Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. La conica definita da $x^2 + y^2 - 4xy = 0$ è:
[a] una coppia di rette; [b] un'iperbole; [c] una parbola; [d] un'ellisse.

2. Le coordinate di $(2-i)^2 - x$ rispetto alla base $\{ix^2 - i, ix, 2i\}$ di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ sono:
[a] $(1, -2, 1)$; [b] $(-\frac{3}{2}i - 2, i, 0)$; [c] $(2, -i)^2$; [d] $(0, i, -\frac{3}{2}i - 2)$.

3. Quale delle seguenti è una base di $\mathbb{C}^2$?
[a] $(1, 1), (i, i)$; [b] $(1, 0), (0, 1), (0, i)$; [c] $1, i$; [d] nessuna delle precedenti.

4. La dimensione di $\mathrm{Hom}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ è: [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

5. Il rango di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ è: [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

6. Sia $f \in \mathrm{End}(\mathbb{C}^3)$. Se f è diagonalizzabile, allora: [a] f è invertibile; [b] f^n è diagonalizzabile;
[c] tutti gli autovalori di f sono reali; [d] nessuna delle precedenti.

7. La matrice associata a $f(x, y) = (x, x - y)$ rispetto alla base $(1, 2), (1, 0)$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 \\ 3/2 & 1/2 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$; [d] nessuna delle precedenti.

8. La matrice della forma $b(x, y) = 2x_1y_1 - 3x_2y_1 + x_3y_2$ rispetto alla base $\{e_3, e_2, e_1\}$ di $\mathbb{R}^3$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

9. Qual è la matrice di un prodotto scalare? [a] $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

10. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Quante soluzioni ha in $\mathbb{R}^3$ il sistema $AX = b$?
[a] 0; [b] 1; [c] 2; [d] ∞.

11. Quante affinità di $\mathbb{R}^2$ esistono che mandano $e_1, 2e_2$ in $e_2, e_1 - e_2$?
[a] 0; [b] infinite; [c] 1; [d] nessuna delle precedenti

12. L'ortogonale di $(1, -1, 3)$ rispetto a $b(x, y) = 2x_2y_2 + x_2y_3 + x_3y_2$ è:
[a] $y - z = 0$; [b] $x + 2y + 2z = 0$; [c] $y + 6x = 0$; [d] $x - y = 3z$.

13. Sia $V = (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^2$. Quale delle seguenti affermazioni vale $\forall\ v \in V$?
[a] $v^2 = 0$; [b] $v \neq 0$; [c] $v = -v$; [d] nessuna delle altre.

14. In $\mathbb{R}^3$ siano $v_1 = (0, 1, 2), v_2 = (1, 0, 3), v_3 = (1, -1, 1)$ e $w_1 = (1, 1, 1), w_2 = (2, -1, 3), w_3 = (1, -2, 2)$. Una $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^3)$ tale che $f(v_i) = w_i$ per ogni i:
[a] non esiste; [b] esiste ed è unica; [c] esiste ma non è unica; [d] nessuna delle altre.

15. L'equazione del piano affine di $\mathbb{R}^3$ passante per $(1, 0, 1), (1, 1, 2)$ e $(2, 1, 2)$ è:
[a] $x + y - 1 = 0$ [b] $x - y - z = 0$; [c] $x = 1$; [d] $y - z + 1 = 0$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Lo scritto è superato con 21. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2220200

1. a

2. d

3. d

4. b

5. b

6. b

7. b

8. a

9. a

10. b

11. b

12. a

13. c

14. c

15. d

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. La conica di equazione $x + y^2 + 2y + 1 = 0$ è:
$\boxed{a}$ un'ellisse; $\boxed{b}$ un'iperbole; $\boxed{c}$ una parabola; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

2. In $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$, le coordinate di $1 + x^3$ rispetto alla base $\{x^2 + x, x - 1, x^3, x^2\}$ sono:
$\boxed{a}$ $(1, 1, 1, 1)$; $\boxed{b}$ $(1, 0, 2, 1)$; $\boxed{c}$ $(1, -1, 1, -1)$; $\boxed{d}$ $(2, 1, -1, 1)$.

3. Quale delle seguenti è una base di $\mathbb{C}^2$?
$\boxed{a}$ $(1, 1), (i, i)$; $\boxed{b}$ $(1, 0), (0, 1), (0, i)$; $\boxed{c}$ $(1, 0), (0, i)$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

4. In $\mathbb{R}^3$ siano $r : \{x = y = z + 1\}$ ed $s(t) = (t, t - 1, t)$. Lo span di r e s ha dimensione:
$\boxed{a}$ 3; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ lo span di due rette non è definito.

5. Il rango di $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 7 & 7 \end{pmatrix}$ è: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

6. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e sia $f \in \mathrm{End}(\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}))$ definito da $f(X) = X^T A$. Gli autovalori di f sono:
$\boxed{a}$ ± 1; $\boxed{b}$ $0, 2$; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ f non ha autovalori reali.

7. Sia $f : \mathbb{R}_{\leq 3}[x] \to \mathbb{R}_{\leq 1}[x]$ la derivata seconda. La sua matrice nelle basi canoniche è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

8. Nella base $v_1 = (0, 1), v_2 = (1, 0)$ di $\mathbb{R}^2$, la matrice della forma bilineare simmetrica con forma quadratica $x^2 - 2xy + 3y^2$ è: $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

9. Quali delle seguenti matrici rappresenta una forma bilineare definita positiva?
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 9 & -6 \end{pmatrix}$.

