

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. La conica di equazione  $x^2 + x + y + 1 = 0$  è:  
 a un'ellisse reale;     b una parabola;     c un'iperbole;     d l'insieme vuoto.
2. In  $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ , le coordinate di  $(1+x)^2$  rispetto alla base  $v_1 = 1+x, v_2 = 1, v_3 = 1+x+x^2$  sono:  
 a  $(1, -1, 1)$ ;     b  $(2, 0, 0)$ ;     c  $(-1, 1, 1)$ ;     d  $(1, 0, 0)^2$ .
3. Quale insieme genera  $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{C})$ ?     a  $\begin{pmatrix} 0 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 2i & 0 \end{pmatrix}, 2 \begin{pmatrix} 0 & i \\ 2i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  
 b nessuno;     c  $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -i & 0 \end{pmatrix}$ ;     d  $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
4. Quanti elementi ha  $V = \{(x, y, z) \in (\mathbb{Z}_2)^3 \mid x + y = 0\}$ ?     a 1;     b 2;     c 6;     d 4.
5. Sia  $f(x, y, z) = (2x, y, x + y + z)$ . Quali dei seguenti è autovettore di  $f$ ?  
 a  $(2, -1, -1)$ ;     b  $(1, 0, 1)$ ;     c  $(1, 2, 3)$ ;     d Nessuno dei precedenti.
6. Sia  $f \in \text{End}(\mathbb{R}[x])$  la derivata seconda. Quale polinomio non è autovettore di  $f$ ?  
 a 1;     b  $1+x$ ;     c  $x$ ;     d  $x^2$ .
7. La matrice associata a  $f(x, y) = (x + y, 2x - y)$  rispetto alla base  $v_1 = (1, 2), v_2 = (1, -1)$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ ;     b  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;     c  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;     d  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ .
8. La matrice associata alla forma bilineare  $b((x, y), (x', y')) = (x + y)(x' + y')$  in base canonica è:  
 a  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;     b  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;     c  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ;     d  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ .
9. Su  $\mathbb{R}_{\leq 1}[x]$  con base  $1, x$ , la matrice associata al prodotto scalare  $\langle p, q \rangle = \frac{1}{9} \int_0^3 p(x)q(x)dx$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ;     b  $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 8/3 \end{pmatrix}$ ;     c  $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix}$ ;     d  $\begin{pmatrix} 12 & 24 \\ 24 & 64 \end{pmatrix}$ .
10. Una base dello spazio delle soluzioni del sistema  $AX = 0$  con  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  è:  
 a  $(1, 0, 0)$ ;     b  $(0, 1, 0)$ ;     c  $(0, 0, 1)$ ;     d Nessuna delle altre.
11. Quante affinità di  $\mathbb{R}^2$  esistono che mandano  $e_1, 2e_2$  in  $e_2, e_1 - e_2$ ?  
 a 0;     b infinite;     c 1;     d nessuna delle precedenti
12. Sia  $f \in \text{hom}(V, W)$ . Se  $\dim(V) = \dim(W) < \infty$  allora:     a  $f$  è invertibile;  
 b  $\dim(\text{Imm } f) = \dim(\ker f)$ ;     c  $\text{Imm } f = W$ ;     d  $f$  è iniettiva se e solo se è suriettiva.
13. Sia  $f \in \text{End}(\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}))$  dato da  $f(X) = X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Qual è la dimensione massima dei blocchi della forma di Jordan di  $f$ ?     a 4;     b 3;     c 2;     d 1.
14. In  $\mathbb{R}^3$  siano  $v_1 = (1, 2, 3), v_2 = (4, 5, 6), v_3 = (7, 8, 9)$  e  $w_1 = (1, 1, 1), w_2 = (2, 2, 2), w_3 = (3, 3, 3)$ . Sia  $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$  tale che  $f(v_i) = w_i$  per ogni  $i$ , allora:  
 a  $\ker f \neq \emptyset$ ;     b  $f$  è suriettiva;     c  $f$  è unica;     d Non esiste una tale  $f$ .
15. In  $\mathbb{R}^3$  la giacitura del piano passante per  $p_1 = (1, 2, 3), p_2 = (1, 1, 1), p_3 = (0, 2, 0)$  è:  
 a  $\text{span}(p_1, p_2, p_3)$ ;     b  $\begin{cases} x + y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ ;     c  $x - y = 0$ ;     d  $\text{span}((0, 1, 2), (1, -1, 1))$ .

