Nome ________________ **Cognome** ____________________ **Matricola** __________

1. La conica $(x-1)^2-(x-y)^2-x=0$ è una: [a] parabola; [b] ellisse; [c] iperbole; [d] retta.

2. Le coordinate di $\begin{pmatrix} 7i & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & 0 \\ i & i \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$ sono: [a] $(7+i,0,0,-i)$; [b] $(7,0,0,i)$; [c] $(7i,0,1,1)$; [d] nessuna delle altre.

3. Quale di questi insiemi di vettori genera $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$? [a] $2-x,(x+1)^3,x^2-2x,x,2+x-3x^2$; [b] x,x^2,x^3; [c] $x,x^2,(x-2)^3,x^4$; [d] nessuno.

4. Siano dati in $\mathbb{R}^4$ i sottospazi $W=\{(x,y,z,t)\in\mathbb{R}^4 \mid x-2t=0, 3x+y+z=0\}$ e $V=\operatorname{span}\{e_4, e_1+2e_2\}$. La dimensione di $V+W$ è: [a] 4; [b] 3; [c] 2; [d] 1.

5. Il rango di $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ è: [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

6. Sia $A\in\mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{C})$ non diagonalizzabile con autovalori $0,1,-1$. Se 0 ha molteplicità algebrica 2 allora: [a] $\ker A=0$; [b] $\dim(\ker A)=1$; [c] $\operatorname{rango}(A)\leq 2$ [d] $\operatorname{rango}(A)>3$.

7. La matrice del coniugio di $\mathbb{C}$ rispetto alla base $\{1,i\}$ su $\mathbb{R}$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

8. La matrice della forma bilineare su $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$, definita da $b(p,q)=p'(0)q(0)+p(0)q(0)+p(0)q'(0)$, rispetto alla base $v_1=1+x^2, v_2=1-x-x^2, v_3=x+2$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 8 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 8 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 8 \end{pmatrix}$.

9. La matrice associata al prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^2$ nella base $(1,2),(1,-1)$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

10. Un sistema omogeneo di 5 equazioni in 3 incognite: [a] non ha soluzione ; [b] ha sempre almeno una soluzione; [c] ha soluzione solo in certi casi; [d] ha sempre una soluzione unica.

11. Sia A una matrice 3x3 a coefficienti reali. Allora $\det(A^tA)=?$
[a] 0; [b] 1 ; [c] $\det A^2$; [d] Nessuna delle altre.

12. Se $\dim(V)=+\infty$ allora: [a] $\dim(\operatorname{End}(V))=+\infty$; [b] $\dim(\operatorname{End}(V))=n^2$; [c] $\operatorname{End}(V)$ non è uno spazio vettoriale; [d] Nessun elemento di $\operatorname{End}(V)$ è invertibile.

13. In $\mathbb{R}^3$ siano $v_1=(0,1,2), v_2=(1,0,3), v_3=(1,-1,1)$ e $w_1=(1,1,1), w_2=(2,-1,3), w_3=(1,-2,2)$. Una $f\in\operatorname{End}(\mathbb{R}^3)$ tale che $f(v_i)=w_i$ per ogni i:
[a] non esiste; [b] esiste ed è unica; [c] esiste ma non è unica; [d] nessuna delle altre.

14. Sia $A\in\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})\subset\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$. Se $\lambda\in\mathbb{C}$ è autovalore non reale di A allora quale è falsa?
[a] $\bar{\lambda}$ è autovalore di A; [b] $m_a(\lambda)=1$; [c] A è diagonalizzabile su $\mathbb{C}$ [d] Sono tutte false.

15. In $\mathbb{R}^3$ la distanza tra $(2,2,0)$ ed il piano passante per i punti $(1,0,0),(0,1,0),(0,0,2)$ è:
[a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

Risposte esatte

Cod. 2120200

1. c

2. a

3. a

4. a

5. a

6. b

7. c

8. a

9. d

10. b

11. c

12. a

13. c

14. d

15. b

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

1. La conica di equazione $(x+y)^2 - x + y + y^2 = 0$ è:
a un'iperbole; b un'ellisse; c una parabola; d una coppia di rette incidenti.

2. Le coordinate di $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$ sono: a (1,-3,2,1); b (1,3,2,1); c $(i, -3, -2, 1)$; d $(i, 0, 2, 1)$.

3. Quale delle seguenti è una base di $\mathbb{C}_{\leq 3}[x]$? a $1 + ix + x^2, 1 + (1-i)x^2, 2i - x + x^2, x^3$;
b $x^2+1, x+i, x^3$; c $1, x, x^2$; d nessuna delle precedenti.

4. La dimensione di $\{f \in \hom(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^2) \mid f(0,0,1) = f(0,1,0) = 0\}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.

5. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 & 0 \\ i & i & 1+i & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -i & 0 & i \end{pmatrix}$. Qual è il rango di A ? a 1; b 2; c 3; d 4.

6. Il polinomio caratteristico di $f(x,y,z) = (x+y+z, x+y+z, x+y+z)$ è:
a $\lambda(3-\lambda)^2$; b $\lambda^2(\sqrt{3}-\lambda)$; c $\lambda^2(1-\lambda)$; d $\lambda^2(3-\lambda)$.

7. La matrice associata a $f(x,y) = (x+y, x+y)$ rispetto alla base $v_1 = (1,-1), v_2 = (1,-1)$ è:
a $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; d v_1, v_2 non è una base.