10. Un sistema lineare di 3 equazioni in 5 incognite: $\boxed{a}$ non ha soluzione ; $\boxed{b}$ ha sempre almeno una soluzione; $\boxed{c}$ ha soluzione solo in certi casi; $\boxed{d}$ ha sempre una soluzione unica.

11. Data $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, quale matrice non è invertibile? $\boxed{a}$ A^T; $\boxed{b}$ A^{-1}; $\boxed{c}$ nessuna; $\boxed{d}$ A^2.

12. In $\mathbb{R}^3$ col prodotto scalare standard, la proiezione di $(1, 2, 0)$ sull'ortogonale di $(1, 1, 1)$ è:
$\boxed{a}$ $(1, 0, 1)$; $\boxed{b}$ $(0, 1, -1)$; $\boxed{c}$ $(1, -2, 1)$; $\boxed{d}$ $(-1, 0, 1)$.

13. Sia V lo spazio delle matrici antisimmetriche 3×3 e sia W lo spazio generato dalle matrici associate ad una rotazione di asse $\mathrm{span}(e_1)$ (cioè l'asse X), rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$.
$\boxed{a}$ $\dim(V + W) = 8$; $\boxed{b}$ $\dim(V + W) = 7$; $\boxed{c}$ $\dim(V + W) = 6$; $\boxed{d}$ $\dim(V + W) = 5$.

14. Siano A, B, C tre matrici quadrate tali che $AB = C$. Allora:
$\boxed{a}$ $\mathrm{rango}(A) \leq \mathrm{rango}(C)$; $\boxed{b}$ $\mathrm{rango}(C) = \mathrm{rango}(A)\,\mathrm{rango}(B)$; $\boxed{c}$ $\mathrm{rango}(C) \leq \mathrm{rango}(A)$;
$\boxed{d}$ $\mathrm{rango}(C) = \mathrm{rango}(A) + \mathrm{rango}(B)$.

15. Se $\pi_1 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x = t, y + 2z = 1\}$ e $\pi_2 = \mathrm{span}\{(1, 0, 0, 1), (0, 1, -2, 0)\}$, allora:
$\boxed{a}$ $\pi_1 \cap \pi_2$ è un punto; $\boxed{b}$ $\pi_1 \cap \pi_2$ è una retta; $\boxed{c}$ $\mathrm{Giac}(\pi_1) = \mathrm{Giac}(\pi_2)$; $\boxed{d}$ $\pi_1 = \pi_2$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Lo scritto è superato con 21. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2220201

1. c

2. c

3. c

4. a

5. c

6. a

7. b

8. d

9. b

10. c

11. c

12. b

13. d

14. c

15. b

Nome ________________ **Cognome** ____________________ **Matricola** __________

1. La conica di equazione $(x+y)^2 - x + y + y^2 = 0$ è:
$\boxed{a}$ un'iperbole; $\boxed{b}$ un'ellisse; $\boxed{c}$ una parabola; $\boxed{d}$ una coppia di rette incidenti.

2. In $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$, le coordinate di $1 + x^3$ rispetto alla base $\{x^2 + x, x - 1, x^3, x^2\}$ sono:
$\boxed{a}$ $(1,1,1,1)$; $\boxed{b}$ $(1,0,2,1)$; $\boxed{c}$ $(1,-1,1,-1)$; $\boxed{d}$ $(2,1,-1,1)$.

3. Quali dei seguenti è un sistema di generatori di $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$? $\boxed{a}$ $1 + x + x^2 + x^3$;
$\boxed{b}$ $(1 + x + x^2 + x^3)^3$; $\boxed{c}$ $0, 1, x, x + x^2, (x+1)(x-1)$; $\boxed{d}$ nessuno dei precedenti.

4. Quale dei seguenti è un spazio vettoriale? $\boxed{a}$ $\{A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{C}) : A \text{ è diagonalizzabile}\}$; $\boxed{b}$ $\{p \in \mathbb{R}[x] : p(1) = 0\}$; $\boxed{c}$ $\{A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{C}) : A \text{ è invertibile}\}$; $\boxed{d}$ nessuno dei precedenti.

5. Il rango di $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 7 & 7 \end{pmatrix}$ è: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

6. Sia $f(x,y,z) = (x + 2y, y - z, x + y + z)$. Quali dei seguenti è autovettore di f?
$\boxed{a}$ $(2,-1,-1)$; $\boxed{b}$ $(1,1,1)$; $\boxed{c}$ $(1,2,3)$; $\boxed{d}$ $(0,1,0)$.

7. La matrice associata a $f(x,y) = (x+y, x-y)$ rispetto alla base $v_1 = (1,0), v_2 = (1,1)$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

8. Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^2)$ la forma simmetrica con forma quadratica $x^2 - y^2 + 2xy$. La matrice di b rispetto alla base $(1,0), (1,1)$ è: $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

9. Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^4)$ la forma simmetrica con forma quadratica $7x^2 + 14y^2 + 7z^2 + 14t^2 + 2xz + 4yt$. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di b è: $\boxed{a}$ $(0,4,0)$; $\boxed{b}$ $(0,2,2)$; $\boxed{c}$ $(4,0,0)$; $\boxed{d}$ $(0,3,1)$.

10. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & k \\ k & k^2 \end{pmatrix}$ e $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Per quali k il sistema $AX = b$ ha soluzione?
$\boxed{a}$ $k = \pm 1$; $\boxed{b}$ $k = 2$; $\boxed{c}$ $k = 0, k = 2$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

11. L'inversa di $A = \begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{pmatrix}$ è: $\boxed{a}$ A non è invertibile; $\boxed{b}$ $\frac{A + A^T}{2}$; $\boxed{c}$ A^2; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}A^T$.

12. Se $f \in \text{hom}(W, V)$ con V, W di dimensione finita e $\dim(V) > \dim(W)$, allora: $\boxed{a}$ f non è iniettiva; $\boxed{b}$ f non è suriettiva; $\boxed{c}$ $\ker(f) = \{0\}$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

13. Sia $f \in \text{hom}(\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2)$ data da $f\left(\begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right) = (a + b, c + d)$. La matrice di f nelle basi $v_1 = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right), v_2 = \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix}\right), v_3 = \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{smallmatrix}\right), v_4 = \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right)$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ e $w_1 = (1,1), w_2 = (1,0)$ di $\mathbb{R}^2$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $f \notin \text{hom}(\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}), \mathbb{R}^2)$.

14. Sia $f \in \text{End}(\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}))$ dato da $f(X) = X\left(\begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right)$. La molteplicità geometrica dell'autovalore 1 è:
$\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 3; $\boxed{c}$ 4; $\boxed{d}$ 2.

15. In $\mathbb{R}^3$ la distanza tra il piano $x - y + z = 1$ e $(1,0,1)$ è: $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ $\sqrt{3}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Risposte esatte

Cod. 2220202

1. b

2. c

3. d

4. b

5. c

6. a

7. c

8. d

9. a

10. b

11. a

12. b

13. a

14. d

15. d

Nome ________________ **Cognome** ____________________ **Matricola** ⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵

1. La conica di equazione $(x-y)^2-(x+y)^2-3x=0$ è:
a una parabola; b un'ellisse; c una coppia di retta incidenti; d un'iperbole.

2. Le coordinate di $ix^2+(1-2i)x+2i$ rispetto alla base $\{ix-1, x, x^2+1\}$ di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ sono:
a $(-i,-2i,i)$; b $(i,-2i,i)$; c $(-i,2i,i)$; d $(i,-2i,-i)$.

3. Quale di questi insiemi di vettori genera $\mathbb{C}_{\leq 3}[x]$? a $x, x^2, (x+1)^3, x^4$;
b $x^3, (x+1)^3, x^2-x+1, ix, (x-i)^2$; c $x^2, (x+1)^3, x^2-x, ix$; d $x, (x+i)^3, ix$.

4. Siano dati in $\mathbb{C}^3$ i sottospazi $V=\text{span}\{ie_1, e_1+ie_2\}$ e $W=\{(x,y,z)\in\mathbb{C}^3 \mid x-2y=0, 3x+iz=0\}$.
La dimensione di $V+W$ è: a 3; b 2; c 1; d 0.

5. Il rango di $M=\begin{pmatrix}1&2&0&0\\1&1&1&0\\1&3&7&7\end{pmatrix}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.

6. Quale tra queste matrici è diagonalizzabile?
a $\begin{pmatrix}1&3&0\\0&1&3\\0&0&1\end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix}0&1&8\\1&2&0\\8&0&3\end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&0\\0&0&21\end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\0&0&2\end{pmatrix}$.

7. La matrice di $f(x,y)=(2x+y, y-x)$ nella base di $\mathbb{R}^2$ formata da $v_1=e_2, v_2=e_1+e_2$ è:
a $\begin{pmatrix}0&-3\\1&3\end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix}1&3\\1&0\end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix}1&1\\-1&3\end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix}1&3\\0&-3\end{pmatrix}$.

8. La matrice, in base canonica, della forma bilineare $b((x_1,x_2),(y_1,y_2))=x_1y_1+x_1y_2-2x_2y_2$ è:
a $\begin{pmatrix}1&1\\0&2\end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix}1&1\\0&-2\end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix}1&-2\\0&1\end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix}-2&0\\1&1\end{pmatrix}$.

9. Per quali valori di t al matrice $\begin{pmatrix}t+1&2&t\\2&-t-5&1\\t&1&1\end{pmatrix}$ rappresenta un prodotto scalare?
a $-1<t<1$; b $t>1$; c $t<-1$; d per nessun valore di t.

10. Sia $A=\begin{pmatrix}1&0&1\\1&1&1\\0&0&0\end{pmatrix}$. Quante soluzioni ha in $\mathbb{Z}_2^3$ il sistema $AX=0$?
a 0; b 1; c 2; d ∞.

11. Detti $x=(x_1,x_2,x_3)$ e $y=(y_1,y_2,y_3)$, quale tra queste è una forma bilineare?
a $f(x,y)=x_1y_2-34x_1y_1$; b $f(x,y)=x_2y_2+1$; c $f(x,y)=2x_1y_2-2y_1y_2$; d $f(x,y)=x_1y_2-y_1^2$.