## Risposte esatte

Cod. 1820190

1. b

2. a

3. d

4. d

5. b

6. d

7. d

8. b

9. c

10. a

11. b

12. d

13. c

14. a

15. d

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. Il rango di  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$  è:  a 1;  b 2;  c 3;  d 4.
2. Le coordinate di  $(1, 1, 1)$  rispetto alla base  $e_1, e_1 + e_2, e_1 + e_2 + e_3$  sono:  a  $(1, 2, 3)$ ;  b  $(1, 1, 1)$ ;  c  $(0, 0, 1)$ ;  d  $(-1, -1, 3)$ .
3. Sia  $V$  uno spazio vettoriale. Dei vettori  $v_1, \dots, v_n \in V$  sono una base di  $V$  se e solo se:  a  $\dim(V) = n$ ;  b generano  $V$ ;  c sono lin. ind. e  $\dim(V) = n$ ;  d nessuna delle precedenti.
4. La dimensione di  $\{f \in \text{hom}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^2) \mid f(0, 0, 1) = f(0, 1, 0)\}$  è:  a 1;  b 2;  c 3;  d 4.
5. La forma di Jordan di  $f(x, y) = (6x - 4y, -4x + 6y)$  è:  a  $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;  d nessuna delle precedenti.
6. Per quali valori di  $k$  la matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & k^2 \\ 0 & k & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  è diagonalizzabile?  a per ogni  $k$ ;  b  $k \neq 0$ ;  c  $k \neq 1/2$ ;  d  $k \neq 0, 1/2$ .
7. In  $\mathbb{R}^2$  con la base canonica, la matrice della rotazione di angolo  $\frac{\pi}{6}$  in senso orario è:  a  $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$ ;  b  $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ -1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$ ;  c  $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$ ;  d  $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$ .
8. La matrice della forma bilineare  $b : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, b((x, y), (x', y')) = xy' + x'y$  rispetto alla base  $\mathcal{B} = \{(1, 1), (0, -1)\}$  è:  a  $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ .
9. La segnatura  $(n_0, n_+, n_-)$  di  $b \in \text{bil}(\mathbb{R}_{\leq 2}[x])$  data da  $b(p, q) = p'(0)q'(0) - \frac{3}{2} \int_{-1}^1 p(x)q(x)dx$  è:  a  $(1, 2, 0)$ ;  b  $(2, 0, 1)$ ;  c  $(1, 0, 2)$ ;  d  $(0, 2, 1)$ .
10. Sia  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  e  $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ . Quante soluzioni ha in  $\mathbb{R}^3$  il sistema  $AX = b$ ?  a 0;  b 1;  c 2;  d  $\infty$ .
11. Detti  $x = (x_1, x_2, x_3)$  e  $y = (y_1, y_2, y_3)$ , quale tra queste è una forma bilineare?  a  $f(x, y) = x_1 + y_2$ ;  b  $f(x, y) = x_1y_2 + 1$ ;  c  $f(x, y) = x_1y_2 - y_1y_3$ ;  d  $f(x, y) = x_1y_2 - y_1x_3$ .
12. Quali delle seguenti è una matrice ortogonale?  a  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .
13. Sia  $f \in \text{End}(V)$  t.c.  $f^2 = 0$ . Allora:  a  $f = 0$ ;  b  $\ker f = 0$ ;  c  $\text{Imm } f \subseteq \ker f$ ;  d  $\dim \ker f = 1$ .
14. Siano  $A, B, C$  tre matrici tali che  $AB = C$ . Allora  a  $BA = C$ ;  b  $C^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ ;  c  $C^{-1} = A^{-1}B^{-1}$ ;  d Nessuna delle precedenti.
15. Se  $\pi_1 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x = t, y + 2z = 1\}$  e  $\pi_2 = \text{span}\{(1, 0, 0, 1), (0, 1, -2, 0)\}$ , allora:  a  $\pi_1 \cap \pi_2$  è un punto;  b  $\pi_1 \cap \pi_2$  è una retta;  c  $\text{Giac}(\pi_1) = \text{Giac}(\pi_2)$ ;  d  $\pi_1 = \pi_2$ .