8. Sia $b \in \mathrm{bil}(\mathbb{R}^2)$ la forma simmetrica con forma quadratica $x^2 - y^2 + 2xy$. La matrice di b rispetto alla base $(1,0), (1,1)$ è: a $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

9. la segnatura (n_0, n_+, n_-) di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ è? a $(2,1,0)$; b $(1,1,1)$; c $(0,1,1)$; d $(0,2,0)$.

10. Una base dello spazio delle soluzioni del sistema $AX = 0$ con $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ è:
a $(1,0,0)$; b $(0,1,0)$; c $(0,0,1)$; d Nessuna delle altre.

11. L'inversa di $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ è: a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

12. Quale delle seguenti matrici è ortogonale?
a $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; d tutte le precedenti.

13. In $\mathbb{R}^3$ siano $v_1 = (1,-1,1), v_2 = (1,1,2), v_3 = (2,0,3)$ e $w_1 = (1,2,3), w_2 = (3,2,1), w_3 = (4,4,4)$. Una $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^3)$ tale che $f(v_i) = w_i$ per ogni i:
a non esiste; b esiste ed è unica; c esiste ma non è unica; d nessuna delle altre.

14. In $\mathbb{R}^2$ siano $P_1 = (1,0), P_2 = (0,0), P_3 = (0,1)$. a Esiste un'isometria che manda P_1 in P_2, P_2 in P_3 e P_3 in P_1; b Esiste un'affinità che manda P_1 in P_2, P_2 in P_3 e P_3 in P_1;
c Esiste $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^2)$ che manda P_1 in P_2, P_2 in P_3 e P_3 in P_1; d Nessuna delle precedenti.

15. In $\mathbb{R}^2$ col prod. scal. standard, la distanza tra $(1,2)$ ed la retta $r(t) = (t, t+1)$ è:
a $2/3$; b $\sqrt{2/3}$; c 0; d $\sqrt{1/3}$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Lo scritto è superato con 21. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2120211

1. b

2. a

3. a

4. b

5. d

6. d

7. d

8. d

9. a

10. a

11. b

12. d

13. c

14. b

15. c

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** __________

1. La conica di equazione $(x-y)^2-(x+y)^2-3x=0$ è:
$\boxed{a}$ una parabola; $\boxed{b}$ un'ellisse; $\boxed{c}$ una coppia di retta incidenti; $\boxed{d}$ un'iperbole.

2. Le coordinate di $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ sono: $\boxed{a}$ $(3,-1,1,0)$; $\boxed{b}$ $(3,-1,-1,0)$; $\boxed{c}$ $(3,1,-1,0)$; $\boxed{d}$ $(3,1-1,1)$.

3. Quale dei seguenti insiemi costituisce una base di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ come spazio vettoriale su $\mathbb{C}$?
$\boxed{a}$ $\{1+x, 1-x, x^2\}$; $\boxed{b}$ $\{i, 1, x, x^2\}$; $\boxed{c}$ $\{1, x, x^2-1, (1+x)^2\}$; $\boxed{d}$ $\{1+x^2, 1+x+x^2, x\}$.

4. In $\mathbb{R}^3$ la dimensione di $\text{span}\{(x,y,z)|x=y, z=1\}$ è: $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 3.

5. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 & 0 \\ i & i & 1+i & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -i & 0 & i \end{pmatrix}$. Qual è il rango di A ? $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

6. Sia $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$ tale che $f^2 = -Id$. Allora:
$\boxed{a}$ -1 è un autovalore di f; $\boxed{b}$ una tale f non esiste; $\boxed{c}$ $\ker f \neq \{0\}$; $\boxed{d}$ f è diagonalizzabile.

7. Siano $B = ((1,0),(1,1))$ e $B' = ((1,-1),(1,0))$ due basi di $\mathbb{R}^2$ e sia $f \in \text{End}(\mathbb{R}^2)$ definita da $f(x,y) = (x+y, x-y)$. La matrice associata a f nella base B in partenza e B' in arrivo è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

8. La matrice, in base canonica, della forma bilineare $b((x_1,x_2),(y_1,y_2)) = x_1y_1 - 2x_2y_2$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

9. Quale delle seguenti matrici non rappresenta un prodotto scalare?
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

10. In $\mathbb{C}^3$ quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x+iz=0 \\ ix+y+z=0 \\ y+2z=0 \end{cases}$ $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ ∞.

11. Sia $A \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$ e sia $p(x) = (x+1)^2$. Allora:
$\boxed{a}$ $P(A) = A$; $\boxed{b}$ $P(A) = 0$; $\boxed{c}$ $P(A) = 0 \Leftrightarrow A = A^{-1}$; $\boxed{d}$ $P(A) = 0 \Rightarrow A = -Id$.

12. Quali vettori sono ortogonali per il prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^3$?
$\boxed{a}$ e_1, e_1+e_2; $\boxed{b}$ e_1+e_2, e_1-e_2; $\boxed{c}$ $e_3, 2e_3$; $\boxed{d}$ nessuna delle altre.

13. In $\mathbb{R}^3$ standard, il piano contenente la retta $x+y = z+1 = z+x$ e ortogonale alla retta $(t, t+1, 2t+2)$ è: $\boxed{a}$ $y-z+2x-2=0$; $\boxed{b}$ $(0,1,2)+\{x+y+2z=0\}$;
$\boxed{c}$ $(1,0,0)+\{x+y+2z=0\}$; $\boxed{d}$ Tale piano non esiste.