12. Quale delle seguenti espressioni per $f(X)$ rappresenta un'isometria di $\mathbb{R}^2$ che manda $(1,0)$ in $(1,1)$ e $(0,0)$ in $(0,1)$? a $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X$; b $\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}X+\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix}1&1\\1&2\end{pmatrix}X$; d Nessuna.

13. In $\mathbb{R}^3$ siano $v_1=(1,-1,1), v_2=(1,2,1), v_3=(3,0,3)$ e $w_1=(1,1,1), w_2=(1,2,1), w_3=(3,2,1)$. Una $f\in\text{End}(\mathbb{R}^3)$ tale che $f(v_i)=w_i$ per ogni i:
a non esiste; b esiste ed è unica; c esiste ma non è unica; d nessuna delle altre.

14. Sia $A=\left(\begin{smallmatrix}a&b\\c&d\end{smallmatrix}\right)$ tale che d sia autovalore di A. Allora sicuramente: a a è autovalore di A;
b b è autovalore di A; c c è autovalore di A; d nessuna delle precedenti.

15. Quali sono equazioni cartesiane per $V=\text{span}\{(1,2,0),(0,1,1)\}\subseteq\mathbb{R}^3$?
a $y-2x=0, z=0$; b $z-2x-3y=0$; c $y-2x=0$; d $2x-y+z=0$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Lo scritto è superato con 21. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2220203

1. c

2. a

3. b

4. a

5. c

6. b

7. a

8. b

9. d

10. c

11. a

12. b

13. a

14. a

15. d

Nome ________________ **Cognome** __________________ **Matricola** __________

1. La conica di equazione $x^2 + y^2 + x + y = 1$ è:
[a] un'ellisse; [b] una parabola; [c] un'iperbole; [d] l'insieme vuoto.

2. In $\mathbb{R}^4$, le coordinate di $(1, 2, 3, 4)$ nella base $v_1 = (1, 2, 2, 1)$, $v_2 = (0, 1, 2, 1)$, $v_3 = (0, 0, 1, 2)$, $v_4 = (0, 0, 0, 1)$ sono: [a] $(1, 2, 3, 4)$; [b] $(1, -1, 1, -1)$; [c] $(1, 1, 1, 1)$; [d] $(1, 0, 1, 1)$.

3. Quale di queste è una base di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$? [a] $1, x + 1, x^2 + x + 1$; [b] $(x + 1)^2, x, x^2 + x + 1$; [c] $1, x + 1, x^2 + x + 1, x - 1$; [d] $x^2 - x + 3, 2x - 1, 2x^2 + 5$.

4. In $\mathbb{R}^4$ siano $V = \begin{cases} y - t = 0 \\ x = 2z \end{cases}$ e $W = \text{span}((2, 2, 1, 2), (1, 1, 1, 1), (0, 0, 1, 0))$. Si ha:
[a] $\dim(V + W) = 2$; [b] $\dim(V + W) = 3$; [c] $W \subset V$; [d] $\dim(V + W) = 4$.

5. Il rango di $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 7 & 7 \end{pmatrix}$ è: [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

6. Quali delle seguenti matrici rappresenta un endomorfismo diagonalizzabile su $\mathbb{R}$?
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 9 & -6 \end{pmatrix}$.

7. La matrice del coniugio di $\mathbb{C}$ rispetto alla base $\{1, i\}$ su $\mathbb{R}$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

8. La matrice della forma bilineare du $\mathbb{R}^2$ data da $b((x, y), (x', y')) = xy' + x'y + yy'$ rispetto alla base $\mathcal{B} = \{(1, 1), (0, -1)\}$ è: [a] $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

9. La segnatura della forma bilineare di $\mathbb{R}^3$ definita da $b((x, y, z), (x', y', z')) = xz' + yy' + zx'$ è:
[a] $(1, 1, 1)$; [b] $(0, 1, 1)$; [c] $(1, 1, -1)$; [d] $(0, 2, 1)$.

10. Un sistema lineare di 3 equazioni in 5 incognite: [a] non ha soluzione ; [b] ha sempre almeno una soluzione; [c] ha soluzione solo in certi casi; [d] ha sempre una soluzione unica.

11. Quale delle seguenti funzioni è lineare?
[a] $f(x, y, z) = (x, x)$; [b] $f(x, y, z) = (x + 1, y, z)$; [c] $f(x, y, z) = xy$; [d] $f(x, y, z) = 1$.

12. Quale delle seguenti matrici è ortogonale?
[a] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; [d] tutte le precedenti.

13. Due rette affini di $\mathbb{R}^3$ che non si intersecano sono sicuramente:
[a] diverse; [b] sghembe; [c] parallele; [d] complanari.

14. Sia $f \in \text{End}(V)$ diagonalizzabile t.c. $f^3 = 0$. Allora:
[a] $f^2 = 0$; [b] $\ker f = 0$; [c] $\ker f \subset \text{Imm} f$; [d] $\dim \ker f = 1$.

