Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 & 0 \\ i & i & 1+i & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -i & 0 & i \end{pmatrix}$. Qual è il rango di A ? [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

2. Le coordinate di $(1, i, 0)$ rispetto alla base di $\mathbb{C}^3$ formata da $e_1 + ie_2$, ie_2, $e_3 - e_1$, sono:
[a] $(1, i, 0)$; [b] $(1, 0, 0)$; [c] $(1, 1, 0)$; [d] $(i, 1, 0)$.

3. Quale dei seguenti insiemi di vettori costituisce una base per $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$?
[a] $1, -1, x$; [b] $1, x$; [c] $x - 1, x + 1, (x - 1)(x + 1)$; [d] $1, x, x^2, x^3$.

4. In $\mathbb{R}^4$ sia $V = \text{span}\{(1, 2, 3, 4), (1, 2, 1, 2), (0, 0, 2, 2)\}$ e $W = \{x + y + z - t = 0, z = 2\}$. Si ha:
[a] $V \cap W = \emptyset$; [b] $\dim(V \cap W) = 1$; [c] $V = W$; [d] $V \cap W =$ un punto.

5. Quali delle seguenti matrici rappresenta un endomorfismo diagonalizzabile su $\mathbb{R}$?
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 9 & -6 \end{pmatrix}$.

6. Il polinomio caratteristico di $f(x, y) = (y, x)$ è:
[a] $x(x - 2)$; [b] $x^2 - 2$; [c] $(x - 1)^2$; [d] $x^2 - 1$.

7. Quale tra queste è la matrice di una rotazione di $\frac{\pi}{2}$ in senso orario in $\mathbb{R}^2$?
[a] $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$.

8. La matrice della forma bilineare du $\mathbb{R}^2$ data da $b((x, y), (x', y')) = xy' + x'y + yy'$ rispetto alla base $\mathcal{B} = \{(1, 1), (0, -1)\}$ è: [a] $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

9. In $\mathbb{R}_{\leq 5}[x]$ distanza tra x e 1 rispetto al prodotto scalare $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(x)q(x)dx$ è:
[a] $1/\sqrt{5}$; [b] $1/\sqrt{4}$; [c] $1/\sqrt{3}$; [d] $1/2$.

10. In $\mathbb{R}^4$ una base delle soluzioni del sistema $\begin{cases} 3x - y + 2z = 0 \\ x - y - z - t = 0 \\ 2y + 5z + 3t = 0 \end{cases}$ è: [a] $\{(1, 3, 0, -2), (0, 2, 1, 3)\}$;
[b] $\{(1, 3, 0, 2), (0, 2, 1, -3)\}$; [c] $\{(1, 3, 0, -2), (0, 2, 1, -3)\}$; [d] $\{(1, -3, 0, 2), (0, 2, 1, 3)\}$.

11. Quali delle seguenti formule definisce un'applicazione lineare $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$? $f(x, y, z) =$
[a] $(x + y)^2 - (x - y)^2 + z - 4xy$; [b] $2x + 4xy$; [c] $2x + 1$; [d] $x^2 + y + x$.

12. Per quale delle seguenti matrici M esiste α tale che M non sia ortogonale?
[a] $\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$; [d] Nessuna.

13. Siano A, B due matrici tali che $AB = I$. Allora
[a] $BA = I$; [b] Le righe di A sono lin. indip.; [c] $\det(A) = \det(B)^{-1}$; [d] $\ker A = 0$.

14. Sia $I = \{f \in \hom(\mathbb{R}_{\leq 2}[x], \mathbb{R}^2) : f(x) = e_1 = f(x^2)\}$. La dimensione di $\text{span}(I)$ è
[a] 4; [b] 3; [c] 6; [d] 1.

15. Se $\pi_1 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x = t, y + 2z = 1\}$ e $\pi_2 = \text{span}\{(1, 0, 0, 1), (0, 1, -2, 0)\}$, allora:
[a] $\pi_1 \cap \pi_2$ è un punto; [b] $\pi_1 \cap \pi_2$ è una retta; [c] $\text{Giac}(\pi_1) = \text{Giac}(\pi_2)$; [d] $\pi_1 = \pi_2$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2211190

1. d

2. b

3. c

4. d

5. a

6. d

7. b

8. b

9. c

10. c

11. a

12. a

13. b

14. b

15. b

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** ____________

1. La conica di equazione $x^2 + x + y + 1 = 0$ è:
a un'ellisse reale; b una parabola; c un'iperbole; d l'insieme vuoto.

2. Le coordinate di $(1, i, 1)$ rispetto alla base $\{(0, 1, 1), (1, 1, 0), (0, i, 0)\}$ di $\mathbb{C}^3$ sono:
a $(1, 2i, 1)$; b $(1, 1, 1)$; c $(1, 1, 2i)$; d $(1, 1, 2i + 1)$.

3. Quale dei seguenti insiemi costituisce una base per $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$?
a $0, 1, x$; b $x^2 + 2x + 1, x + 1, x(x + 1)$; c $0, 1, x, x^2$; d $x^2 - 1, x - 1, x + 1$.

4. La dimensione di $\{f \in \hom(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3) \mid e_1 + e_2 \in \ker(f)\}$ è: a 2; b 4; c 6; d 9.