## Risposte esatte

Cod. 1820111

1. c

2. c

3. c

4. d

5. a

6. b

7. b

8. d

9. c

10. b

11. d

12. d

13. c

14. d

15. b

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. La conica di equazione  $x^2 + y^2 = 9$  è una:
  - a) ellisse ;
  - b) coppia di rette incidenti;
  - c) iperbole ;
  - d) coppia di rette parallele.
2. Le coordinate di  $(1, i, 1)$  rispetto alla base  $\{(0, 1, 1), (1, 1, 0), (0, i, 0)\}$  di  $\mathbb{C}^3$  sono:
  - a)  $(1, 2i, 1)$ ;
  - b)  $(1, 1, 1)$ ;
  - c)  $(1, 1, 2i)$ ;
  - d)  $(1, 1, 2i + 1)$ .
3. Quale di questi è un insieme di vettori linearmente indipendenti in  $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{Z}_2)$ ?
  - a) nessuna;
  - b)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;
  - c)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;
  - d)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
4. Siano  $V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x = 0, y = z - t\}$  e  $W = \text{span}\{(1, 2, -1, 0)\}$ . La dimensione di  $V \cap W$  è:
  - a) 0;
  - b) 1;
  - c) 2;
  - d) 3.
5. Quale delle seguenti matrici non è diagonalizzabile?
  - a)  $\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ ;
  - b)  $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ ;
  - c)  $\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ ;
  - d) Lo sono tutte le precedenti.
6. Sia  $f(x, y, z) = (x + 2y, y - z, x + y + z)$ . Quali dei seguenti è autovettore di  $f$ ?
  - a)  $(1, -1, -1)$ ;
  - b)  $(1, 1, 1)$ ;
  - c)  $(1, 2, 3)$ ;
  - d) nessuno dei precedenti.
7. La matrice di  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto iz$  rispetto alla base  $\{1, i\}$  su  $\mathbb{R}$  è:
  - a)  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;
  - b)  $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$ ;
  - c)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ;
  - d)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
8. Sia  $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^3)$  la forma simmetrica associata alla forma quadratica  $q(x, y, z) = y^2 + z^2 + 4xy + 2xz$ . La matrice di  $b$  rispetto alla base canonica è:
  - a)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;
  - b)  $\begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;
  - c)  $\begin{pmatrix} 0 & 6 & 2 \\ 6 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;
  - d)  $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
9. La segnatura  $(n_0, n_+, n_-)$  di  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  è:
  - a)  $(0, 1, 1)$ ;
  - b)  $(0, 1, 0)$ ;
  - c)  $(1, 0, 1)$ ;
  - d)  $(0, 1, 0)$ .
10. In  $\mathbb{R}^4$  una base delle soluzioni del sistema  $\begin{cases} 3x - y + 2z = 0 \\ x - y - z - t = 0 \\ 2y + 5z + 3t = 0 \end{cases}$  è:
  - a)  $\{(1, 3, 0, -2), (0, 2, 1, 3)\}$ ;
  - b)  $\{(1, 3, 0, 2), (0, 2, 1, -3)\}$ ;
  - c)  $\{(1, 3, 0, -2), (0, 2, 1, -3)\}$ ;
  - d)  $\{(1, -3, 0, 2), (0, 2, 1, 3)\}$ .
11. Sia  $A$  una matrice  $3 \times 3$  a coefficienti reali. Allora  $\det(A^t A) = ?$ 
  - a) 0;
  - b) 1;
  - c)  $\det A^2$ ;
  - d) Nessuna delle altre.
12. In  $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ , una base dell'ortogonale di  $x^2$ , rispetto a  $\langle p, q \rangle = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 p(x)q(x)dx$  è:
  - a)  $5x^2 + 3, x$ ;
  - b)  $1, x$ ;
  - c)  $x, 5x^2 - 3$ ;
  - d)  $x, 5 - 3x^2$ .
13. Sia  $f \in \text{End}(\mathbb{R}^2)$  tale che  $f^2 = 0$  e  $\dim(\text{Imm}(f)) = 1$ . Qual è la forma di Jordan di  $f$ 
  - a)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;
  - b)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;
  - c)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;
  - d) una tale  $f$  non esiste.
14. Sia  $f \in \text{hom}(\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2)$  data da  $f(A) = (\text{traccia}(A), -\text{traccia}(A))$ . La matrice di  $f$  nelle basi  $v_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  di  $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  e  $w_1 = (1, 1), w_2 = (0, -1)$  di  $\mathbb{R}^2$  è:
  - a)  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ ;
  - b)  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ;
  - c)  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;
  - d)  $f \notin \text{hom}(\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2)$ .
15. La retta affine di  $\mathbb{R}^3$  passante per  $(1, 3, 6)$  e parallela a  $s(t) = (t + 1, 2t + 2, 3t + 3)$  è:
  - a)  $(t, 2t + 1, 3t)$ ;
  - b)  $x + y = z - 2, y = 2x + 1$ ;
  - c)  $x - y = -2, y = 2x$ ;
  - d)  $(t, 2t - 1, 3t + 3)$ .

## Risposte esatte

Cod. 22880922

1. a

2. d

3. a

4. a

5. d

6. d

7. a

8. d

9. a

10. c

11. c

12. c

13. b

14. a

15. b

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. La conica definita dall'equazione  $4x^2 + 4xy + y^2 + y = 1$  è:  
 a ellisse;     b iperbole;     c parabola;     d coppia di rette.
2. Le coordinate di  $(1, 1, 0)$  rispetto alla base di  $\mathbb{C}^3$  formata da  $e_3, ie_2, -e_1$ , sono:  
 a  $(0, -i, -1)$ ;     b  $(0, i, 1)$ ;     c  $(1, 1, 0)$ ;     d  $(1, -i, 0)$ .
3. Quale dei seguenti insiemi costituisce una base di  $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$  come spazio vettoriale su  $\mathbb{C}$ ?  
 a  $\{1 + x, 1 - x, x^2\}$ ;     b  $\{i, 1, x, x^2\}$ ;     c  $\{1, x, x^2 - 1, (1 + x)^2\}$ ;     d  $\{1 + x^2, 1 + x + x^2, x\}$ .
4. Quale dei seguenti non è un spazio vettoriale?     a  $\{A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{C}) : A \text{ è diagonale}\}$ ;  
 b  $\{p \in \mathbb{R}[x] : p(1) = 0\}$ ;     c  $\{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ continua}\}$ ;     d sono tutti spazi vettoriali.
5. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di  $f(x, y, z) = (x, 2x + y, 3x + 2y + z)$ ?  
 a 1;     b 2;     c 3;     d 4.
6. Il polinomio caratteristico di  $f(x, y, z) = (0, x - y - 2z, z - x)$  è  
 a  $(x + 1)(x - 1)(1 - x)$ ;     b  $x^2 - 1$ ;     c  $(x - 1)^3$ ;     d nessuno dei precedenti.
7. La matrice della riflessione di  $\mathbb{R}^3$  rispetto al piano  $XY$ , nella base  $\{(1, 1, 1), (0, 0, 1), (0, 1, -2)\}$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;     b  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & -4 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ;     c  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;     d  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ .
8. Sia  $b \in bil(\mathbb{R}^3)$  la forma simmetrica con forma quadratica  $q(x, y, z) = x^2 - y^2 + z^2 + 6xy + 2xz$ .  
 La matrice di  $b$  rispetto alla base canonica è:  
 a  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;     b  $\begin{pmatrix} 1 & 6 & 2 \\ 6 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ;     c  $\begin{pmatrix} 1 & 6 & 2 \\ 6 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;     d  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
9. La segnatura  $(n_0, n_+, n_-)$  della forma bilineare associata alla matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  è:  
 a  $(1, 2, 3)$ ;     b  $(0, 1, 2)$ ;     c  $(0, 2, 1)$ ;     d  $(1, 0, 2)$ .
10. Quante soluzioni ha in  $(\mathbb{Z}_2)^3$  il sistema  $\begin{cases} x = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$ ?     a infinite;     b 0;     c 1;     d 2.
11. Quale delle seguenti matrici commuta con  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & i \end{pmatrix}$ ?  
 a  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;     b  $\begin{pmatrix} i & -i \\ 0 & i \end{pmatrix}$ ;     c  $\begin{pmatrix} 0 & 2 - i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;     d  $\begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 2 \end{pmatrix}$ .
12. In  $\mathbb{R}^4$  l'ortogonale di  $\text{span}\{e_1 - e_2, e_3 + e_4\}$  è:     a  $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ ;  
 b  $\text{span}\{e_1 + e_2 + e_3, e_3 - e_1\}$ ;     c  $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - 3y = 0, z + t = 0\}$ ;     d  $\text{span}\{e_1 + e_2, e_3 - e_4\}$ .
13. Siano  $V, W$  spazi vettoriali su  $\mathbb{K}$  e sia  $f \in \text{hom}(V, W)$  tale che  $\dim \ker(f) = 1$ . Siano  $v_1, v_2, v_3 \in V$  tali che  $f(v_1) = f(v_2) = f(v_3)$ . Allora sicuramente     a  $v_1 + v_2 + v_3 \in \ker(f)$ ;  
 b  $v_1 - v_2 + v_3 \in \ker(f)$ ;     c  $v_1, v_2, v_3$  sono lin. dip. tra loro;     d  $f$  non è suriettiva.
14. Siano  $A, B, C$  tre matrici tali che  $AB = C$ . Allora  
 a  $B = A^{-1}C$ ;     b  $C^T = A^T B^T$ ;     c  $C^T = B^T A^T$ ;     d Tutte le precedenti sono vere.
15. La distanza in  $\mathbb{R}^3$  tra il punto  $P = (1, -2, 1)$  ed il piano  $\pi : x + 2y + z + 2 = 0$  è:  
 a  $\sqrt{6}$ ;     b  $1/\sqrt{6}$ ;     c  $2/\sqrt{6}$ ;     d Nessuna delle precedenti.