15. Il piano affine di $\mathbb{R}^3$ ortogonale a $(1, 2, 3)$ e passante $(1, 2, 3)$ è: [a] $(x-1)+2(y-2)+3(z-3) = 0$; [b] $(x - 1) + (y - 2) + (z - 3) = 0$; [c] $x + 2y + 3z = 6$; [d] un tale piano non esiste.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Lo scritto è superato con 21. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2220204

1. a

2. d

3. a

4. b

5. c

6. a

7. c

8. b

9. d

10. c

11. a

12. b

13. a

14. a

15. a

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** __________

1. La conica di equazione $x^2 + 2x + 1 = 0$ è:
[a] un'ellisse; [b] una parabola; [c] due rette parellele; [d] nessuno dei precedenti.

2. Le coordinate di $1 - x + x^2$ rispetto alla base $1, 1 + x, x^2$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ sono:
[a] $(1, -1, 1)$; [b] $(2, -1, 1)$; [c] $(0, 1, 0)^2$; [d] $(-1, 2, 1)$.

3. Quale di questi insiemi genera $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$? [a] $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$;
[c] $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, 2\begin{pmatrix} 0 & i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. La dimensione di $\{f \in \hom(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^2) \mid f(0,0,1) = f(0,1,0) = 0\}$ è: [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

5. Il rango di $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 7 & 7 \end{pmatrix}$ è: [a] 1; [b] 2; [c] 3; [d] 4.

6. Sia $f(x, y, z) = (x + 2y, y - z, x + y + z)$. Quali dei seguenti è autovettore di f?
[a] $(1, -1, -1)$; [b] $(1, 1, 1)$; [c] $(1, 2, 3)$; [d] nessuno dei precedenti.

7. Sia $f : \mathbb{R}_{\leq 3}[x] \to \mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ data da $f(p) = xp'(x)$. La sua matrice rispetto alla base canonica è:
[a] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; [d] nessuna delle precedenti.

8. In $\mathbb{R}^2$ la matrice della forma bilineare $b(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}) = (x_1 + x_2)y_2$ nella base $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ è:
[a] $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

9. Qual è la matrice di un prodotto scalare? [a] $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; [b] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; [c] $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; [d] $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

10. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ k & k^2 \end{pmatrix}$ e $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Per quali k il sistema $AX = b$ ha soluzione?
[a] $k \neq \pm 1$; [b] $k \neq 0$; [c] $k \neq 0, 1$; [d] Il sistema ha sempre soluzione.

11. Siano A, B due matrici 3x3 a coefficienti reali. Allora $\det(AB) =$?
[a] $(\det A)(\det B)$; [b] $\det A + \det B$; [c] $(\det A)/(\det B)$; [d] 9.

12. Quale base è ortogonale per il prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^2$?
[a] $e_1, e_1 + e_2$; [b] $e_1 + 2e_2, e_1 - e_2$; [c] $e_1 - e_2, e_1 + e_2$; [d] nessuna delle altre.

13. Se $d(v, w)$ è la distanza indotta da un prodotto scalre $\langle \cdot, \cdot \rangle$ su V allora:
[a] $d(v, -v) = 0$; [b] $d(v, -v) = ||v||^2$; [c] $d(v, -v) = ||v||$; [d] $d(v, -v) = 2||v||$.

14. Sia $A = \left(\begin{smallmatrix} 0 & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right)$ tale che b sia autovalore di A. Allora sicuramente: [a] 0 è autovalore di A;
[b] c è autovalore di A; [c] d è autovalore di A; [d] nessuna delle precedenti.

15. In $\mathbb{R}^3$ la distanza di $(4, 0, -1)$ dalla retta $r(t) = (t, 4t + 1, -2t - 1)$ è:
[a] $\sqrt{21}/3$; [b] $\sqrt{17}$; [c] $7\sqrt{3}$; [d] $3\sqrt{7}/7$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Lo scritto è superato con 21. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2220205

1. d

2. b

3. c

4. b

5. c

6. d

7. a

8. a

9. a

10. b

11. a

12. c

13. d

14. d

15. b

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** ⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵

1. La conica definita dall'equazione $4x^2 + 4xy + y^2 + y = 1$ è:
$\boxed{a}$ ellisse; $\boxed{b}$ iperbole; $\boxed{c}$ parabola; $\boxed{d}$ coppia di rette.

2. Le coordinate di $1 - x + x^2$ rispetto alla base $1, 1 + x, x^2$ di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ sono:
$\boxed{a}$ $(1, -1, 1)$; $\boxed{b}$ $(2, -1, 1)$; $\boxed{c}$ $(0, 1, 0)^2$; $\boxed{d}$ $(-1, 2, 1)$.

3. Quale di questi elementi completa $\{x^2 - 2x - 1, 2x\}$ ad una base di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$?
$\boxed{a}$ $(x + 1)(x - 1)$; $\boxed{b}$ $(x + 1)^2$; $\boxed{c}$ $(x + 1)^2 - (x + 1)(x - 1) - 2$; $\boxed{d}$ nessuno.

4. In $\mathbb{R}^3$ la dimensione di $\text{span}\{(x, y, z)|x = y, z = 1\}$ è: $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 3.

5. Il rango di $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 7 & 7 \end{pmatrix}$ è: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

6. Gli autovalori di $f(x, y, z) = (x + 2z, y + z, -z)$ sono: $\boxed{a}$ $1, 2, 3$; $\boxed{b}$ ± 1; $\boxed{c}$ $\pm 1, 3$; $\boxed{d}$ $\pm\sqrt{3}$.