5. Se $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ con $A_{ij} = i \cdot j$ (la tavola pitagorica), allora: a A è invertibile;
b $\dim(\ker A) = 1$; c A ha n autovalori distinti; d $\mathbb{R}^n$ ha una base di autovettori di A.

6. Per quali dei seguenti valori di x la matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 - x^2 & 0 \end{pmatrix}$ risulta triangolabile su $\mathbb{R}$?
a 1; b 2; c 3; d 4.

7. Sia $f \in \hom(\mathbb{R}_{\leq 2}[x], \mathbb{R}_{\leq 3}[x])$ dato da $f(p) = xp(x)$. La sua matrice nelle basi canoniche è:
a $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; d nessuna delle precedenti.

8. In $\mathbb{R}^2$ la matrice della forma bilineare $b(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}) = (x_1 + x_2)y_2$ nella base $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ è:
a $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

9. Per quali valori di t al matrice $\begin{pmatrix} t + 1 & 2 & t \\ 2 & -t - 5 & 1 \\ t & 1 & 1 \end{pmatrix}$ rappresenta un prodotto scalare?
a $-1 < t < 1$; b $t > 1$; c $t < -1$; d per nessun valore di t.

10. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} -y - t = 1 \\ z - y = 1 \end{cases}$ in $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^4$? a 0; b 4; c 2; d infinite.

11. Quali dei seguenti punti di $\mathbb{R}^2$ sono affinemente independenti tra loro?
a $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$.

12. Quali delle seguenti è una matrice ortogonale?
a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$

13. Sia $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^2)$ tale che $f^2 = 0$ e $\dim(\mathrm{Imm}(f)) = 1$. Qual è la forma di Jordan di f
a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; d una tale f non esiste.

14. Sia $A \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}) \subset \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$. Se $\lambda \in \mathbb{C}$ è autovalore di A allora sicuramente:
a $\lambda \in \mathbb{R}$; b $\bar{\lambda}$ è autovalore di A; c $m_a(\lambda) = 1$; d A è diagonalizzabile.

15. Quali sono equazioni cartesiane per $V = \mathrm{span}\{(i, -i, 0), (0, 1, 0)\} \subseteq \mathbb{C}^3$?
a $z = 0$; b $z = i$; c $x + y = 0$; d nessuna delle precedenti.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2211191

1. b

2. d

3. d

4. c

5. d

6. a

7. c

8. a

9. d

10. b

11. c

12. d

13. b

14. b

15. a

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. La conica di equazione $x^2 - y^2 = 9$ è una:
[a] ellisse ; [b] coppia di rette incidenti; [c] iperbole ; [d] coppia di rette parallele.

2. In $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$, le coordinate di $(x+1)(x+2)$ rispetto alla base $\{x+1, x^2+x, 1\}$ sono:
[a] $(1,1,1)$; [b] $(-1,0,1)$; [c] $(2,1,0)$; [d] $(2,1,-1)$.

3. Quali dei seguenti vettori di $\mathbb{C}^3$ sono linearmente indipendenti tra loro?
[a] $\begin{pmatrix}0\\1-i\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\i\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\i\\i\end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix}1\\i\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}i\\1\\i\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}i\\i\\i\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\i\end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}i\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\i\\0\end{pmatrix}$

4. In $\mathbb{R}^3$ la dimensione di span$\{xyz = 0\}$ è: [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

5. Il polinomio caratteristico di $f(x,y) = (x+y, x-y)$ è:
[a] $x(x-2)$; [b] x^2-2; [c] $(x-1)^2$; [d] x^2-1.

6. Quanti bolcchi ha la forma di Jordan della matrice $\begin{pmatrix}1&1&0\\0&2&1\\0&0&1\end{pmatrix}$?
[a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] La matrice non ammette forma di Jordan.

7. In $\mathbb{R}^2$ con la base canonica, la matrice della rotazione di angolo α in senso orario è:
[a] $\begin{pmatrix}\cos\alpha & \sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix}\cos\alpha & \sin\alpha\\ -\sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix}\sin\alpha & -\cos\alpha\\ \cos\alpha & \sin\alpha\end{pmatrix}$;.

8. Sia $b \in bil(\mathbb{R}^3)$ la forma simmetrica con forma quadratica $q(x,y,z) = x^2 - y^2 + z^2 + 6xy + 2xz$. La matrice di b rispetto alla base canonica è:
[a] $\begin{pmatrix}1&2&1\\2&1&1\\1&1&0\end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix}1&6&2\\6&1&0\\2&0&-1\end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix}1&6&2\\6&1&0\\2&1&1\end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix}1&3&1\\3&-1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$.

9. Sia $b \in \mathrm{bil}(\mathbb{R}^4)$ la forma simmetrica con forma quadratica $2xy + zt$. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di b è: [a] $(1,2,1)$; [b] $(0,2,2)$; [c] $(2,1,1)$; [d] $(1,1,2)$.

10. Se $A = \begin{pmatrix}1&0&1&1\\1&2&-1&0\\2&2&0&1\end{pmatrix}$ e $b = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ quante soluzioni ha in $\mathbb{R}^4$ il sistema $AX = b$?
[a] 0; [b] 1; [c] 2; [d] ∞.