## Risposte esatte

Cod. 33928003

1. c
2. a
3. a
4. d
5. a
6. d
7. a
8. d
9. c
10. d
11. d
12. d
13. c
14. c
15. d



Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. La conica  $(x - 1)^2 - (x - y)^2 - x = 0$  è una:  a parabola;  b ellisse;  c iperbole;  d retta.
2. Le coordinate di  $ix^2 + (1 - 2i)x + 2i$  rispetto alla base  $\{x^2 + 1, -x, ix - 1\}$  di  $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$  sono:  a  $(i, 2i, -i)$ ;  b  $(i, -2i, i)$ ;  c  $(i, 2i, i)$ ;  d  $(i, -2i, -i)$ .
3. Quale dei seguenti insiemi di vettori genera  $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ ?  a tutti;  b  $1, x, x^2, 45x - 71x^2$ ;  c  $x^2, (x + 1)^2, 114x, 65$ ;  d  $x, (x + 1)^2, (x - 4)(x + 4)$ .
4. La dimensione di  $V = \{f \in \text{End}(\mathbb{R}^3) \mid f(e_1) = f(e_2), \text{Imm } f \supset \text{span}\{e_3, e_1 + e_2\}\}$  è:  a 3;  b 5;  c 6;  d  $V$  non è un sottospazio di  $\text{End}(\mathbb{R}^3)$ .
5. Se  $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$  non è diagonalizzabile, allora sicuramente:  a  $f$  è invertibile;  b  $f$  non ha autovettori;  c  $f$  ha al più due autovalori distinti;  d nessuna delle precedenti.
6. Se  $A \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{C}^3)$  è diagonalizzabile, allora:  a Le colonne di  $A$  sono una base di  $\mathbb{C}^3$  formata da autovettori di  $A$ ;  b  $A$  è invertibile;  c  $A$  è simmetrica;  d nessuna delle precedenti.
7. Sia  $f : \mathbb{R}_{\leq 3}[x] \rightarrow \mathbb{R}_{\leq 2}[x]$  la derivata. La sua matrice nelle basi canoniche è:  a  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ ;  d nessuna delle precedenti.
8. Sia  $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^3)$  la forma simmetrica associata alla forma quadratica  $q(x, y, z) = x^2 + z^2 + 4xy + 2xz$ . La matrice di  $b$  rispetto alla base canonica è:  a  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 0 & 6 & 2 \\ 6 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
9. La matrice associata al prodotto scalare standard di  $\mathbb{R}^2$  nella base  $(1, 2), (1, -1)$  è:  a  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ .
10. Sia  $A = \begin{pmatrix} k+2 & -1 \\ k & k^2 \end{pmatrix}$  e  $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ . Per quali  $k$  il sistema  $AX = b$  ha soluzione?  a  $k \neq \pm 1$ ;  b  $k \neq 0$ ;  c  $k \neq -1$ ;  d Il sistema ha sempre soluzione.
11. L'inversa di  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  è:  a  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ .
12. Quale delle seguenti matrici è ortogonale?  a  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ .
13. Sia  $A \in \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \subset \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{C})$ . Se  $\lambda \in \mathbb{C}$  è autovalore non reale di  $A$  allora quale è falsa?  a  $\bar{\lambda}$  è autovalore di  $A$ ;  b  $m_a(\lambda) = 1$ ;  c  $A$  è diagonalizzabile su  $\mathbb{C}$ ;  d Sono tutte false.
14. In  $\mathbb{R}^3$  siano  $v_1 = (0, 1, 1), v_2 = (1, 1, 0), v_3 = (1, 0, 1)$  e  $w_1 = (1, 2, 3), w_2 = (4, 5, 6), w_3 = (7, 9, 8)$ . Una  $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$  tale che  $f(v_i) = w_i$  per ogni  $i$ :  a non esiste;  b esiste ed è unica;  c esiste ma non è unica;  d nessuna delle altre.
15. La distanza in  $\mathbb{R}^3$  fra  $(1, 2, -1)$  e  $\text{span}\{(\frac{2}{3}, 1, 0), (2, 0, -1)\}$  è:  a  $\frac{1}{49}$ ;  b  $\frac{1}{7}$ ;  c 1;  d  $\frac{5}{7}$ .

