Corso di Laurea in Matematica A.A 2011/12

Corso di Geometria I

Foglio 2

1. Sia $v = (1, -1, 2) \in \mathbb{R}^3$. Determinare:
   a) tutti i vettori $w \in \mathbb{R}^3$ t.c. $v \cdot w = 0$;
   b) tutti i vettori $w \in \mathbb{R}^3$ t.c. $v \wedge w = 0$.

2. Sia $v = (1, 0, 1) \in \mathbb{R}^3$. Si domanda se esistono vettori $w \in \mathbb{R}^3$ per i quali valgono contemporaneamente: $v \cdot w = 0 = v \wedge w$.

3. Siano $v_1 = (1, 2, 3)$, $v_2 = (0, 1, 0)$. Determinare:
   a) tutti i vettori $w \in \mathbb{R}^3$ tali che $w \cdot v_1 = w \cdot v_2 = 0$
   b) tutti i vettori $w \in \mathbb{R}^3$ tali che $w \wedge v_1 = w \wedge v_2$.

4. Si disegni il parallelepipedo individuato dai vettori $u = \frac{1}{3}(2, 1, -2)$ $v = \frac{1}{2}(-2, -2, 1)$ $w = \frac{1}{3}(1, 2, 2)$ e se ne calcoli il volume.

5. Siano u, v, w vettori applicati dello spazio, con $u \neq 0$ e tali che: (1) $u \cdot v = u \cdot w$, (2) $u \wedge v = u \wedge w$. Risulta necessariamente $v = w$?

6. Si determini l'insieme $H = \{ v \in \mathbb{R}^3 \mid (3, -1, 0) \wedge v = (0, 0, 3) \}$.

7. Siano v, w vettori dello spazio, con $w \neq 0$. Si determini un numero reale α tale che il vettore $v + \alpha w$ abbia lunghezza minima fra tutti i vettori della forma $v + h w$ con $h \in \mathbb{R}$. Il numero reale α è univocamente determinato?

8. Si determinino i vettori dello spazio che sono ortogonali al vettore $v = (0, -1, 1)$ e formano con il vettore $w = (\sqrt{2}, 1, 1)$ un angolo di $\frac{\pi}{3}$.