14. Sia $f \in \hom(\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2)$ data da $f\left(\begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right) = (a+b, c-a)$. La matrice di f nelle basi $v_1 = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right), v_2 = \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix}\right), v_3 = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right), v_4 = \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right)$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ e $w_1 = (1,1), w_2 = (1,0)$ di $\mathbb{R}^2$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

15. In $\mathbb{R}^3$ la distanza di $(1,1,1)$ dal piano $y+z=0$ è: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ π; $\boxed{c}$ $\sqrt{2}$; $\boxed{d}$ $2\sqrt{2}$.

Risposte esatte

Cod. 2120212

1. c

2. c

3. a

4. c

5. d

6. b

7. d

8. a

9. b

10. d

11. c

12. b

13. d

14. b

15. c

Nome ________________ **Cognome** ____________________ **Matricola** __________

1. La conica di equazione $x^2 + y^2 + x + y = 1$ è:
$\boxed{a}$ un'ellisse; $\boxed{b}$ una parabola; $\boxed{c}$ un'iperbole; $\boxed{d}$ l'insieme vuoto.

2. Le coordinate di $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ sono: $\boxed{a}$ $(3,-1,1,0)$; $\boxed{b}$ $(3,-1,-1,0)$; $\boxed{c}$ $(3,1,-1,0)$; $\boxed{d}$ $(3,1-1,1)$.

3. Quale dei seguenti insiemi costituisce una base di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ come spazio vettoriale su $\mathbb{C}$?
$\boxed{a}$ $\{1, i, ix, x, ix^2, x^2\}$; $\boxed{b}$ $\{i, 1, x, x^2\}$; $\boxed{c}$ $\{x, 1+x^2, (1+x)^2\}$; $\boxed{d}$ $\{1+x, i-x, x^2\}$.

4. Quale di questi è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{Z}_2[x]$?
$\boxed{a}$ $\{p \mid p(0) = 1\}$; $\boxed{b}$ $\{p \mid p = -p\}$; $\boxed{c}$ $\{p \mid p(0) \neq 0\}$; $\boxed{d}$ $\{p \mid deg(p) > 1\}$.

5. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 & 0 \\ i & i & 1+i & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -i & 0 & i \end{pmatrix}$. Qual è il rango di A ? $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

6. Sia $f : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ definita da $f(x, y, z, t) = (y, -x, iz, it)$. La molteplicità geometrica di i è:
$\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

7. La matrice di $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}, z \mapsto iz$ rispetto alla base $\{1, i\}$ su $\mathbb{R}$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

8. La matrice della forma bilineare du $\mathbb{R}^2$ data da $b((x, y), (x', y')) = xy' + x'y + yy'$ rispetto alla base $\mathcal{B} = \{(1, 1), (0, -1)\}$ è: $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

9. Quale delle seguenti matrici rappresenta un prodotto scalare su $\mathbb{R}^3$?
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

10. Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^3$ il sistema $\begin{cases} x = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$? $\boxed{a}$ infinite; $\boxed{b}$ 0; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ 2.

11. Quali delle seguenti formule definisce un'applicazione lineare $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$? $f(x, y, z) =$
$\boxed{a}$ $(x + y)^2 - (x - y)^2 + z - 4xy$; $\boxed{b}$ $2x + 4xy$; $\boxed{c}$ $2x + 1$; $\boxed{d}$ $x^2 + y + x$.

12. Un'applicazione lineare iniettiva da $\mathbb{R}^3$ a $\mathbb{R}^3$:
$\boxed{a}$ ha il nucleo non banale ; $\boxed{b}$ è sempre invertibile; $\boxed{c}$ è unica ; $\boxed{d}$ non esiste.

13. Sia $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}_{\leq 2}[x])$ la derivata seconda. La matrice di f nelle base $x^2, 1 + x^2, x(x - 1)$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} -2 & -2 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

14. Due rette affini di $\mathbb{R}^3$ che si intersecano sono sicuramente:
$\boxed{a}$ Perpendicolari; $\boxed{b}$ complanari; $\boxed{c}$ coincidenti; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

15. In $\mathbb{R}^3$ l'equazione del piano ortogonale a $r(t) = (t, -t + 1, 2t)$ e passante per $(-1, 1, 3)$ è:
$\boxed{a}$ $x+y+2z-6 = 0$; $\boxed{b}$ $x-y+2z-3 = 0$; $\boxed{c}$ $x-y+2z-4 = 0$; $\boxed{d}$ $-x+y+2z-8 = 0$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Lo scritto è superato con 21. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2120213

1. a

2. c

3. d

4. b

5. d

6. c

7. a

8. b

9. d

10. d

11. a

12. b

13. d

14. b

15. c

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** ___________

1. La conica di equazione $x^2 + 2x + 1 = 0$ è:
$\boxed{a}$ un'ellisse; $\boxed{b}$ una parabola; $\boxed{c}$ due rette parellele; $\boxed{d}$ nessuno dei precedenti.

2. Le coordinate di $(2-i)^2 - x$ rispetto alla base $\{ix^2 - i, ix, 2i\}$ di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ sono:
$\boxed{a}$ $(1, -2, 1)$; $\boxed{b}$ $(-\frac{3}{2}i - 2, i, 0)$; $\boxed{c}$ $(2, -i)^2$; $\boxed{d}$ $(0, i, -\frac{3}{2}i - 2)$.