11. Quale di queste applicazioni è lineare?
[a] $f(x,y) = (x+2, y-1)$; [b] $A \mapsto A^{-1}$; [c] $A \mapsto det(A)$; [d] $f(x,y,z) = x$.

12. Se $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^5)$ con $\ker(f) \subseteq \mathrm{span}\{(1,-1,0,0,1), (2,0,1,0,0), (0,-2,1,0,-2), (3,-1,1,0,1)\}$.
[a] $\dim(\mathrm{Imm}\, f) \geq 2$; [b] $\dim(\mathrm{Imm}\, f) = 1$; [c] $\dim(\mathrm{Imm}\, f) \leq 3$; [d] $\dim(\mathrm{Imm}\, f) = 2$.

13. Sia $A = \begin{pmatrix}1&0\\0&2\end{pmatrix}$. La dimensione di $V = \{B \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}) \mid AB = BA\}$ è
[a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

14. Quale può essere un blocco di Jordan nella forma di Jordan di un $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^3)$ tale che $f^3 = 0$?
[a] $\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$; [d] Nessuno dei precedenti .

15. In $\mathbb{R}^3$ la distanza tra il piano $x - y + z = 1$ e $(1,0,1)$ è: [a] 0; [b] 1; [c] $\sqrt{3}$; [d] $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2211192

1. c

2. c

3. b

4. c

5. b

6. b

7. c

8. d

9. b

10. d

11. d

12. a

13. b

14. a

15. d

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** ___________

1. La conica definita da $x^2 + y^2 - 4xy = 0$ è:
$\boxed{a}$ una coppia di rette; $\boxed{b}$ un'iperbole; $\boxed{c}$ una parbola; $\boxed{d}$ un'ellisse.

2. In $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$, le coordinate di $(1+x)^2$ rispetto alla base $v_1 = 1, v_2 = 1+x, v_3 = 1+x+x^2$ sono:
$\boxed{a}$ $(1,2,1)$; $\boxed{b}$ $(0,2,0)$; $\boxed{c}$ $(-1,1,1)$; $\boxed{d}$ $(0,1,0)^2$.

3. Quali delle seguenti è una base di $(\mathbb{Z}_2)^3$?
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$.

4. Sia A un sottoinsieme di uno spazio vettoriale V. Lo span di A è sempre:
$\boxed{a}$ uno spazio vettoriale; $\boxed{b}$ uguale a V; $\boxed{c}$ contenuto in A; $\boxed{d}$ una base di V.

5. Quale tra queste matrici è diagonalizzabile?
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix}1&3&0\\0&1&3\\0&0&1\end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix}0&1&8\\1&2&0\\8&0&3\end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&0\\0&0&21\end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\0&0&2\end{pmatrix}$.

6. Se 2 è autovalore per un endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ allora:
$\boxed{a}$ $f(x) = x^2$; $\boxed{b}$ $f(x) = 2$; $\boxed{c}$ $f(x) = \lambda x$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

7. Siano $B = ((1,0),(1,1))$ e $B' = ((1,-1),(1,0))$ due basi di $\mathbb{R}^2$ e sia $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^2)$ definita da $f(x,y) = (x+y, x-y)$. La matrice associata a f nella base B in partenza e B' in arrivo è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix}1&1\\1&-1\end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix}1&2\\1&0\end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix}1&0\\1&-1\end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix}-1&0\\2&2\end{pmatrix}$.

8. La matrice della forma bilineare $b((x,y),(x',y')) = xx' - 2yx' + y'x$, nella base canonica di $\mathbb{R}^2$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix}1&1\\-2&0\end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix}0&1\\-2&0\end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix}0&-2\\1&0\end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix}$.

9. Per quali valori di k la matrice $\begin{pmatrix}k-1&k\\k&k-1\end{pmatrix}$ rappresenta un prodotto scalare su $\mathbb{R}^2$?
$\boxed{a}$ Per nessun valore di k; $\boxed{b}$ $k \in]0, \frac{1}{2}[$; $\boxed{c}$ $k > \frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $k < 0 \cup k > 1$.

10. in $\mathbb{R}^4$ la dimensione dello spazio delle soluzioni di $Ax = 0$ con $A = \begin{pmatrix}1&2&3&4\\5&6&7&8\end{pmatrix}$ è:
$\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

11. Quale delle seguenti matrici di $\mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$è invertibile?
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix}1&2&3\\-1&0&1\\4&4&4\end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix}1&2&2\\2&0&2\\3&-2&2\end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix}1&2&3\\1&0&1\\4&4&4\end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix}1&1&0\\2&0&2\\3&-1&4\end{pmatrix}$.

12. La dimensione del ker di $f(x,y,z) = (x, x-y, x-z)$ è: $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 3.

13. Sia $f \in \hom(\mathbb{R}_{\leq 2}[x], \mathbb{R}^2)$ tale che $f(x) = f(x^2) = f(1)$ e sia $k = \dim(\mathrm{Imm}(f))$.
$\boxed{a}$ $k = 2$; $\boxed{b}$ $k \leq 1$; $\boxed{c}$ $k = 6$; $\boxed{d}$ $k = 1$.

14. Se $d(v,w)$ è la distanza indotta da un prodotto scalre $\langle\cdot,\cdot\rangle$ su V allora: $\boxed{a}$ $d(v,v) = 0$;
$\boxed{b}$ $d(v,w) \geq -d(v,u) + d(u,w)$; $\boxed{c}$ $d(v,w) \geq d(v,u) - d(u,w)$; $\boxed{d}$ tutte le precedenti.