7. Sia $f \in \text{End}(\mathbb{C}_{\leq 2}[x])$, $f(p) = p(i)x + (1 + i)p(0)x^2$. La matrice di f nella base $i, x, -x^2$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ i & i & 1 \\ 1-i & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ i & i & 1 \\ i-1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ i & i & -1 \\ i-1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ i & i & -i \\ 1-i & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

8. La matrice della forma bilineare di $\mathbb{R}^2$ data da $b((x, y), (x', y')) = xy' + x'y + xx'$, rispetto alla base $\mathcal{B} = \{(-1, 0), (0, -1)\}$ è: $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

9. Quali delle seguenti matrici rappresenta una forma bilineare definita positiva?
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 9 & -6 \end{pmatrix}$.

10. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Quante soluzioni ha in $\mathbb{Z}_2^3$ il sistema $AX = 0$?
$\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ ∞.

11. Calcolare l'inversa di $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -3 & -2 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 1 & -\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

12. Quale di queste basi di $\mathbb{R}^3$ è ortogonale per il prod. scal. standard? $\boxed{a}$ $(1, 1, 1), (1, 1, 0), (0, 0, 1)$;
$\boxed{b}$ $(1, 1, 1), (1, -1, 0), (0, -1, 1)$; $\boxed{c}$ $(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)$; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

13. Se λ è autovalore di $f \in \text{End}(V)$ allora: $\boxed{a}$ $f - \lambda I = 0$; $\boxed{b}$ $f(v) = \lambda v$;
$\boxed{c}$ f ha una base di autovettori; $\boxed{d}$ f ha almeno un autovettore.

14. Due rette affini di $\mathbb{R}^3$ che non si intersecano sono sicuramente:
$\boxed{a}$ diverse; $\boxed{b}$ sghembe; $\boxed{c}$ parallele; $\boxed{d}$ complanari.

15. Quali sono equazioni parametriche per $V = \{x - 2y + z = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$? $\boxed{a}$ $x = 2s - t, y = s, z = t$;
$\boxed{b}$ $x = 2s, y = 2s, z = 3t$; $\boxed{c}$ $x = s - t, y = s, z = t$; $\boxed{d}$ $x = y = z = s$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Lo scritto è superato con 21. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2220206

1. c

2. b

3. b

4. c

5. c

6. b

7. a

8. c

9. b

10. b

11. b

12. d

13. d

14. a

15. a

Nome ________________ **Cognome** ________________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

1. La conica di equazione $x^2 + y^2 = 9$ è una:
$\boxed{a}$ ellisse ; $\boxed{b}$ coppia di rette incidenti; $\boxed{c}$ iperbole ; $\boxed{d}$ coppia di rette parallele.

2. Le coordinate di $(1, -1, 2)$ rispetto alla base $\{(1, 0, 1), (0, -1, 2), (1, 1, 1)\}$ di $\mathbb{R}^3$ sono:
$\boxed{a}$ (0,0,0); $\boxed{b}$ $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{-1}{2})$; $\boxed{c}$ (3,1,-1); $\boxed{d}$ (1,-1,2).

3. Quale insieme genera $\mathcal{M}_{2\times2}(\mathbb{Z}_2)$? $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$;
$\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. Quale di questi è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{Z}_2[x]$?
$\boxed{a}$ $\{p \mid p(0) = 1\}$; $\boxed{b}$ $\{p \mid p = -p\}$; $\boxed{c}$ $\{p \mid p(0) \neq 0\}$; $\boxed{d}$ $\{p \mid deg(p) > 1\}$.

5. Il rango di $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 7 & 7 \end{pmatrix}$ è: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

6. Il polinomio caratteristico di $f(x, y, z) = (x + y + z, x - y - 2z, z)$ è
$\boxed{a}$ $(x + 1)(x - 1)(1 - x)$; $\boxed{b}$ $x^2 - 1$; $\boxed{c}$ $(1 - x)(x^2 - 2)$; $\boxed{d}$ $(x + 1)^3$.

7. In $\mathbb{R}^2$ con la base canonica, la matrice della rotazione di angolo $\pi/3$ in senso antiorario è:
$\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ -1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$.

8. La matrice della forma bilineare $b((x, y), (x', y')) = xx' - 2yx' + y'x$, nella base canonica di $\mathbb{R}^2$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

9. Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^4)$ la forma simmetrica con forma quadratica $7x^2 + 14y^2 + 7z^2 + 14t^2 + 2xz + 4yt$. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di b è: $\boxed{a}$ $(0, 4, 0)$; $\boxed{b}$ $(0, 2, 2)$; $\boxed{c}$ $(4, 0, 0)$; $\boxed{d}$ $(0, 3, 1)$.

10. Un sistema omogeneo di 5 equazioni in 3 incognite: $\boxed{a}$ non ha soluzione ; $\boxed{b}$ ha sempre almeno una soluzione; $\boxed{c}$ ha soluzione solo in certi casi; $\boxed{d}$ ha sempre una soluzione unica.

11. Quale delle seguenti matrici è simile a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$?
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

12. Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita e sia $f \in \text{End}(V)$. $\boxed{a}$ se $\ker f = 0$ allora f è suriettiva; $\boxed{b}$ $V = \ker f \oplus \text{Imm} f$; $\boxed{c}$ $\ker f = \text{Imm} f$; $\boxed{d}$ Nessuna delle precedenti.