## Risposte esatte

Cod. 19280454

1. c

2. a

3. a

4. d

5. c

6. d

7. c

8. d

9. d

10. c

11. b

12. c

13. d

14. b

15. c

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. La conica di equazione  $(x + y)^2 - x + y + y^2 = 0$  è:
  - a un'iperbole;     b un'ellisse;     c una parabola;     d una coppia di rette incidenti.
2. Le coordinate di  $(1, 1, 0)$  rispetto alla base di  $\mathbb{C}^3$  formata da  $e_3, ie_2, -e_1$ , sono:
  - a  $(0, -i, -1)$ ;     b  $(0, i, 1)$ ;     c  $(1, 1, 0)$ ;     d  $(1, -i, 0)$ .
3. Quale di questi è un insieme di vettori linearmente indipendenti in  $\mathbb{R}_3[x]$ ?
  - a  $3x, 89, (x + 1)^2$ ;
  - b  $0, (x + 1)^2$ ;     c  $1, x, (x + 1)^2, x^2 - x, (1 + x)^3, x - 1$ ;     d  $(x + 1)^2, x^2 + 1, 45x$ .
4. La dimensione di  $\{f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2 : f(\mathbb{R}^3) \subseteq \text{span}(1, 0)\}$  è:
  - a 3;     b 1;     c 4;     d 2.
5. Quale tra queste matrici è diagonalizzabile?
  - a  $\begin{pmatrix} 2i & 0 & 0 \\ 0 & i & 1 \\ 0 & 0 & i \end{pmatrix}$ ;     b  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ ;     c  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 3 \\ -2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ ;     d  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & i \end{pmatrix}$ .
6. Quali delle seguenti matrici rappresenta un endomorfismo diagonalizzabile su  $\mathbb{R}$ ?
  - a  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;     b  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;     c  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;     d  $\begin{pmatrix} 6 & -4 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$ .
7. La matrice della rotazione in senso antiorario di  $\pi/4$  rispetto alla base canonica di  $\mathbb{R}^2$  è:
  - a  $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$ ;     b  $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$ ;     c  $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$ ;     d  $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$ .
8. La matrice associata alla forma bilineare  $b((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1(y_2 - x_2) + x_2y_1$  in base canonica è:
  - a  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;     b  $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;     c  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;     d  $b$  non è una forma bilineare.
9. La segnatura  $(n_0, n_+, n_-)$  di  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  è:
  - a  $(0, 1, 1)$ ;     b  $(0, 1, 0)$ ;     c  $(1, 0, 1)$ ;     d  $(0, 1, 0)$ .
10. Una base dello spazio delle soluzioni del sistema  $AX = 0$  con  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  è:
  - a  $(1, 0, 0)$ ;     b  $(0, 1, 0)$ ;     c  $(0, 0, 1)$ ;     d Nessuna delle altre.
11. Sia  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Per quale polinomio si ha  $p(A) = 0$ ?
  - a  $p(x) = (x - 1)^2$ ;
  - b  $p(x) = x - 1$ ;     c  $p(x) = (x - 1)(x - 2)$ ;     d nessuno dei precedenti.
12. Sia  $f \in \text{hom}(V, W)$  con  $V, W$  spazi di dimensione finita. Se  $\dim(V) > \dim(W)$ , allora:
  - a  $\ker f = \{0\}$ ;     b  $\ker f \neq \{0\}$ ;     c  $\dim(\ker f) \geq \dim(\text{Imm } f)$ ;     d  $\text{Imm } f \neq \{0\}$ .
13. Quale può essere un blocco di Jordan nella forma di Jordan di un  $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$  tale che  $f^3 = Id$ ?
  - a  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;     b  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;     c  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;     d Nessuno dei precedenti.
14. In  $\mathbb{R}^3$  standard, il piano contenente la retta  $x - y = 2z + 1 = 2z + x$  ed il punto  $(1, 2, -1)$  è:
  - a  $(3, 2, 1) + \{x = 1\}$ ;     b  $x = 3$ ;     c  $2x + y + 2z = 2$ ;     d Tale piano non è univocamente determinato.
15. L'equazione della retta affine di  $\mathbb{R}^3$  passante per  $(-1, 0, 0)$  e  $(-1, 1, -1)$  è:
  - a  $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$  ;     b  $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ y = 1 \end{cases}$  ;     c  $\begin{cases} x + z = 0 \\ z - y = 1 \end{cases}$  ;     d  $\begin{cases} y + z = 0 \\ x = -1 \end{cases}$  .