3. Quale dei seguenti insiemi costituisce una base di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ come spazio vettoriale su $\mathbb{C}$?
$\boxed{a}$ $\{x, 1+x^2, (1+x)^2\}$; $\boxed{b}$ $\{i, 1, x, x^2\}$; $\boxed{c}$ $\{1+x, i-x, x^2\}$; $\boxed{d}$ $\{1, i, ix, x, ix^2, x^2\}$.

4. La dimensione di $\{f \in \hom(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3) \mid f(e_2) \subseteq \operatorname{span}(1,2,3)\}$ è: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

5. Il rango di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ è: $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2 ; $\boxed{d}$ 3.

6. Per quali valori del parametro k la matrice $\begin{pmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k+1 & 0 \\ k & 1 & 1 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile?
$\boxed{a}$ $k \neq 0$; $\boxed{b}$ $k = 1$; $\boxed{c}$ $k \neq 0, 1$; $\boxed{d}$ $k = 0$.

7. La matrice associata a $f(x, y) = (x, x - y)$ rispetto alla base $(1, -1), (1, 0)$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

8. La matrice associata alla forma bilineare $b((x, y), (x', y')) = (x + y)(x' - y')$ in base canonica è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

9. La segnatura (n_0, n_+, n_-) della forma $b(p, q) = p(0)q(0) - \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} p(x)q(x)\,dx \in \operatorname{bil}(\mathbb{R}_{\leq 2}[x])$ è:
$\boxed{a}$ $(1, 0, 2)$; $\boxed{b}$ $(1, 1, 1)$ $\boxed{c}$ $(0, 2, 1)$; $\boxed{d}$ $(0, 1, 2)$.

10. Una base dello spazio delle soluzioni del sistema $AX = 0$ con $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ è:
$\boxed{a}$ $(1, 0, 0)$; $\boxed{b}$ $(0, 1, 0)$; $\boxed{c}$ $(0, 0, 1)$; $\boxed{d}$ Nessuna delle altre.

11. Quali dei seguenti punti di $\mathbb{R}^2$ sono affinemente independenti tra loro?
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$.

12. La dimensione del ker di $f(x, y, z) = (x, 0, x)$ è: $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 3.

13. In $\mathbb{R}^2$ siano $P_1 = (1, 0), P_2 = (0, 0), P_3 = (0, 1)$. $\boxed{a}$ Esiste un'isometria che manda P_1 in P_2, P_2 in P_3 e P_3 in P_1; $\boxed{b}$ Esiste un'affinità che manda P_1 in P_2, P_2 in P_3 e P_3 in P_1;
$\boxed{c}$ Esiste $f \in \operatorname{End}(\mathbb{R}^2)$ che manda P_1 in P_2, P_2 in P_3 e P_3 in P_1; $\boxed{d}$ Nessuna delle precedenti.

14. Sia $V = (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^2$. Quale delle seguenti affermazioni vale $\forall\ v \in V$?
$\boxed{a}$ $v^2 = 0$; $\boxed{b}$ $v \neq 0$; $\boxed{c}$ $v = -v$; $\boxed{d}$ nessuna delle altre.

15. In $\mathbb{R}^3$ la distanza tra l'asse z ed il punto $(1, 2, 3)$ è: $\boxed{a}$ $\sqrt{3}$; $\boxed{b}$ $\sqrt{5}$; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 1.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Lo scritto è superato con 21. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2120214

1. d

2. d

3. c

4. d

5. b

6. c

7. c

8. d

9. d

10. d

11. c

12. c

13. b

14. c

15. b

Nome ________________ **Cognome** __________________ **Matricola** __________

1. La conica definita dall'equazione $4x^2+4xy+y^2+y=1$ è:
a ellisse; b iperbole; c parabola; d coppia di rette.

2. In $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$, le coordinate di $1+x^3$ rispetto alla base $\{x^2+x, x-1, x^3, x^2\}$ sono:
a $(1,1,1,1)$; b $(1,0,2,1)$; c $(1,-1,1,-1)$; d $(2,1,-1,1)$.

3. Quale delle seguenti è una base di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$? a $1+ix+x^2, 1+(1-i)x^2, 2i-x+x^2$;
b $x^2+1, x+i$; c x, x^2; d $1+x-ix^2, x^2+i, x$.

4. Sia $X=\{x+y-4z+1=0\}\subseteq\mathbb{R}^3$; span$(X)$ ha dimensione a 0; b 1; c 2; d 3.

5. Il rango di $\begin{pmatrix}1&1&1&1&1\\2&2&2&2&2\\3&3&3&3&3\end{pmatrix}$ è: a 0; b 1; c 2 ; d 3.

6. Se $f\in\mathrm{End}(\mathbb{R}^3)$ non è diagonalizzabile, allora sicuramente: a f è invertibile;
b f non ha autovettori; c f ha al più due autovalori distinti; d nessuna delle precedenti.

7. In $\mathbb{R}^2$ con la base canonica, la matrice della riflessione rispetto alla retta $y=2x$ è:
a $\begin{pmatrix}1&-2\\2&1\end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix}-3&4\\4&3\end{pmatrix}$; c $5\begin{pmatrix}-3&4\\4&3\end{pmatrix}$; d $\frac{1}{5}\begin{pmatrix}-3&4\\4&3\end{pmatrix}$.