15. In $\mathbb{R}^3$ la retta parallela a $s = \{y = x+1, 2x - z = 3\}$ e passante per $(-1,1,3)$ è:
$\boxed{a}$ $(t, t-2, 2t+5)$; $\boxed{b}$ $(t, -t-2, 2t+5)$; $\boxed{c}$ $(t, t+2, 2t+5)$; $\boxed{d}$ $(-t, t, 2t+1)$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2211193

1. a

2. c

3. c

4. a

5. b

6. d

7. d

8. a

9. a

10. b

11. c

12. a

13. b

14. d

15. c

Nome ______________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. La conica di equazione $(x-y)^2+2xy+2x+1=0$ è:
[a] una parabola; [b] un punto; [c] una coppia di retta incidenti; [d] una retta.

2. In $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$, le coordinate di $(1+x)^2$ rispetto alla base $v_1=1, v_2=1+x, v_3=1+x+x^2$ sono:
[a] $(1,2,1)$; [b] $(0,2,0)$; [c] $(-1,1,1)$; [d] $(0,1,0)^2$.

3. Qual è base di $(\mathbb{Z}_2)^3$? [a] $\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$; [d] Nessuna.

4. La dimensione di $\{f\in \hom(\mathbb{R}^3,\mathbb{R}^2) : f(\mathbb{R}^3)\subseteq \operatorname{span}(0,1), f(1,0,0)=(0,0)\}$ è:
[a] 6; [b] 1; [c] 4; [d] 2.

5. Per quali valori del parametro k la matrice $\begin{pmatrix}k&0&0\\0&k+1&0\\k&1&1\end{pmatrix}$ è diagonalizzabile?
[a] $k\neq 0$; [b] $k=1$; [c] $k\neq 0,1$; [d] $k=0$.

6. Gli autovalori di $f\in \operatorname{End}(\mathbb{C}_{\leq 2}[x])$ definito da $f(p)=p(0)x-p(i)x^2$ sono:
[a] $0,i$; [b] $0,1,i$ [c] $0,i,-i$; [d] $0,1$.

7. La matrice associata a $f(x,y)=(2x-y,y-x)$ nella base di $\mathbb{R}^2$ formata da $v_1=e_1+e_2, v_2=e_1$ è:
[a] $\begin{pmatrix}0&-1\\1&3\end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix}1&2\\0&-1\end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix}1&1\\-1&3\end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix}1&-3\\0&1\end{pmatrix}$.

8. La matrice associata alla forma bilineare $b((x_1,y_1),(x_2,y_2))=x_1(y_2-x_2)+x_2y_1$ in base canonica è:
[a] $\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix}-1&1\\1&0\end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix}1&1\\0&0\end{pmatrix}$; [d] b non è una forma bilineare.

9. La segnatura (n_0,n_+,n_-) della forma bilineare su $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ definita da $b(p,q)=p(0)q(0)$ è:
[a] $(2,1,0)$; [b] $(3,0,0)$; [c] $(1,1,1)$; [d] nessuna.

10. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases}-y-t=1\\ z-y=1\end{cases}$ in $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^4$? [a] 0; [b] 4; [c] 2; [d] infinite.

11. L'inversa di $\begin{pmatrix}-1&1\\0&1\end{pmatrix}$ è: [a] $\begin{pmatrix}1&0\\-1&1\end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix}-1&1\\0&1\end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix}$.

12. La proiezione ortogonale di $(3,2,1)$ lungo $(1,1,1)$ è:
[a] $(2,2,2)$; [b] $(1,1,1)$; [c] $(18/\sqrt{14},12/\sqrt{14},6/\sqrt{14})$; [d] $(-18/\sqrt{14},12/\sqrt{14},-6/\sqrt{14})$.

13. Sia $f\in\hom(\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}),\mathbb{R}^2)$ data da $f(A)=(\operatorname{traccia}(A),\det(A))$. La matrice di f nelle basi $v_1=\left(\begin{smallmatrix}1&0\\0&1\end{smallmatrix}\right), v_2=\left(\begin{smallmatrix}0&1\\1&0\end{smallmatrix}\right), v_3=\left(\begin{smallmatrix}1&0\\0&0\end{smallmatrix}\right), v_4=\left(\begin{smallmatrix}0&1\\0&0\end{smallmatrix}\right)$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ e $w_1=(1,1), w_2=(0,-1)$ di $\mathbb{R}^2$ è:
[a] $\begin{pmatrix}2&0&1&0\\1&1&1&0\end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix}2&0&1&0\\-1&1&0&0\end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix}2&0&1&0\\1&-1&0&0\end{pmatrix}$; [d] $f\notin\hom(\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}),\mathbb{R}^2)$.

14. In $\mathbb{R}^3$ standard, il piano contenente la retta $x+y=z+1=z+x$ e ortogonale alla retta $(t,t+1,2t+2)$ è: [a] $y-z+2x-2=0$; [b] $(0,1,2)+\{x+y+2z=0\}$;
[c] $(1,0,0)+\{x+y+2z=0\}$; [d] Tale piano non esiste.