## Risposte esatte

Cod. 50338055

1. b

2. a

3. a

4. a

5. c

6. d

7. a

8. b

9. a

10. a

11. a

12. b

13. d

14. d

15. d

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. La conica definita dall'equazione  $x^2 + 4y^2 + 4xy - 2x - 4y + 1 = 0$  è:  
 a ellisse;  b iperbole;  c parabola;  d una retta.
2. Le coordinate di  $(1 + i, -1 + i, i)$  rispetto alla base  $\{(0, 1, 1), (1, i - 1, 0), (0, i, 0)\}$  di  $\mathbb{C}^3$  sono:  
 a  $(i, 1 + i, -i)$ ;  b  $(i, 1 + i, i)$ ;  c  $(i, 1, i)$ ;  d  $(1 + i, -1)$ .
3. Quale di questi insiemi genera  $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ ?  a  $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;  
 c  $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, 2 \begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
4. La dimensione di  $\{f \in \text{hom}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3) \mid f(e_2) \subseteq \text{span}(1, 2, 3)\}$  è:  a 1;  b 2;  c 3;  d 4.
5. Quale di questi è un autovettore di  $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$ ,  $f(x, y, z) = (2x - y, x + z, -x + y)$ ?  
 a  $(1, 1, -1)$ ;  b  $(2, -2, 0)$ ;  c  $(2, 2, 1)$ ;  d  $(1, 1, 0)$ .
6. Gli autovalori di  $f(x, y, z) = (x + z, y + z, x + z)$  sono:  
 a 0, 1, 2;  b 1, -1, 2;  c 0, -1;  d 0, 1, -1.
7. La matrice associata a  $f(x, y) = (x + y, x - y)$  rispetto alla base  $v_1 = (1, 1), v_2 = (1, -1)$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ .
8. Nella base  $v_1 = (0, 1), v_2 = (1, 0)$  di  $\mathbb{R}^2$ , la matrice della forma bilineare simmetrica con forma quadratica  $x^2 - 2xy + 3y^2$  è:  a  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ .
9. Per quali valori di  $k$  la matrice  $\begin{pmatrix} k-1 & k \\ k & k-1 \end{pmatrix}$  rappresenta un prodotto scalare su  $\mathbb{R}^2$ ?  
 a Per nessun valore di  $k$ ;  b  $k \in ]0, \frac{1}{2}[$ ;  c  $k > \frac{1}{2}$ ;  d  $k < 0 \cup k > 1$ .
10. Una base delle soluzioni del sistema  $\begin{cases} y + 2z = 0 \\ x + y + 2z - t = 0 \\ 2x - y - 2z - 2t = 0 \end{cases}$  è:  
 a  $(1, 1, 1, 1), (1, 2, 3, 1)$ ;  b  $(1, 0, 0, 1), (1, -2, 1, 1)$ ;  c  $(0, 2, -1, 0)$ ;  d nessuna delle precedenti.
11. Quale delle seguenti matrici è simile a  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ?  
 a  $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ .
12. Quale base è ortogonale per il prodotto scalare standard di  $\mathbb{R}^2$ ?  
 a  $e_1, e_1 + e_2$ ;  b  $e_1 + 2e_2, e_1 - e_2$ ;  c  $e_1 - e_2, e_1 + e_2$ ;  d nessuna delle altre.
13. Sia  $f \in \text{End}(\mathbb{R}_{\leq 2}[x])$  la derivata. La matrice di  $f$  nelle base  $x^2 + 1, -1, x$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
14. Se  $d(v, w)$  è la distanza indotta da un prodotto scalare  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  su  $V$  allora:  a  $d(v, v) = 0$ ;  
 b  $d(v, w) \geq -d(v, u) + d(u, w)$ ;  c  $d(v, w) \geq d(v, u) - d(u, w)$ ;  d tutte le precedenti.
15. In  $\mathbb{R}^2$  la distanza di  $(2, 2)$  dalla retta  $y + x - 2 = 0$  è:  a  $\sqrt{2} - 1$ ;  b  $\sqrt{2}$ ;  c  $\pi$ ;  d  $2\sqrt{2}$ .