8. Sia $b\in bil(\mathbb{R}^3)$ la forma simmetrica con forma quadratica $q(x,y,z)=x^2-y^2+z^2+6xy+2xz$.
La matrice di b rispetto alla base canonica è:
a $\begin{pmatrix}1&2&1\\2&1&1\\1&1&0\end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix}1&6&2\\6&1&0\\2&0&-1\end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix}1&6&2\\6&1&0\\2&1&1\end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix}1&3&1\\3&-1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$.

9. La matrice associata al prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^2$ nella base $(1,2),(1,-1)$ è:
a $\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix}1&1\\2&-1\end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix}1&2\\-1&1\end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix}5&-1\\-1&2\end{pmatrix}$.

10. In $\mathbb{C}^3$ quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases}x+iz=0\\ix+y+z=0\\y+2z=-1\end{cases}$ a 0; b 1; c 2; d ∞.

11. Siano A,B due matrici 3x3 a coefficienti reali. Allora $\det(AB)=$?
a $(\det A)/(\det B)$; b $\det A+\det B$; c $\det(BA)$; d Nessuna delle precedenti.

12. Quale delle seguenti espressioni per $f(X)$ rapprensenta un'isometria di $\mathbb{R}^2$?
a $\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}X+\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}X$; c $\begin{pmatrix}1&1\\1&2\end{pmatrix}X$; d Nessuna delle precedenti.

13. Sia $A=\left(\begin{smallmatrix}0&b\\c&d\end{smallmatrix}\right)$ tale che b sia autovalore di A. Allora sicuramente: a 0 è autovalore di A;
b c è autovalore di A; c d è autovalore di A; d nessuna delle precedenti.

14. Sia $f\in\mathrm{End}(V)$ diagonalizzabile t.c. $f^3=0$. Allora:
a $f^2=0$; b $\ker f=0$; c $\ker f\subset\mathrm{Imm}\, f$; d $\dim\ker f=1$.

15. In $\mathbb{R}^3$ siano $p_1=(1,1,1)$ e $p_2=(-1,-1,-1)$. La retta per p_1 e p_2 è:
a $x-y=y-z=1$; b $x+y+z=0$; c span$(1,1,1)$; d span$(p_2-p_1)+(1,1,0)$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Lo scritto è superato con 21. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2120215

1. c

2. c

3. a

4. d

5. b

6. c

7. d

8. d

9. d

10. a

11. c

12. a

13. d

14. a

15. c

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** ⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵

1. La conica di equazione $x^2 + y^2 = 9$ è una:
$\boxed{\text{a}}$ ellisse ; $\boxed{\text{b}}$ coppia di rette incidenti; $\boxed{\text{c}}$ iperbole ; $\boxed{\text{d}}$ coppia di rette parallele.

2. Le coordinate di $ix^2 + (1-2i)x + 2i$ rispetto alla base $\{ix-1, x, x^2+1\}$ di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ sono:
$\boxed{\text{a}}$ $(-i, -2i, i)$; $\boxed{\text{b}}$ $(i, -2i, i)$; $\boxed{\text{c}}$ $(-i, 2i, i)$; $\boxed{\text{d}}$ $(i, -2i, -i)$.

3. Se $\{e_1, e_2, e_3\}$ è la base canonica di $\mathbb{R}^3$, quale dei seguenti insiemi di vettori è una base di $\mathbb{R}^3$?
$\boxed{\text{a}}$ $\{0, e_1, e_2, e_3\}$; $\boxed{\text{b}}$ $\{e_1+e_2, e_1+e_3, e_2+e_3\}$; $\boxed{\text{c}}$ $\{e_1, e_2\}$; $\boxed{\text{d}}$ Nessuna delle precedenti.

4. Sia W sottospazio di V. Qual è falsa? $\boxed{\text{a}}$ Ogni sottospazio di V interseca W; $\boxed{\text{b}}$ Ogni sottospazio di W è sottospazio di V; $\boxed{\text{c}}$ Ogni base di V contiene un vettore di W; $\boxed{\text{d}}$ Nessuna.

5. Il rango di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ è: $\boxed{\text{a}}$ 0; $\boxed{\text{b}}$ 1; $\boxed{\text{c}}$ 2 ; $\boxed{\text{d}}$ 3.

6. Gli autovalori di $f \in \operatorname{End}(\mathbb{C}_{\leq 2}[x])$ definito da $f(p) = p(0)x - p(i)x^2$ sono:
$\boxed{\text{a}}$ $0, i$; $\boxed{\text{b}}$ $0, 1, i$ $\boxed{\text{c}}$ $0, i, -i$; $\boxed{\text{d}}$ $0, 1$.

7. La matrice associata a $f(x, y) = (2x, x-y)$ rispetto alla base $(1, 1), (1, 0)$ è:
$\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ nessuna delle precedenti.

8. Se $b \in \operatorname{bil}(\mathbb{R}^2)$ è associata in base canoninca alla matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, la sua forma quadratica è:
$\boxed{\text{a}}$ $x^2 + 2xy + 3y^2$; $\boxed{\text{b}}$ $x^2 + y^2 + 2xy + yx$; $\boxed{\text{c}}$ $x^2 + 3xy + 3y^2$; $\boxed{\text{d}}$ $3xy + 3y^2$.

9. la segnatura (n_0, n_+, n_-) di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ è? $\boxed{\text{a}}$ $(2, 1, 0)$; $\boxed{\text{b}}$ $(1, 1, 1)$; $\boxed{\text{c}}$ $(0, 1, 1)$; $\boxed{\text{d}}$ $(0, 2, 0)$.

10. Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^3$ il sistema $\begin{cases} x = 1 \\ z + y = 1 \end{cases}$? $\boxed{\text{a}}$ infinite; $\boxed{\text{b}}$ 1; $\boxed{\text{c}}$ 2; $\boxed{\text{d}}$ 3.

11. Siano $A, M \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ tali che $M^T A M = A$. Allora: $\boxed{\text{a}}$ M è invertibile;
$\boxed{\text{b}}$ A è invertibile; $\boxed{\text{c}}$ Se A è invertibile anche M lo è; $\boxed{\text{d}}$ Se M è invertibile anche A lo è.

12. In $\mathbb{R}^3$ l'ortogonale di $(1, 1, -1)$ rispetto al prod. scal. con forma quadratica $x^2 - 2xy + 2y^2 + z^2$ è
$\boxed{\text{a}}$ $z = y$; $\boxed{\text{b}}$ $z + y = x$; $\boxed{\text{c}}$ $\operatorname{span}(0, 1, -1)$; $\boxed{\text{d}}$ $x + y - z = 0$.

13. Sia V l'insieme delle rotazioni di $\mathbb{R}^2$, W l'insieme delle matrici antisimmetriche in $M_{2\times 2}(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$ e U l'insieme dei polinomi in $\mathbb{R}[x]$ tali che $p' = x$. Quale tra essi è uno spazio vettoriale rispetto alle operazioni usuali? $\boxed{\text{a}}$ V; $\boxed{\text{b}}$ W; $\boxed{\text{c}}$ U; $\boxed{\text{d}}$ Lo sono tutti.

14. Sia $I = \{f \in \hom(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3) : f(1, 0) = (2, 0, 0)\}$. La dimensione di $\operatorname{span}(I)$ è
$\boxed{\text{a}}$ 4; $\boxed{\text{b}}$ 3; $\boxed{\text{c}}$ 6; $\boxed{\text{d}}$ 1.

15. Quali sono equazioni parametriche per $V = \{x - iy + z = 0\} \subseteq \mathbb{C}^3$? $\boxed{\text{a}}$ $x = s + it, y = s, z = t$;
$\boxed{\text{b}}$ $x = s, y = is, z = s + t$; $\boxed{\text{c}}$ $x = s - it, y = s, z = s + t$; $\boxed{\text{d}}$ $x = is - t, y = s, z = t$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Lo scritto è superato con 21. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2120216

1. a

2. a

3. b

4. c

5. b

6. d

7. c

8. d

9. a

10. c

11. c

12. a

13. b

14. a

15. d

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. La conica di equazione $(x-1)^2-(y+1)^2=2$ è una
$\boxed{a}$ ellisse ; $\boxed{b}$ parabola ; $\boxed{c}$ ipebole; $\boxed{d}$ retta.

2. Le coordinate di $ix^2+(1-2i)x+2i$ rispetto alla base $\{ix-1, x, x^2+1\}$ di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ sono:
$\boxed{a}$ $(-i,-2i,i)$; $\boxed{b}$ $(i,-2i,i)$; $\boxed{c}$ $(-i,2i,i)$; $\boxed{d}$ $(i,-2i,-i)$.

3. In $\mathbb{R}[x]$, quali dei seguenti insiemi è formato da vettori linearmente indipendenti?
$\boxed{a}$ $1, x, x^2, (x+1)^2$; $\boxed{b}$ $1+x, (1+x)^2, (1+x)^3$; $\boxed{c}$ $(1+x)^2, (1-x)^2, x$; $\boxed{d}$ $x, 1+x, 1, x^2$.

4. La dimensione di $\{f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^3) \mid f(e_1)=f(e_2), \mathrm{Imm}\, f \subseteq \mathrm{span}\{e_3, e_1+e_2\}\}$ è:
$\boxed{a}$ 3; $\boxed{b}$ 5; $\boxed{c}$ 6; $\boxed{d}$ 4.

5. Il rango di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ è: $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2 ; $\boxed{d}$ 3.

6. Quali dei seguenti non puó essere autovalore di una funzione F tale che $F^4 = Id$?
$\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ -1; $\boxed{d}$ i.

7. La matrice di $f(x,y)=(2x-y, x-y)$ nella base di $\mathbb{R}^2$ formata da $v_1=e_1+e_2, v_2=e_1$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

8. La matrice della forma bilineare $b: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, b((x,y),(x',y')) = xy'+x'y$ rispetto alla base $\mathcal{B} = \{(1,1),(0,-1)\}$ è: $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

9. Quale delle seguenti matrici non rappresenta un prodotto scalare?
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

10. Una base dello spazio delle soluzioni del sistema $AX=0$ con $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ è:
$\boxed{a}$ $(1,0,0)$; $\boxed{b}$ $(0,1,0)$; $\boxed{c}$ $(0,0,1)$; $\boxed{d}$ Nessuna delle altre.

11. Quale matrice è simile a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$? $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

12. Quali delle seguenti è una matrice ortogonale?
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

13. Sia $A \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ tale che $\det(A)=1$. Se λ è autovalore di A allora sicuramente:
$\boxed{a}$ $\lambda = \pm 1$; $\boxed{b}$ λ^{-1} è autovalore di A; $\boxed{c}$ $m_a(\lambda)=1$; $\boxed{d}$ $-\lambda$ è autovalore di A.