15. Quali sono equazioni cartesiane per $V=\operatorname{span}\{(1,2,0),(0,1,1)\}\subseteq\mathbb{R}^3$?
[a] $y-2x=0, z=0$; [b] $z-2x-3y=0$; [c] $y-2x=0$; [d] $2x-y+z=0$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2211194

1. b

2. c

3. d

4. d

5. c

6. d

7. a

8. b

9. a

10. b

11. c

12. a

13. d

14. d

15. d

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ____________

1. Il rango di $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ è: [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

2. In $\mathbb{R}^4$, le coordinate di $(1,0,1,0)$ nella base $v_1 = (1,1,1,1)$, $v_2 = (0,1,1,1)$, $v_3 = (0,0,1,1)$, $v_4 = (0,0,0,1)$ sono: [a] $(1,2,3,4)$; [b] $(1,1,1,1)$; [c] $(1,-1,1,-1)$; [d] Nessuna delle altre.

3. Quale di queste è una base di $\{p \in \mathbb{C}_{\leq 2}[x] \mid p(0) = 0\}$?
[a] $1, x+1, x^2+x+i$; [b] $(x+1)^2, ix, x^2+ix+1$; [c] $x-3x^2, x^2$; [d] $x^2-x, 2x-2x^2$.

4. La dimensione di $V = \{f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^3) \mid f(e_1) = f(e_2), \mathrm{Imm}\, f \supset \mathrm{span}\{e_3, e_1+e_2\}\}$ è:
[a] 3; [b] 5; [c] 6; [d] V non è un sottospazio di $\mathrm{End}(\mathbb{R}^3)$.

5. Il polinomio caratteristico di $f(x,y,z) = (x+y+z, x-y-2z, z)$ è
[a] $(x+1)(x-1)(1-x)$; [b] x^2-1; [c] $(1-x)(x^2-2)$; [d] $(x+1)^3$.

6. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $f(x,y,z,t) = (-x+y-z, -x+y, z, t)$?
[a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

7. La matrice di $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}, z \mapsto iz$ rispetto alla base $\{1, i\}$ su $\mathbb{R}$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

8. La matrice della forma $b(x,y) = x_1y_1 - 2x_3y_2 + 4x_2y_3$ su $\mathbb{R}^3$ rispetto alla base $(e_1+e_2, e_1-e_2, 2e_3)$ è: [a] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & -8 \\ -4 & 4 & 0 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

9. Se $A = M^TBM$ con $A, B \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ simmetriche e M invertibile: [a] $\det A = 0 \Leftrightarrow \det B = 0$; [b] $\mathrm{rango}\, A = \mathrm{rango}\, B$; [c] A e B hanno la stessa segnatura; [d] tutte le precedenti sono vere.

10. Quante soluzioni ha $-x+y = 0$ su $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^2$? [a] 0; [b] 2; [c] 4; [d] infinite.

11. Detti $x = (x_1, x_2, x_3)$ e $y = (y_1, y_2, y_3)$, quale tra queste è una forma bilineare?
[a] $f(x,y) = x_1y_2 - 34x_1y_1$; [b] $f(x,y) = x_2y_2 + 1$; [c] $f(x,y) = 2x_1y_2 - 2y_1y_2$; [d] $f(x,y) = x_1y_2 - y_1^2$.

12. Un'applicazione lineare da $\mathbb{K}_{\leq 25}[x] \to \mathcal{M}_{3\times 8}(\mathbb{K})$ non può:
[a] esistere; [b] essere iniettiva; [c] essere suriettiva; [d] nessuna delle altre.

13. In $\mathbb{R}^3$ siano $v_1 = (1,2,3), v_2 = (4,5,6), v_3 = (7,8,9)$ e $w_1 = (1,1,1), w_2 = (2,2,2), w_3 = (3,3,3)$. Sia $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^3)$ tale che $f(v_i) = w_i$ per ogni i, allora:
[a] $\ker f \neq \emptyset$; [b] f è suriettiva; [c] f è unica; [d] Non esiste una tale f.

14. Sia $V = (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^2$. Quale delle seguenti affermazioni vale $\forall\ v \in V$?
[a] $v^2 = 0$; [b] $v \neq 0$; [c] $v = -v$; [d] nessuna delle altre.

15. L'equazione del piano affine passante per $(1,0,0), (1,1,1)$ e $(2,1,1)$ è:
[a] $x+y = 0$; [b] $x-y-z = 0$; [c] $x = 1$; [d] $y-z = 0$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2111195

1. c

2. c

3. c

4. d

5. c

6. c

7. a

8. c

9. d

10. b

11. a

12. b

13. a

14. c

15. d

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣␣␣␣␣

1. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & i \\ i & 1 & 1+i & 1-i \end{pmatrix}$. Il rango di $A^T A$ è: $\boxed{a}$ 1 ; $\boxed{b}$ 2 ; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

2. Le coordinate di $(1-x)^2$ rispetto alla base $1, 1+x, x^2$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ sono:
$\boxed{a}$ $(1,1,1)$; $\boxed{b}$ $(3,-2,1)$; $\boxed{c}$ $(1,-1,0)^2$; $\boxed{d}$ $(1,-2,1)$.

