Mod. 136/1

ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Registro delle Lezioni

Anno Accademico *2013/2014*

Facoltà *Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali*

Corsi di Laurea o di Diploma *Triennale in Matematica (nuovo ordinamento)*

Insegnamento **Geometria I I**

Docente titolare del corso Mirella Manaresi

Altri docenti partecipanti (modulo)

Data inizio Lezioni 23 settembre 2013

Data fine Lezioni 3 dicembre 2013

Da consegnare al docente tramite la Presidenza della Facoltà di appartenenza entro il 31 ottobre e da riconsegnare improrogabilmente al Preside della medesima Facoltà entro 15 gg. dal termine delle lezioni.

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***23 settembre 2013***

Obiettivi del corso, modalita' d'esame, ricevimento studenti, informazioni varie. Introduzione al corso: continuitá di funzioni da R a R, o piú in generale tra due spazi metrici, proprietá della famiglia degli aperti definiti attraverso la metrica, caratterizzazione della continuitá attraverso gli aperti definiti mediante la metrica. Topologia su un insieme. Esempi di topologie. Spazi topologici.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***24 settembre 2013***

La famiglia dei chiusi in una topologia, propietá. Intorni: proprietá della famoiglia di tutti gli intorni di un punto in una topologia. Sistemi fondamentali di intorni. Funzioni continue tra due spazi topologici. Caratterizzazone delle funzioni continue mediante gli aperti e mediante i chiusi.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***25 settembre 2013***

Esercizi su topologie su insiemi, confronti tra topologie, metriche e topologie indotte, metriche che inducono la stessa topologia, restrizione di una metrica a un sottoinsieme, intorni in diverse topologie su uno stesso insieme.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***30 settembre 2013***

Composizione di funzioni continue. Funzioni aperte e funzioni chiuse. Omeomorfismi.
Punti aderenti a un sottoinsieme di uno spazio topologico. Chiusura di un sottoinsieme di uno spazio topologico e sue proprietá. Sottoinsiemi densi in uno spazio topologico. Punti interni a un sottoinsieme di uno spazio topologico. Interno di un sottoinsieme di uno spazio topologico e sue proprietá. Esempi.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***1 ottobre 2013***

Punti di accumulazione per un sottoinsieme di uno spazio topologico, derivato di un sottoinsieme di uno spazio topologico. Frontiera di un sottoinsieme S di uno spazio topologico X. Sottoinsiemi con frontiera vuota.
Basi di aperti per uno spazio topologico e loro proprietá. Esempi. Topologia assegnata attraverso una base di aperti. Caratterizzazione delle funzioni continue mediante le basi di aperti.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***2 ottobre 2013***

Secondo assioma di numerabilitá. Esempi. Se uno spazio topologico soddisfa il secondo assioma di numerabilitá soddisfa anche il primo, ma non vale il viceversa. Esempi di spazi topologici che non verificano i due assiomi di numerabilitá.
Convergenza di successioni di punti di uno spazio topologico e punti aderenti ad un sottospazio; il caso degli spazi che verificano il primo assioma di numerabilitá.
Soluzione di esercizi assegnati durante le lezioni precedenti.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***3 ottobre 2013***

Esercizi su funzioni continue, omeomorfismi, confronti di topologie e loro proprietá, basi di aperti.

Ore 2 (11.30-13.30) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***7 ottobre 2013***

Topologia immagine inversa e sue proprietá. Basi per la topologia immagine inversa. Topologia indotta da uno spazio topologico su un suo sottoinsieme: caratterizzazione degli aperti, dei chiusi, degli intorni. Esempi. Estensioni di applicazioni continue.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***8 ottobre 2013***

Esempi ed esercizi sulla topologia indotta e le sue proprietá. Estensioni di applicazioni continue definite su sottospazi. Topologia prodotto sul prodotto cartesiano di due spazi topologici.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***9 ottobre 2013***

Basi di aperti per la topologia prodotto, sistemi fondamentali di intorni, applicazioni a valori in uno spazio prodotto e loro continuita'. Sottospazi di uno spazio prodotto. Esempi. Grafico di un'applicazione continua tra spazi topologici.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***15 ottobre 2013***