14. Se d è la distanza indotta da un prodotto scalre $\langle \cdot, \cdot \rangle$ su V allora: $\boxed{a}$ $d(\lambda v, \lambda w) = \lambda^2 d(v,w)$;
$\boxed{b}$ $d(\lambda v, w) = \lambda d(v,w)$; $\boxed{c}$ $d(\lambda v, \lambda w) = \lambda d(v,w)$; $\boxed{d}$ $d(\lambda v, \lambda w) = d(v,w)$.

15. L'equazione del piano affine passante per $(1,0,0), (1,1,1)$ e $(2,1,1)$ è:
$\boxed{a}$ $x+y=0$; $\boxed{b}$ $x-y-z=0$; $\boxed{c}$ $x=1$; $\boxed{d}$ $y-z=0$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Lo scritto è superato con 21. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2120217

1. c

2. a

3. b

4. d

5. b

6. a

7. c

8. d

9. b

10. d

11. c

12. d

13. b

14. c

15. d

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. La conica di equazione $x^2 + 2xy + y^2 = 0$ è:
$\boxed{a}$ retta doppia; $\boxed{b}$ rette incidenti; $\boxed{c}$ rette parallele; $\boxed{d}$ retta semplice.

2. In $\mathbb{R}^4$, le coordinate di $(1, 2, 3, 4)$ nella base $v_1 = (1, 2, 2, 1)$, $v_2 = (0, 1, 2, 1)$, $v_3 = (0, 0, 1, 2)$, $v_4 = (0, 0, 0, 1)$ sono: $\boxed{a}$ $(1, 2, 3, 4)$; $\boxed{b}$ $(1, -1, 1, -1)$; $\boxed{c}$ $(1, 1, 1, 1)$; $\boxed{d}$ $(1, 0, 1, 1)$.

3. Quale dei seguenti insiemi di vettori costituisce una base per $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$?
$\boxed{a}$ $1, -1, x$; $\boxed{b}$ $1, x$; $\boxed{c}$ $x - 1, x + 1, (x - 1)(x + 1)$; $\boxed{d}$ $1, x, x^2, x^3$.

4. In $\mathbb{R}^4$ sia V definito da $x + y + z + t = 1$ e $W = \mathrm{span}(e_2, e_3, e_4)$ (e_1, e_2, e_3, e_4 è la base canonica).
$\boxed{a}$ $\dim(V \cap W) = 0$; $\boxed{b}$ $\dim(V \cap W) = 1$; $\boxed{c}$ $\dim(V \cap W) = 2$; $\boxed{d}$ $\dim(V \cap W) = 3$.

5. Il rango di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ è: $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2 ; $\boxed{d}$ 3.

6. Quali delle seguenti matrici rappresenta un endomorfismo diagonalizzabile su $\mathbb{R}$?
$\boxed{a}$ Nessuno degli altri; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 9 & -6 \end{pmatrix}$.

7. La matrice associata a $f(x, y) = (x, x + y)$ rispetto alla base $(1, -1), (1, 0)$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

8. La matrice di $b(p, q) = p(0)q(0) + p(1)q(1) + p(-1)q(-1)$ nella base $x + 1, x - 1$ di $\mathbb{R}_{\leq 1}[x]$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

9. Quale delle seguenti matrici rappresenta un prodotto scalare su $\mathbb{R}^3$?
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

10. In $\mathbb{R}^3$ quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x + z = 0 \\ x + y + z = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$ $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ ∞.

11. Quale di queste applicazioni non è lineare?
$\boxed{a}$ $f(x, y) = x + 2y$; $\boxed{b}$ $A \mapsto A^T$; $\boxed{c}$ $f(x, y, z) = (2z - x, y - 3x, z - 4x)$; $\boxed{d}$ $A \mapsto \det(A)$.

12. Sia $f \in \hom(\mathbb{R}^5, \mathbb{R}^4)$ con $\ker(f) \subseteq \mathrm{span}\{(1, -1, 0, 0, 1), (2, 0, 1, 0, 0), (0, 2, 1, 0, -2)\}$. Allora:
$\boxed{a}$ $\dim(\mathrm{Imm}\, f) \leq 2$; $\boxed{b}$ $\dim(\mathrm{Imm}\, f) = 3$; $\boxed{c}$ $\dim(\mathrm{Imm}\, f) \geq 3$; $\boxed{d}$ $\dim(\mathrm{Imm}\, f) = 2$.

13. Sia $V < \mathbb{R}^4$ lo spazio generato da $v_1 = (0, 1, 0, -1), v_2 = (1, 0, 1, -1)$ e $b \in \mathrm{bil}(V)$ la forma bilineare data dalla restrizione del prodotto scalare standard. La matrice di b nella base (v_1, v_2) è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} \sqrt{2} & 1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$.

14. Siano V, W spazi vettoriali su $\mathbb{K}$ e sia $f \in \hom(V, W)$ tale che $\dim \ker(f) = 1$. Siano $v_1, v_2, v_3 \in V$ tali che $f(v_1) = f(v_2) = f(v_3)$. Allora sicuramente $\boxed{a}$ $v_1 + v_2 + v_3 \in \ker(f)$;
$\boxed{b}$ $v_1 - v_2 + v_3 \in \ker(f)$; $\boxed{c}$ v_1, v_2, v_3 sono lin. dip. tra loro; $\boxed{d}$ f non è suriettiva.

