

**Test scritto di Geometria Proiettiva
203/2015**

Es.1: Considerare, nel piano proiettivo complesso, le due cubiche:

$$C_1: x_0^2 x_2 - 2x_0 x_1 x_2 - x_2^2 x_0 + x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 0 \quad ;$$
$$C_2: x_0^2 x_1 - x_0 x_2^2 - x_0 x_1^2 + x_1 x_2^2 = 0 \quad .$$

Per ognuna delle due curve, trovare eventuali punti singolari e dire quale sia la loro molteplicità e se si tratti di singolarità ordinarie o meno. Dire poi se le due curve siano irriducibili o no.

Es.2: Si consideri la proiettività g del piano proiettivo reale data (nel riferimento standard) dalla matrice:

$$A: \begin{pmatrix} k & 0 & 1 \\ k-1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} .$$

- a) Determinare (se possibile) k in modo che tra i punti uniti di g ci sia $(1,1,0)$, oppure $(0,1,1)$ (un punto unito è un punto P per cui $g(P)=P$).
- b) Se si considera g sul piano proiettivo complesso, quali sono i suoi punti uniti?

Es.3: Esistono proiettività del piano proiettivo reale che hanno una retta tutta di punti fissi? E proiettività che abbiano una retta di punti fissi e anche un punto fisso fuori da tale retta? (Giustificare la risposta con esempi o dimostrazioni).