## Risposte esatte

Cod. 10280486

1. d
2. a
3. c
4. d
5. d
6. a
7. a
8. d
9. a
10. b
11. d
12. c
13. c
14. d
15. b

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. La conica definita da  $x^2 + y^2 - 4xy = 1$  è:  
 a ellisse;  b iperbole;  c parabola;  d un punto.
2. Qual è il vettore di  $\mathbb{R}^3$  che ha coordinate  $(1, 2, 3)$  rispetto alla base  $e_1 + e_2, e_2, e_2 + e_3$ ?  
 a  $(1, 2, 3)$ ;  b  $(1, 6, 3)$ ;  c  $(1, 3, 1)$ ;  d Quella proposta non è una base.
3. Quale di questi è un insieme di vettori linearmente indipendenti in  $\mathbb{C}[x]$ ?  
 a  $x^2, (ix)^2$ ;  b  $x^2, ix^2$ ;  c  $-x, x^2 - 1, (x + i)^2$ ;  d nessuno.
4. La dimensione di  $V = \{f \in \text{End}(\mathbb{R}^3) \mid f(e_1) = f(e_2), \text{Imm } f \subseteq \text{span}\{e_1, e_3\}\}$  è:  
 a 2;  b 3;  c 4;  d  $V$  non è un sottospazio di  $\text{End}(\mathbb{R}^3)$ .
5. Quale delle seguenti matrici non è diagonalizzabile?  
 a  $\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ ;  d Lo sono tutte le precedenti.
6. Sia  $A \in \mathcal{M}_{4 \times 4}(\mathbb{C})$  non diagonalizzabile con autovalori  $0, 1, -1$ . Se  $0$  ha molteplicità algebrica  $2$  allora:  
 a  $\dim(\ker A) = 1$ ;  b  $\dim(\ker A) = 2$ ;  c  $\text{rango}(A) > 3$   d  $\text{rango}(A) \leq 2$ .
7. La matrice del coniugio di  $\mathbb{C}$  rispetto alla base  $\{1, i\}$  su  $\mathbb{R}$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
8. La matrice, in base canonica, della forma bilineare  $b((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = x_1y_1 - 2x_2y_2$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ .
9. In  $\mathbb{R}^2$  munito del prodotto scalare di matrice in base canonica  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , la distanza tra  $(1, 2)$  e  $(3, 3)$  è:  
 a 1;  b  $\sqrt{2}$ ;  c 2;  d  $2\sqrt{2}$ .
10. Una base dello spazio delle soluzioni del sistema  $AX = 0$  con  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  è:  
 a  $(1, 0, 0)$ ;  b  $(0, 1, 0)$ ;  c  $(0, 0, 1)$ ;  d Nessuna delle altre.
11. Quale delle seguenti matrici di  $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{Z}_2)$  commuta con  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ?  
 a  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ;  d nessuna delle precedenti.
12. Quale base è ortogonale per il prodotto scalare standard di  $\mathbb{R}^2$ ?  
 a  $e_1, e_1 + e_2$ ;  b  $e_1 + 2e_2, e_1 - e_2$ ;  c  $e_1 - e_2, e_1 + e_2$ ;  d nessuna delle altre.
13. Quale delle seguenti espressioni per  $f(X)$  rappresenta una rotazione di  $\mathbb{R}^2$ ?  
 a  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} X$ ;  d Nessuna delle altre.
14. Sia  $V < \mathbb{R}^4$  lo spazio generato da  $v_1 = (0, 1, 0, -1), v_2 = (1, 0, 1, -1)$  e  $b \in \text{bil}(V)$  la forma bilineare data dalla restrizione del prodotto scalare standard. La matrice di  $b$  nella base  $(v_1, v_2)$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} \sqrt{2} & 1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$ .
15.  $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 7x - y + 36z = 0, x - 2y = 0\}$  ha equazioni parametriche:  a  $x = s, y = s, z = 4s$ ;  b  $x = \frac{72}{13}s, y = \frac{-36}{13}s, z = t$ ;  c  $x = s, y = z = t$ ;  d  $x = \frac{-72}{13}t, y = \frac{-36}{13}t, z = t$ .

## Risposte esatte

Cod. 7280471

1. b
2. b
3. d
4. c
5. d
6. a
7. c
8. a
9. b
10. a
11. c
12. c
13. c
14. c
15. d



Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. Sia  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 & 0 \\ i & i & 1+i & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -i & 0 & i \end{pmatrix}$ . Qual è il rango di  $A$ ?  a) 1;  b) 2;  c) 3;  d) 4.
2. Le coordinate di  $(1+x)^2$  rispetto alla base  $1, 1+x, x^2$  di  $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$  sono:  a)  $(1, 1, 1)$ ;  b)  $(1, 2, 1)$ ;  c)  $(0, 1, 0)^2$ ;  d)  $(-1, 2, 1)$ .
3. Quale di questi è un insieme di vettori linearmente indipendenti in  $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{Z}_2)$ ?  a) nessuna;  b)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;  c)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  d)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
4. In  $\mathbb{R}^4$  sia  $V = \text{span}\{(1, 2, 3, 4), (1, 2, 1, 2), (0, 0, 2, 2)\}$  e  $W = \{x + y + z - t = 0, z = 2\}$ . Si ha:  a)  $V \cap W = \emptyset$ ;  b)  $\dim(V \cap W) = 1$ ;  c)  $V = W$ ;  d)  $V \cap W = \text{un punto}$ .
5. Quali sono gli autovalori dell'endomorfismo di  $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  definito da  $f(X) = X + X^T$ ?  a)  $\pm 1$ ;  b) 2;  c) 0, 2;  d) 1, -1, 0, 2.
6. Quale delle seguenti matrici non è diagonalizzabile?  a)  $\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ ;  b)  $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ ;  c)  $\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ ;  d) Lo sono tutte le precedenti.
7. La matrice di  $f(x, y) = (2x - y, x - y)$  nella base di  $\mathbb{R}^2$  formata da  $v_1 = e_1 + e_2, v_2 = e_1$  è:  a)  $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  b)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  c)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  d)  $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ .
8. La matrice della forma  $b(x, y) = 2x_1y_1 - 3x_1y_2$  rispetto alla base  $\{(2, -1), (3, 2)\}$  di  $\mathbb{R}^2$  è:  a)  $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ ;  b)  $\begin{pmatrix} 21 & 0 \\ 0 & -18 \end{pmatrix}$ ;  c)  $\begin{pmatrix} 18 & 0 \\ 36 & -9 \end{pmatrix}$ ;  d)  $\begin{pmatrix} 14 & 0 \\ 21 & 0 \end{pmatrix}$ .
9. In  $\mathbb{R}_{\leq 5}[x]$  distanza tra  $x^2$  e 1 rispetto al prodotto scalare  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(x)q(x)dx$  è:  a)  $1/3$ ;  b)  $1/\sqrt{4}$ ;  c)  $1/\sqrt{3}$ ;  d)  $2\sqrt{2/15}$ .
10. Quante soluzioni ha in  $(\mathbb{Z}_2)^4$  sistema  $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ y + t = 0 \end{cases}$ ?  a) 1;  b) 2;  c) 4;  d) 6.
11. Sia  $A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{K})$ . Quali tra le seguenti matrici commuta sicuramente con  $A$ ?  a)  $A^3$ ;  b)  $A^T$ ;  c) nessuna delle due;  d) entrambe.
12. Se  $f \in \text{End}(\mathbb{R}^5)$  con  $\ker(f) \subseteq \text{span}\{(1, -1, 0, 0, 1), (2, 0, 1, 0, 0), (0, -2, 1, 0, -2), (3, -1, 1, 0, 1)\}$ .  a)  $\dim(\text{Imm } f) \geq 2$ ;  b)  $\dim(\text{Imm } f) = 1$ ;  c)  $\dim(\text{Imm } f) \leq 3$ ;  d)  $\dim(\text{Imm } f) = 2$ .
13. In  $\mathbb{R}^2$  la rotazione di angolo  $\pi$  attorno al punto  $(1, 2)$  è:  a) un'applicazione lineare;  b) un'affinità;  c) entrambe;  d) nessuna delle precedenti.
14. In  $\mathbb{R}^3$  standard, il piano contenente la retta  $x - y = 2z + 1 = 2z + x$  ed il punto  $(1, 2, -1)$  è:  a)  $(3, 2, 1) + \{x = 1\}$ ;  b)  $x = 3$ ;  c)  $2x + y + 2z = 2$ ;  d) Tale piano non è univocamente determinato.
15. In  $\mathbb{R}^3$  la distanza tra il piano  $\pi : x - y + z = 1$  e  $P = (2, 0, 0)$  è:  a) 0;  b) 1;  c)  $\sqrt{3}$ ;  d)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

