ per ogni $i$:
[a] non esiste; [b] esiste ed è unica; [c] esiste ma non è unica; [d] nessuna delle altre.

**14.** In $\mathbb{R}^2$ la rotazione di angolo $\pi$ attorno al punto $(1,2)$ è:
[a] un'applicazione lineare; [b] un'affinità; [c] entrambe; [d] nessuna delle precedenti.

**15.** In $\mathbb{R}^3$, la distanza tra il piano $\pi : x - y + z = 1$ ed il punto $P = (0,-1,0)$ è:
[a] 0; [b] 1; [c] $\sqrt{3}$; [d] $1/\sqrt{3}$.

# Risposte esatte

## Cod. 7103802

**1.** c

**2.** a

**3.** b

**4.** a

**5.** a

**6.** a

**7.** a

**8.** d

**9.** a

**10.** c

**11.** c

**12.** c

**13.** c

**14.** b

**15.** a

**Nome** ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** __________

**1.** La conica di equazione $x^2 + 2xy + y^2 = 0$ è:
$\boxed{a}$ retta doppia; $\boxed{b}$ rette incidenti; $\boxed{c}$ rette parallele; $\boxed{d}$ retta semplice.

**2.** In $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$, le coordinate di $1 + x^3$ rispetto alla base $\{x^2 + x, x - 1, x^3, x^2\}$ sono:
$\boxed{a}$ $(1, 1, 1, 1)$; $\boxed{b}$ $(1, 0, 2, 1)$; $\boxed{c}$ $(1, -1, 1, -1)$; $\boxed{d}$ $(2, 1, -1, 1)$.

**3.** La dimensione di $\mathbb{C}$ su $\mathbb{R}$ è: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

**4.** La dimensione di $\{f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2 | \operatorname{Imm}(f) \subseteq \operatorname{span}(1, 1) \text{ e } f(1, 0, 1) = 0\}$ è:
$\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4

**5.** Quale tra questi endormorfismi di $\mathbb{C}^2$ è triangolabile? $\boxed{a}$ $f(x, y) = (ix - 4y, 3x - 7y)$; $\boxed{b}$ $f(x, y) = (ix - (2 + i)y, 2ix)$; $\boxed{c}$ nessuno; $\boxed{d}$ entrambi.

**6.** Sia $f(x, y, z) = (2x, y, x + y + z)$. Quali dei seguenti è autovettore di $f$?
$\boxed{a}$ $(2, -1, -1)$; $\boxed{b}$ $(1, 0, 1)$ ; $\boxed{c}$ $(1, 2, 3)$; $\boxed{d}$ Nessuno dei precedenti.

**7.** La matrice associata a $f(x, y) = (x, x - y)$ rispetto alla base $(1, 2), (1, 0)$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 \\ 3/2 & 1/2 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

**8.** La matrice associata alla forma bilineare $b((x, y), (x', y')) = (x + y)(x' + y')$ in base canonica è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

**9.** La matrice associata al prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^2$ nella base $(1, 2), (1, -1)$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

**10.** Una base dello spazio delle soluzioni del sistema $AX = 0$ con $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ è:
$\boxed{a}$ $(1, 0, 0)$; $\boxed{b}$ $(0, 1, 0)$; $\boxed{c}$ $(0, 0, 1)$; $\boxed{d}$ Nessuna delle altre.

**11.** Quali delle seguenti espressioni per $b((x, y), (x', y'))$ definisce un'applicazione bilineare?
$\boxed{a}$ $(x + y)^2 + (x' + y')^2$; $\boxed{b}$ $xx' + 2xy' + yy'$; $\boxed{c}$ $x^2 + 2xy + y^2$; $\boxed{d}$ $x - y'$.

**12.** Un'applicazione lineare da $\mathcal{M}_{2\times 15}(\mathbb{K}) \to \mathbb{K}_{\leq 28}[x]$ non può:
$\boxed{a}$ esistere; $\boxed{b}$ essere iniettiva; $\boxed{c}$ essere suriettiva; $\boxed{d}$ nessuna delle altre.

**13.** In $\mathbb{R}^3$ siano $v_1 = (0, 1, 1), v_2 = (1, 1, 0), v_3 = (1, 0, 1)$ e $w_1 = (1, 2, 3), w_2 = (4, 5, 6), w_3 = (7, 8, 9)$. Una $f \in \operatorname{End}(\mathbb{R}^3)$ tale che $f(v_i) = w_i$ per ogni $i$:
$\boxed{a}$ non esiste; $\boxed{b}$ esiste ed è unica; $\boxed{c}$ esiste ma non è unica; $\boxed{d}$ nessuna delle altre.

**14.** In $\mathbb{R}^3$ siano $v_1 = (1, 1, 1, ), v_2 = (1, 1, 0), v_3 = (1, 0, 1)$ e $w_1 = (1, 0, 1), w_2 = (0, 0, 0), w_3 = (1, 1, 1)$. Una $f \in \operatorname{End}(\mathbb{R}^3)$ tale che $f(v_i) = w_i$ per ogni $i$:
$\boxed{a}$ non esiste; $\boxed{b}$ esiste ed è unica; $\boxed{c}$ esiste ma non è unica; $\boxed{d}$ nessuna delle altre.