3. Quale insieme genera $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$? $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 2i & 0 \end{pmatrix}, 2\begin{pmatrix} 0 & i \\ 2i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$;
$\boxed{b}$ nessuno; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -i & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

4. In $\mathbb{R}^4$ sia $V = \text{span}\{(1,2,3,4),(1,2,1,2),(0,0,2,2)\}$ e $W = \{x+y+z-t=0, z=2\}$. Si ha:
$\boxed{a}$ $V \cap W = \emptyset$; $\boxed{b}$ $\dim(V\cap W) = 1$; $\boxed{c}$ $V = W$; $\boxed{d}$ $V \cap W =$ un punto.

5. Quali delle seguenti matrici rappresenta un endomorfismo diagonalizzabile su $\mathbb{R}$?
$\boxed{a}$ Nessuno degli altri; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 9 & -6 \end{pmatrix}$.

6. Se 1 è autovalore per un endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ allora:
$\boxed{a}$ $f(x) = 1$; $\boxed{b}$ $\forall x f(x) = x$; $\boxed{c}$ $f(x) = \lambda x$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

7. La matrice della rotazione in senso antiorario di $\pi/4$ rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^2$ è:
$\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sqrt{2} & -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$.

8. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ e sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^2)$ definita da $b(X,Y) = \det(AM)$ ove M è la matrice che ha X, Y come colonne. La matrice di b nella base canonica di $\mathbb{R}^2$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

9. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ è: $\boxed{a}$ $(1,1,1)$; $\boxed{b}$ $(0,1,2)$; $\boxed{c}$ $(1,1,0)$; $\boxed{d}$ $(0,1,0)$.

10. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ x + 3iz = i \end{cases}$ su $\mathbb{C}$? $\boxed{a}$ ∞; $\boxed{b}$ 4; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 0.

11. Quale delle seguenti funzioni è lineare?
$\boxed{a}$ $f(x,y,z) = (x,x)$; $\boxed{b}$ $f(x,y,z) = (x+1,y,z)$; $\boxed{c}$ $f(x,y,z) = xy$; $\boxed{d}$ $f(x,y,z) = 1$.

12. La proiezione ortogonale di $(2,4,-1)$ lungo $(1,1,0)$ è:
$\boxed{a}$ $(6,12,-3)$; $\boxed{b}$ $(6/21, 6/21, 0)$; $\boxed{c}$ $(3,3,0)$; $\boxed{d}$ $(2/3, 4/3, -1/3)$.

13. Sia $A = \left(\begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right)$ tale che b sia autovalore di A. Allora sicuramente: $\boxed{a}$ a è autovalore di A;
$\boxed{b}$ c è autovalore di A; $\boxed{c}$ d è autovalore di A; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

14. Sia $f \in \text{End}(V)$ diagonalizzabile t.c. $f^3 = 0$. Allora:
$\boxed{a}$ $f^2 = 0$; $\boxed{b}$ $\ker f = 0$; $\boxed{c}$ $\ker f \subset \text{Imm} f$; $\boxed{d}$ $\dim \ker f = 1$.

15. In $\mathbb{R}^2$ la distanza di $(1,1)$ dalla retta $y + x + 2 = 0$ è: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ $2\sqrt{2}$; $\boxed{c}$ π; $\boxed{d}$ $\sqrt{3}$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2111196

1. b

2. b

3. d

4. d

5. b

6. d

7. a

8. c

9. c

10. a

11. a

12. c

13. d

14. a

15. b

Nome ________________ **Cognome** ____________________ **Matricola** __________

1. Il rango di $A \in \mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{Z}_2)$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ è: [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

2. Le coordinate di $(1-x)^2$ rispetto alla base $1, 1+x, x^2$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ sono:
[a] $(1,1,1)$; [b] $(3,-2,1)$; [c] $(1,-1,0)^2$; [d] $(1,-2,1)$.

3. Quale di questi elementi completa $\{x^2 - 2ix - 1, 2ix\}$ ad una base di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$?
[a] x; [b] $(x-i)^2$; [c] $i(x+1)(x-1)$; [d] $3i$.

4. La dimensione di $\{f \in \hom(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3) \mid e_1 + e_2 \in \ker(f)\}$ è: [a] 2; [b] 4; [c] 6; [d] 9.

5. Il polinomio caratteristico di $f(x,y) = (x+y, x+y)$ è:
[a] $x(x-2)$; [b] $x^2 - 2$; [c] $(x-1)^2$; [d] $x^2 - 1$.

6. Gli autovalori reali di $f(x,y,z) = (x, x-z, y)$ sono: [a] $1,0,-1$; [b] $2,1,0$; [c] 1; [d] $1,0$.

7. La matrice associata a $f(x,y) = (2x, y)$ rispetto alla base $(0,-1),(2,1)$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

8. Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^2)$ la forma simmetrica con forma quadratica $x^2 - y^2 + 2xy$. La matrice di b rispetto alla base $(1,0),(1,1)$ è: [a] $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

9. Su $\mathbb{R}_{\leq 1}[x]$ con base $1, x$, la matrice associata al prodotto scalare $\langle p, q \rangle = \int_0^2 p(x)q(x)dx$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 8/3 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 12 & 24 \\ 24 & 64 \end{pmatrix}$.

10. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Quante soluzioni ha in $\mathbb{R}^3$ il sistema $AX = b$?
[a] 0; [b] 1; [c] 2; [d] ∞.