## Risposte esatte

Cod. 2910488

1. d
2. d
3. a
4. d
5. c
6. d
7. c
8. d
9. d
10. c
11. a
12. a
13. b
14. d
15. d

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. Il rango di  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$  è:  a 1;  b 2;  c 3;  d 4.
2. Le coordinate di  $(1+x)$  rispetto alla base  $1, 1+x, x^2$  di  $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$  sono:  
 a  $(1, 1, 0)$ ;  b  $(1, 0, 0)$ ;  c  $(0, 1, 0)$ ;  d  $(0, 0, 1)$ .
3. Quale di questi è un insieme di vettori linearmente indipendenti in  $\mathbb{Z}_2[x]$ ?  
 a  $1, (x+1)^2$ ;  b  $0, (x+1)^2$ ;  c  $1, x, (x+1)^2, x^2 - x$ ;  d  $(x+1)^2, x^2 + 1$ .
4. La dimensione di  $\{f \in \text{hom}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3) \mid f(e_2) = f(e_1)\}$  è:  a 1;  b 2;  c 3;  d 4.
5. Per quali valori di  $k$  al matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & k^2 \\ 0 & k & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  è diagonalizzabile?  
 a per ogni  $k$ ;  b  $k \neq 0$ ;  c  $k \neq 1/2$ ;  d  $k \neq 0, 1/2$ .
6. Gli autovalori di  $f(x, y, z) = (x+z, -y+z, x+z)$  sono:  
 a  $0, 1, 2$ ;  b  $0, -1, 2$ ;  c  $0, -1$ ;  d  $0, 1, -1$ .
7. La matrice associata a  $f(x, y) = (x, x-y)$  rispetto alla base  $(1, -1), (1, 0)$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$
8. La matrice della forma bilineare su  $\mathbb{R}^2$  data da  $b((x, y), (x', y')) = xy' + x'y + xx'$ , rispetto alla base  $\mathcal{B} = \{(1, 1), (0, -1)\}$  è:  a  $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ .
9. La matrice associata al prodotto scalare standard rispetto alla base  $(1, 0), (1, -1)$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ .
10. Sia  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Quante soluzioni ha in  $\mathbb{Z}_2^3$  il sistema  $AX = 0$ ?  
 a 0;  b 1;  c 2;  d  $\infty$ .
11. Quale matrice è simile a  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ?  a  $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ .
12. La proiezione ortogonale di  $(3, 2, 1)$  lungo  $(1, 1, 1)$  è:  
 a  $(2, 2, 2)$ ;  b  $(1, 1, 1)$ ;  c  $(18/\sqrt{14}, 12/\sqrt{14}, 6/\sqrt{14})$ ;  d  $(-18/\sqrt{14}, 12/\sqrt{14}, -6/\sqrt{14})$ .
13. Sia  $f \in \text{hom}(\mathbb{R}_{\leq 3}[x], \mathbb{R}^3)$  data da  $f(p) = (p(1), p(2), p(1))$ . Sia  $B$  una base di  $\ker f$ . Quali dei seguenti insiemi di vettori estende  $B$  a una base di  $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ ?  
 a  $1, x, x^2$ ;  b  $x-1, x-2$ ;  c  $x^3$ ;  d  $(x-1)(x-2)$ .
14. Sia  $f \in \text{End}(\mathbb{R}_{\leq 2}[x])$  la derivata. La matrice di  $f$  nelle base  $x^2 + 1, -1, x$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
15. In  $\mathbb{R}^2$  la distanza tra  $(2, -1)$  e la retta  $r = \{x + 2y = 2\}$  è:  a  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ;  b  $\sqrt{5}$ ;  c 0;  d  $\sqrt{\frac{2}{5}}$ .

## Risposte esatte

Cod. 7623799

1. b

2. c

3. a

4. c

5. b

6. b

7. c

8. b

9. b

10. b

11. c

12. a

13. b

14. c

15. a