13. Sia $A \in \mathcal{M}_{2\times2}(\mathbb{R}) \subset \mathcal{M}_{2\times2}(\mathbb{C})$. Se $\lambda \in \mathbb{C}$ è autovalore non reale di A allora quale è falsa?
$\boxed{a}$ $\bar{\lambda}$ è autovalore di A; $\boxed{b}$ $m_a(\lambda) = 1$; $\boxed{c}$ A è diagonalizzabile su $\mathbb{C}$ $\boxed{d}$ Sono tutte false.

14. Sia $f \in \text{End}(V)$ diagonalizzabile t.c. $f^3 = 0$. Allora:
$\boxed{a}$ $f^2 = 0$; $\boxed{b}$ $\ker f = 0$; $\boxed{c}$ $\ker f \subset \text{Imm} f$; $\boxed{d}$ $\dim \ker f = 1$.

15. In $\mathbb{R}^3$ la distanza tra il piano $\pi : x - y + z = 1$ e $P = (2, 0, 0)$ è: $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ $\sqrt{3}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Lo scritto è superato con 21. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2220207

1. a

2. b

3. c

4. b

5. c

6. c

7. d

8. a

9. a

10. b

11. d

12. a

13. d

14. a

15. d

Nome ________________ **Cognome** ____________________ **Matricola** _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

1. La conica di equazione $(x-1)^2 - (y+1)^2 = 2$ è una
$\boxed{a}$ ellisse ; $\boxed{b}$ parabola ; $\boxed{c}$ ipebole; $\boxed{d}$ retta.

2. Le coordinate di $(x+1)^2$ rispetto alla base $\{1, x+1, x^2+1\}$ di $\mathbb{Z}_{2\leq 2}[x]$ sono:
$\boxed{a}$ (1,0,1); $\boxed{b}$ (1,1,0); $\boxed{c}$ (0,0,0); $\boxed{d}$ (0,0,1).

3. Dato $\{i, x+i, (x+i)^2, (ix-1)^2\}$, rimuovendo quale elemento si ottiene una base di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$?
$\boxed{a}$ i; $\boxed{b}$ $x+i$; $\boxed{c}$ $(x+i)^2$; $\boxed{d}$ nessuno dei precedenti.

4. La dimensione di $\{f \in \hom(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3) \mid f(e_2) \subseteq \mathrm{span}(1,2,3)\}$ è: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

5. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Qual è il rango di $A^T A$? $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 3; $\boxed{d}$ 4.

6. Sia $A \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^3)$ diagonalizzabile. Allora: $\boxed{a}$ A ha tutti gli autovalori distinti;
$\boxed{b}$ Esistono rette invarianti per A; $\boxed{c}$ A è invertibile; $\boxed{d}$ nessuna delle precedenti.

7. La matrice di $f(x,y) = (2x+y, y-x)$ nella base di $\mathbb{R}^2$ formata da $v_1 = e_2, v_2 = e_1 + e_2$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$.

8. La matrice associata alla forma bilineare $b((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1(y_2 - x_2) + x_2 y_1$ in base canonica è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ b non è una forma bilineare.

9. La matrice associata al prodotto scalare standard rispetto alla base $(1,-1), (1,0)$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

10. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ k & k^2 \end{pmatrix}$ e $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Per quali k il sistema $AX = b$ ha soluzione?
$\boxed{a}$ $k \neq \pm 1$; $\boxed{b}$ $k \neq 0$; $\boxed{c}$ $k \neq 0, 1$; $\boxed{d}$ Il sistema ha sempre soluzione.

11. Quale delle seguenti funzioni è lineare? $\boxed{a}$ $f(x,y) = x+y$; $\boxed{b}$ $f(x,y) = (x+y, y-1)$;
$\boxed{c}$ $f(x,y) = x/y$; $\boxed{d}$ Nessuna delle altre.

12. Quale delle seguenti espressioni per $f(X)$ rappresenta un'isometria di $\mathbb{R}^2$ che manda $(1,0)$ in $(1,1)$ e $(0,0)$ in $(0,1)$? $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X$; $\boxed{d}$ Nessuna.

13. Siano A, B due matrici tali che $AB = I$. Allora
$\boxed{a}$ $BA = I$; $\boxed{b}$ Le righe di A sono lin. indip.; $\boxed{c}$ $\det(A) = \det(B)^{-1}$; $\boxed{d}$ $\ker A = 0$.

14. Sia $f \in \mathrm{End}(\mathbb{R}_{\leq 2}[x])$ la derivata. La matrice di f nelle base $x^2+1, -1, x$ è:
$\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

15. La retta affine di $\mathbb{R}^3$ passante per $(1,1,2)$ e $(2,0,1)$ è data da: $\boxed{a}$ $r(t) = (t, -t+2, -t+1)$;
$\boxed{b}$ $x+y-2=0,\ x+z-3=0$; $\boxed{c}$ $r(t) = (t, -t+2, t+3)$; $\boxed{d}$ $x-y+2=0,\ z=-x+3$.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Lo scritto è superato con 21. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2220208

1. c

2. d

3. c

4. d

5. b

6. b

7. a

8. b

9. c

10. b

11. a

12. b

13. b

14. c

15. b

Nome ________________ **Cognome** ____________________ **Matricola** ⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵⎵

1. La conica di equazione $x^2 + 2xy + y^2 = 0$ è:
$\boxed{\text{a}}$ retta doppia; $\boxed{\text{b}}$ rette incidenti; $\boxed{\text{c}}$ rette parallele; $\boxed{\text{d}}$ retta semplice.