11. Siano A, B due matrici 3x3 a coefficienti reali. Allora $\det(AB) =$?
[a] $(\det A)(\det B)$; [b] $\det A + \det B$; [c] $(\det A)/(\det B)$; [d] 9.

12. In $\mathbb{R}^3$ l'ortogonale di $(1,1,-1)$ rispetto al prod. scal. con forma quadratica $x^2 + 2xy + 2y^2 + z^2$ è:
[a] $z = x + y$; [b] $z = 2x + 3y$; [c] $\text{span}(2,3,-1)$; [d] $2x + y + 3z = 0$.

13. Sia $A = \left(\begin{smallmatrix} 0 & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right)$ tale che b sia autovalore di A. Allora sicuramente: [a] 0 è autovalore di A;
[b] c è autovalore di A; [c] d è autovalore di A; [d] nessuna delle precedenti.

14. Sia $f \in \text{End}(\mathbb{R}_{\leq 2}[x])$ la derivata. La matrice di f nelle base $x^2+1, -1, x$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

15. In $\mathbb{R}^3$ la distanza del punto $P = (3,2,1)$ dalla retta $r = \{y - z - 5 = 0, x = 3\}$ è:
[a] $1/\sqrt{2}$; [b] $1/2$; [c] $\sqrt{2}$; [d] $2\sqrt{2}$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2111197

1. c

2. b

3. d

4. c

5. a

6. c

7. a

8. d

9. b

10. b

11. a

12. b

13. d

14. c

15. d

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** __________

1. La conica definita dall'equazione $x^2 + 4y^2 + 4xy - 2x - 4y + 1 = 0$ è:
$\boxed{a}$ ellisse; $\boxed{b}$ iperbole; $\boxed{c}$ parabola; $\boxed{d}$ una retta.

2. Qual è il vettore di $\mathbb{R}^3$ che ha coordinate $(1, 2, 1)$ rispetto alla base $e_1 + e_2, e_2 + e_1, e_2 + e_3$?
$\boxed{a}$ $(1, 2, 1)$; $\boxed{b}$ $(1, 2, 3)$; $\boxed{c}$ $(3, 4, 1)$; $\boxed{d}$ Quella proposta non è una base.

3. Siano $A_1, \dots, A_k$ matrici che generano $\mathcal{M}_{3\times3}(\mathbb{K})$. Allora necessariamente:
$\boxed{a}$ sono linearmente indipendenti; $\boxed{b}$ $k \geq 9$; $\boxed{c}$ sono una base; $\boxed{d}$ $k < 9$.

4. In $\mathbb{R}^3$ la dimensione di span$\{xyz = 0\}$ è: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

5. Quale tra queste matrici è diagonalizzabile?
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 2i & 0 & 0 \\ 0 & i & 1 \\ 0 & 0 & i \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 3 \\ -2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & i \end{pmatrix}$.

6. Sia $A \in \mathcal{M}_{4\times4}(\mathbb{C})$ non diagonalizzabile con autovalori $0, 1, -1$. Se 0 ha molteplicità algebrica 2 allora: $\boxed{a}$ $\ker A = 0$; $\boxed{b}$ $\dim(\ker A) = 1$; $\boxed{c}$ rango$(A) \leq 2$ $\boxed{d}$ rango$(A) > 3$.

7. La matrice associata a $f(x, y) = (2x, x - y)$ rispetto alla base $(1, 1), (1, 0)$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

8. La matrice, in base canonica, della forma bilineare $b((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = x_1y_1 - 2x_2y_2$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

9. La segnatura (n_0, n_+, n_-) della forma bilineare associata alla matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ è:
$\boxed{a}$ $(1, 2, 3)$; $\boxed{b}$ $(0, 1, 2)$; $\boxed{c}$ $(0, 2, 1)$; $\boxed{d}$ $(1, 0, 2)$.

10. Sia W il sottospazio di $\mathbb{C}^4$ dato da $W = \{x + iy + z + t = 0, 2y - iz = 0, x - iy + t = 0\}$.
$\boxed{a}$ $\dim(W) = 1$; $\boxed{b}$ $\dim(W) = 2$; $\boxed{c}$ $\dim(W) = 3$; $\boxed{d}$ $\dim(W) = 4$.

11. Calcolare l'inversa di $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -3 & -2 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 1 & -\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

12. Quali delle seguenti è una base ortogonale per il prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^2$?
$\boxed{a}$ $e_1, e_1 + e_2$; $\boxed{b}$ $2e_2 + e_1, -2e_1 + e_2$; $\boxed{c}$ $e_1 + 2e_2, e_1 - 2e_2$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

13. Sia V l'insieme delle rotazioni di $\mathbb{R}^2$, W l'insieme delle matrici antisimmetriche in $M_{2\times2}(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$ e U l'insieme dei polinomi in $\mathbb{R}[x]$ tali che $p' = x$. Quale tra essi è uno spazio vettoriale rispetto alle operazioni usuali? $\boxed{a}$ V; $\boxed{b}$ W; $\boxed{c}$ U; $\boxed{d}$ Lo sono tutti.