**15.** Quali sono equazioni cartesiane per $V = \operatorname{span}\{(i, -i, 0), (0, 1, 0)\} \subseteq \mathbb{C}^3$?
$\boxed{a}$ $z = 0$; $\boxed{b}$ $z = i$; $\boxed{c}$ $x + y = 0$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

# Risposte esatte

Cod. 7103222

**1.** a

**2.** c

**3.** b

**4.** b

**5.** d

**6.** b

**7.** b

**8.** b

**9.** d

**10.** b

**11.** b

**12.** b

**13.** b

**14.** b

**15.** a

**Nome** ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

**1.** La conica definita da $x^2+y^2-4xy=1$ è:
$\boxed{a}$ ellisse; $\boxed{b}$ iperbole; $\boxed{c}$ parbola; $\boxed{d}$ un punto.

**2.** Le coordinate di $\begin{pmatrix} 2 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$ sono $\boxed{a}$ $(2+i,-2i,i,0)$; $\boxed{b}$ $(2,-i,i,0)$; $\boxed{c}$ $(0,-3,-i,1)$; $\boxed{d}$ $(i,0,2,1)$.

**3.** Quali dei seguenti è un sistema di generatori di $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$? $\boxed{a}$ $1+x+x^2+x^3$;
$\boxed{b}$ $(1+x+x^2+x^3)^3$; $\boxed{c}$ $0,1,x,x+x^2,(x+1)(x-1)$; $\boxed{d}$ nessuno dei precedenti.

**4.** Sia $A$ un sottoinsieme non vuoto di uno spazio vettoriale $V$. Lo span di $A$:
$\boxed{a}$ potrebbe non esistere; $\boxed{b}$ contiene lo zero; $\boxed{c}$ è contenuto in $A$; $\boxed{d}$ ha dimensione 2.

**5.** Il polinomio caratteristico di $f(x,y,z)=(x+y+z,x+y+z,x+y+z)$ è:
$\boxed{a}$ $\lambda(3-\lambda)^2$; $\boxed{b}$ $\lambda^2(\sqrt{3}-\lambda)$; $\boxed{c}$ $\lambda^2(1-\lambda)$; $\boxed{d}$ $\lambda^2(3-\lambda)$.

**6.** La forma di Jordan di $f(x,y)=(6x-4y,9x-6y)$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

**7.** In $\mathbb{R}^2$ con la base canonica, la matrice della rotazione di angolo $\frac{\pi}{6}$ in senso orario è:
$\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ -1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$.

**8.** Se $b \in \mathrm{bil}(\mathbb{R}^2)$ è associata in base canoninca alla matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, la sua forma quadratica è:
$\boxed{a}$ $x^2+2xy+3y^2$; $\boxed{b}$ $x^2+y^2+2xy+yx$; $\boxed{c}$ $x^2+3xy+3y^2$; $\boxed{d}$ $3xy+3y^2$.

**9.** Sia $b \in \mathrm{bil}(\mathbb{R}^3)$ la forma simmetrica con forma quadratica $2xy+z^2$. La segnatura $(n_0,n_+,n_-)$ di $b$ è: $\boxed{a}$ $(0,2,1)$; $\boxed{b}$ $(2,1,0)$; $\boxed{c}$ $(0,1,2)$; $\boxed{d}$ $(1,1,1)$.

**10.** Sia $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $b=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Quante soluzioni ha in $\mathbb{R}^3$ il sistema $AX=b$?
$\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ $\infty$.

**11.** Data $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, quale matrice non è invertibile? $\boxed{a}$ $A^T$; $\boxed{b}$ $A^{-1}$; $\boxed{c}$ nessuna; $\boxed{d}$ $A^2$.

**12.** Se $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{Z}_2)$ allora: $\boxed{a}$ $A^{2n}=0$; $\boxed{b}$ $\ker A \subseteq \ker A^2$; $\boxed{c}$ $\ker A = \ker A^2$; $\boxed{d}$ $A^T=A^{-1}$.

**13.** Sia $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^3)$ triangolabile tale che $f^3=f^2$. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $f$?
$\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ I dati non sono sufficienti a determinare la risposta.

**14.** La distanza indotta da un prodotto scalare $\langle\cdot,\cdot\rangle$ su $V$ è:
$\boxed{a}$ sempre positiva; $\boxed{b}$ positiva o nulla; $\boxed{c}$ bilineare; $\boxed{d}$ lineare.

**15.** Scrivere equazioni cartesiane per $V=\mathrm{span}\{(1,-1,0),(0,0,-3)\} \subseteq \mathbb{R}^3$.
$\boxed{a}$ $x+y-z=0$; $\boxed{b}$ $3x+3y+z=0$; $\boxed{c}$ $x+y=0$; $\boxed{d}$ $x+y=0, z=0$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

# Risposte esatte

## Cod. 44199214

**1.** b

**2.** a

**3.** d

**4.** b

**5.** d

**6.** b

**7.** b

**8.** d

**9.** a

**10.** b

**11.** c

**12.** b

**13.** d

**14.** b

**15.** c