15. In $\mathbb{R}^3$ la distanza di $(4, 0, -1)$ dalla retta $r = \{4x - y + 1 = 0, z + 1 = 0\}$ è:
$\boxed{a}$ $3\sqrt{7}$; $\boxed{b}$ $7\sqrt{3}$; $\boxed{c}$ $\sqrt{17}$; $\boxed{d}$ $3\sqrt{7}/7$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Lo scritto è superato con 21. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2120218

1. a

2. d

3. c

4. c

5. b

6. b

7. b

8. c

9. d

10. b

11. d

12. c

13. c

14. c

15. c

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. La conica di equazione $4y^2 + x^2 + 2 - 4xy + 10y = 0$ è una:
$\boxed{a}$ Ellisse ; $\boxed{b}$ Parabola; $\boxed{c}$ Iperbole; $\boxed{d}$ Retta.

2. Le coordinate di $1 - x + x^2$ rispetto alla base $1, 1 + x, x^2$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ sono:
$\boxed{a}$ $(1, -1, 1)$; $\boxed{b}$ $(2, -1, 1)$; $\boxed{c}$ $(0, 1, 0)^2$; $\boxed{d}$ $(-1, 2, 1)$.

3. Quale dei seguenti insiemi costituisce una base per $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$?
$\boxed{a}$ $1 + x^2, (1 + x)^2, x^2$; $\boxed{b}$ $0, 1, x, x^2$; $\boxed{c}$ $x - 1, x + 1, 2$; $\boxed{d}$ $1, 1 - x, 1 - x^2, 1 - x - x^2$.

4. Sia $X = \{x + 2y = 0, y - 4z + 1 = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$; span$(X)$ ha dimensione: $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 3.

5. Il rango di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ è: $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2 ; $\boxed{d}$ 3.

6. Il polinomio caratteristico di $f(x, y, z) = (x, 2z, y - x)$ è
$\boxed{a}$ $(1 - x)x^2$; $\boxed{b}$ $x^2 - 1$; $\boxed{c}$ $(1 - x)(x^2 - 2)$; $\boxed{d}$ $(x + 1)^3$.

7. La matrice della rotazione in senso antiorario di $\pi/4$ rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^2$ è:
$\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sqrt{2} & -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$.

8. Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^3)$ la forma simmetrica con forma quadratica $x^2 + 2xy + y^2 + 2z^2$. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di b è: $\boxed{a}$ $(1, 2, 0)$; $\boxed{b}$ $(2, 1, 0)$; $\boxed{c}$ $(1, 0, 2)$; $\boxed{d}$ $(1, 1, 1)$.

9. La segnatura (n_0, n_+, n_-) della forma $b(p, q) = p(0)q(0) - \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} p(x)q(x)\,dx \in \text{bil}(\mathbb{R}_{\leq 2}[x])$ è:
$\boxed{a}$ $(1, 0, 2)$; $\boxed{b}$ $(1, 1, 1)$ $\boxed{c}$ $(0, 2, 1)$; $\boxed{d}$ $(0, 1, 2)$.

10. Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^4$ sistema $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ y + t = 0 \end{cases}$? $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 4; $\boxed{d}$ 6.

11. La funzione da $\mathbb{R}^3$ in sé definita da $f(x, y, z) = (z, y, -x)$ è:
$\boxed{a}$ una rotazione; $\boxed{b}$ una riflessione; $\boxed{c}$ una traslazione; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

12. Un'applicazione lineare da $\mathcal{M}_{7\times 5}(\mathbb{K}) \to \mathbb{K}_{\leq 42}[x]$ non può:
$\boxed{a}$ esistere; $\boxed{b}$ essere iniettiva; $\boxed{c}$ essere suriettiva; $\boxed{d}$ nessuna delle altre.

13. Sia V lo spazio delle forme bilineari su $\mathbb{R}^2$, con base $b_1((x_1, y_1)(x_2, y_2)) = x_1x_2, b_2((x_1, y_1)(x_2, y_2)) = x_1y_2, b_3((x_1, y_1)(x_2, y_2)) = y_1x_2, b_4((x_1, y_1)(x_2, y_2)) = y_1y_2$. Quali sono le coordinate della forma simmetrica associata alla forma quadratica $q(x, y) = x^2 + 2xy + 3y^2$?
$\boxed{a}$ $(1, 2, 3, 0)$; $\boxed{b}$ $(1, 1, 1, 3)$; $\boxed{c}$ $(1, 2, 2, 3)$; $\boxed{d}$ $(0, 0, 0, 0)$.

14. Sia V l'insieme delle rotazioni di $\mathbb{R}^2$, W l'insieme delle matrici antisimmetriche in $M_{2\times 2}(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$ e U l'insieme dei polinomi in $\mathbb{R}[x]$ tali che $p' = x$. Quale tra essi è uno spazio vettoriale rispetto alle operazioni usuali? $\boxed{a}$ V; $\boxed{b}$ W; $\boxed{c}$ U; $\boxed{d}$ Lo sono tutti.

15. In $\mathbb{R}^3$, la distanza tra $P = (1, -1, 1)$ ed il piano π di equazione $x - y - z = 1$ è:
$\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ -1; $\boxed{d}$ $\sqrt{2}$.

Risposte esatte

Cod. 2120219

1. b

2. b

3. a

4. c

5. b

6. c

7. a

8. a

9. d

10. c

11. a

12. c

13. b

14. b

15. a