14. Sia $A \in \mathcal{M}_{2\times2}(\mathbb{R})$ tale che $\det(A) = 1$. Se λ è autovalore di A allora sicuramente:
$\boxed{a}$ $\lambda = \pm1$; $\boxed{b}$ λ^{-1} è autovalore di A; $\boxed{c}$ $m_a(\lambda) = 1$; $\boxed{d}$ $-\lambda$ è autovalore di A.

15. L'ortogonale di $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ tali che $x + y = 0$ e $z = 0\}$ rispetto al prod. scal. standard è:
$\boxed{a}$ $\{2x = y\} \cap \{z = 0\}$; $\boxed{b}$ $\{y = x\}$; $\boxed{c}$ $\{x = -y\}$; $\boxed{d}$ span$((0, 0, 1))$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2111198

1. d

2. d

3. b

4. c

5. c

6. b

7. c

8. a

9. c

10. b

11. b

12. b

13. b

14. b

15. b

Nome ______________ **Cognome** ________________ **Matricola** ___________

1. La conica di equazione $(x+2y)^2 - 2xy - (y+3)^2 = 0$ è una:
$\boxed{\text{a}}$ Ellisse ; $\boxed{\text{b}}$ Parabola; $\boxed{\text{c}}$ Iperbole; $\boxed{\text{d}}$ Coppia di rette incidenti.

2. Le coordinate di $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ sono: $\boxed{\text{a}}$ $(1,0,-1,1)$; $\boxed{\text{b}}$ $(-1,0,1,-1)$; $\boxed{\text{c}}$ $(1,0,0,2)$; $\boxed{\text{d}}$ $(1,1,1,1)$.

3. Quale di queste è una base per $\mathbb{R}^3$? $\boxed{\text{a}}$ nessuna; $\boxed{\text{b}}$ e_1+2e_2, e_3-e_2;
$\boxed{\text{c}}$ $e_1+e_3, e_1+2e_2, 2e_1+2e_2+e_3$; $\boxed{\text{d}}$ $e_1+e_3, e_1+2e_2, e_3-e_2$.

4. Sia A un sottoinsieme di uno spazio vettoriale V. Lo span di A è sempre:
$\boxed{\text{a}}$ uno spazio vettoriale; $\boxed{\text{b}}$ uguale a V; $\boxed{\text{c}}$ contenuto in A; $\boxed{\text{d}}$ una base di V.

5. Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la matrice $\begin{pmatrix} k-1 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ k-1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile?
$\boxed{\text{a}}$ $k \neq 1,2$; $\boxed{\text{b}}$ $k=2$; $\boxed{\text{c}}$ $k \neq 0$; $\boxed{\text{d}}$ $k=1$.

6. Quale tra queste matrici è diagonalizzabile?
$\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} 2i & 0 & 0 \\ 0 & i & 1 \\ 0 & 0 & i \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 3 \\ -2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & i \end{pmatrix}$.

7. Quale tra queste è la matrice di una simmetria rispetto all'asse x in $\mathbb{R}^2$?
$\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

8. La matrice della forma bilineare du $\mathbb{R}^2$ data da $b((x,y),(x',y')) = xy' + x'y + yy'$ rispetto alla base $\mathcal{B} = \{(1,1),(0,-1)\}$ è: $\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

9. La matrice associata al prodotto scalare standard rispetto alla base $(1,2),(3,4)$ è:
$\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 16 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ $\begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}$.

10. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x-y-z=0 \\ x+3iz=i \end{cases}$ su $\mathbb{C}$? $\boxed{\text{a}}$ ∞; $\boxed{\text{b}}$ 4; $\boxed{\text{c}}$ 2; $\boxed{\text{d}}$ 0.

11. Quale delle seguenti matrici è simile a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$?
$\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

12. Se A $\in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$: $\boxed{\text{a}}$ $\ker A \neq 0$; $\boxed{\text{b}}$ $\ker A^2 \subseteq \ker A$; $\boxed{\text{c}}$ $\ker A^2 = 0 \Rightarrow \ker A = 0$; $\boxed{\text{d}}$ $A = A^T$.

13. Sia $f \in \mathrm{End}(\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}))$ dato da $f(X) = X\left(\begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right)$. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di f?
$\boxed{\text{a}}$ 1; $\boxed{\text{b}}$ 2; $\boxed{\text{c}}$ 3; $\boxed{\text{d}}$ 4.

14. In $\mathbb{R}^3$ siano $v_1 = (1,2,3), v_2 = (4,5,6), v_3 = (7,8,9)$ e $w_1 = (0,1,1), w_2 = (1,0,1), w_3 = (1,1,0)$. Una $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^3)$ tale che $f(v_i) = w_i$ per ogni i:
$\boxed{\text{a}}$ non esiste; $\boxed{\text{b}}$ esiste ed è unica; $\boxed{\text{c}}$ esiste ma non è unica; $\boxed{\text{d}}$ nessuna delle altre.

15. In $\mathbb{R}^3$ la distanza tra $(2,2,0)$ ed il piano passante per i punti $(1,0,0),(0,1,0),(0,0,2)$ è:
$\boxed{\text{a}}$ 1; $\boxed{\text{b}}$ 2; $\boxed{\text{c}}$ 3; $\boxed{\text{d}}$ 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Si è ammessi all'orale con 18. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2111199

1. a

2. a

3. d

4. a

5. a

6. c

7. c

8. b

9. d

10. a

11. d

12. c

13. b

14. a

15. b