2. Le coordinate di $\begin{pmatrix} \pi^2 & 0 \\ \pi & 0 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\begin{pmatrix} \pi & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \pi \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ sono: $\boxed{\text{a}}$ $(\pi, 0, \pi, 0)$; $\boxed{\text{b}}$ $(0, \pi, 0, \pi)$; $\boxed{\text{c}}$ $(\pi^2, 0, \pi, 0)$; $\boxed{\text{d}}$ nessuna delle altre.

3. Quale di questi è un insieme di vettori linearmente indipendenti in $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{Z}_2)$? $\boxed{\text{a}}$ nessuna;
$\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

4. Sia $X = \{x + y - 4z + 1 = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$; span$(X)$ ha dimensione $\boxed{\text{a}}$ 0; $\boxed{\text{b}}$ 1; $\boxed{\text{c}}$ 2; $\boxed{\text{d}}$ 3.

5. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Qual è il rango di $A^T A$? $\boxed{\text{a}}$ 1; $\boxed{\text{b}}$ 2; $\boxed{\text{c}}$ 3; $\boxed{\text{d}}$ 4.

6. Gli autovalori reali di $f(x, y, z) = (x, x - z, y)$ sono: $\boxed{\text{a}}$ $1, 0, -1$; $\boxed{\text{b}}$ $2, 1, 0$; $\boxed{\text{c}}$ 1; $\boxed{\text{d}}$ $1, 0$.

7. La matrice associata a $f(x, y) = (x, x - y)$ rispetto alla base $(1, 1), (0, 1)$ è:
$\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ nessuna delle precedenti.

8. La matrice della forma $b(x, y) = 2x_1y_1 - 3x_1y_2$ rispetto alla base $\{(2, -1), (3, 2)\}$ di $\mathbb{R}^2$ è:
$\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 21 & 0 \\ 0 & -18 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 18 & 0 \\ 36 & -9 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ $\begin{pmatrix} 14 & 0 \\ 21 & 0 \end{pmatrix}$.

9. La segnatura della forma bilineare di $\mathbb{R}^3$ definita da $b((x, y, z), (x', y', z')) = xz' + yy' + zx'$ è:
$\boxed{\text{a}}$ $(1, 1, 1)$; $\boxed{\text{b}}$ $(0, 1, 1)$; $\boxed{\text{c}}$ $(1, 1, -1)$; $\boxed{\text{d}}$ $(0, 2, 1)$.

10. Una base dello spazio delle soluzioni del sistema $AX = 0$ con $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ è:
$\boxed{\text{a}}$ $(1, 0, 0)$; $\boxed{\text{b}}$ $(0, 1, 0)$; $\boxed{\text{c}}$ $(0, 0, 1)$; $\boxed{\text{d}}$ Nessuna delle altre.

11. Quale tra queste è una forma bilineare su $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$?
$\boxed{\text{a}}$ $b(p, q) = p(0)$; $\boxed{\text{b}}$ $b(p, q) = p(0)q(1)$; $\boxed{\text{c}}$ $b(p, q) = p(0)q(0)^2$; $\boxed{\text{d}}$ $b(p, q) = p(0) + q(0)$.

12. Quale delle seguenti matrici è ortogonale?
$\boxed{\text{a}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{b}}$ $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{c}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\boxed{\text{d}}$ tutte le precedenti.

13. Sia $I = \{f \in \hom(\mathbb{R}_{\leq 2}[x], \mathbb{R}^2) : f(x) = e_1 = f(x^2)\}$. La dimensione di span$(I)$ è
$\boxed{\text{a}}$ 4; $\boxed{\text{b}}$ 3; $\boxed{\text{c}}$ 6; $\boxed{\text{d}}$ 1.

14. Sia $A = \left(\begin{smallmatrix} 0 & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right)$. Allora sicuramente: $\boxed{\text{a}}$ Se $b = 0$ allora d è autovalore di A; $\boxed{\text{b}}$ se $b \neq 0$ allora d non è autovalore di A; $\boxed{\text{c}}$ Se $b \neq 0$ allora c è autovalore di A; $\boxed{\text{d}}$ b è autovalore di A.

15. La distanza in $\mathbb{R}^3$ tra il punto $P = (1, -2, 1)$ ed il piano $\pi : x + 2y + z + 2 = 0$ è:
$\boxed{\text{a}}$ $\sqrt{6}$; $\boxed{\text{b}}$ $1/\sqrt{6}$; $\boxed{\text{c}}$ $2/\sqrt{6}$; $\boxed{\text{d}}$ Nessuna delle precedenti.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch, etc... devono essere spenti. Sul tavolo si possono tenere solo i fogli forniti, una penna, libretto e/o documenti. Non si può usare la calcolatrice. Ricordarsi di annotare le risposte date sull'apposito foglio. Risposta esatta 2 punti, errata -1, non data 0. Lo scritto è superato con 21. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

Cod. 2220209

1. a

2. a

3. a

4. d

5. b

6. c

7. b

8. d

9. d

10. c

11. b

12. b

13. b

14. a

15. d