Prodotto di spazi metrici. Prodotto di un numero finito di spazi topologici. Prodotti infiniti. Esempi (Confronto di topologie su R^N; la topologia prodotto su R^R non é indotta da una distanza). Esercizio sulla topologia prodotto.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***16 ottobre 2013***

Esercizi su topologia indotta, estensioni di applicazioni continue, omeomorfismi di spazi topologici, topologia prodotto.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***18 ottobre 2013***

Topologia immagine diretta e sue proprietá. Topologia quoziente. Esempi di spazi quoziente. Proprietá della topologia quoziente. Aperti saturi e aperti dello spazio quoziente.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***21 ottobre 2013***

Azione di un gruppo su uno spazio topologico. Spazi di orbite. Esempi.
Passaggio al quoziente di applicazioni continue.
Spazi di Hausdorff: Esempi. Ogni spazio metrico é di Hausdorff. Sottospazi di uno spazio di Hausdorff.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***22 ottobre 2013***

Prodotti di spazi di Hausdorff, quozienti di spazi di Hausdorff. Unicitá del limite di una successione convergente in uno spazio di Hausdorff. Esempi.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***23 ottobre 2013***

Uno spazio topologico X é di Hausdorff se e solo se la diagonale di $X \times X$ é chiusa in $X \times X$. Applicazioni continue a valori in spazi di Haudorff.
Esercizi su spazi quoziente e spazi di Hausdorff.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***28 ottobre 2013***

Quasi-compattezza e compattezza: definizioni, caratterizzazioni, esempi. teorema di Bolzano-Weierstass. Un sottospazio chiuso di uno spazio quasi-compatto é quasi-compatto. Un quasi-compatto di uno spazio di Hausdorff é chiuso. L'immagine continua di un quasi-compatto é quasi-compatto.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***29 ottobre 2013***

Un'applicazione continua da uno spazio quasi-compatto a uno spazio di Hausdorff é chiusa, una biezione continua da uno spazio quasi-compatto a uno spazio di Hausdorff é un omeomorfismo. Esempi di applicazione di questi risultati. Prodotto di spazi topologici quasi-compatti.
Spazi topologici localmente compatti. Q con la topologia indotta dalla topologia euclidea di R non é localmente compatto. In uno spazio localmente compatto ogni punto ha un sistema fondamentale di intorni compatti.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***30 ottobre 2013***

Esercizi ed esempi sulla quasi-compattezza. Correzione di esercizi assegnati nelle lezioni precedenti.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***4 novembre 2013***

Compattificazione di Alexandroff di uno spazio localmente compatto e sue proprietá. Esempi.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***5 novembre 2013***

La sfera S^n come compattificazione di Alexandroff di R^n. Proiezione stereografica. S^n é una varietá topologica; atlante di S^n. Il toro n-dimensionale T^n e sue proprietá. Omeomorfismo tra T^n e $S^1 \times \cdots \times S^1$; omeomorfismo tra T^2 e la superficie di rotazione ottenuta dalla rotazione di una circonferenza intorno a un asse che non la interseca.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***6 novembre 2013***

Il piano proiettivo $P^n(K)$ e le sue proprietá. Aperti coordinati per P^n. Lo spazio proiettivo $P^n(K)$ é a base numerabile, é uno spazio di Hausdorff, é una varietá topologica. Immersione di R^n nello spazio proiettivo.
Correzione di esercizi assegnati nelle lezioni precedenti sulla compattificazione di Alexandroff.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***11 novembre 2013***

Modelli topologici dello spazio proiettivo reale: il quoziente della sfera S^n modulo la relazione antipodale, il quoziente della semisfera B^n modulo la relazione antipodale sui punti del bordo, il quoziente del disco chiuso $\overline{D}^n$ modulo la relazione antipodale sui punti del bordo. Omeomorfismo tra $P^1(R)$ e S^1, omeomorfismo tra $P^2(R)$ e il quoziente di un quadratoo modulo l'identificazione di punti del bordo. Omeomorfismo tra $P^1(C)$ e S^2. Proiettivitá di $P^n(K)$. Due isomorfismi K-lineari di K^{n+1} inducono la stessa proiettivitá se e solo se sono proporzionali. Gruppo lineare proiettivo. Le proiettivitá sono omemorfismi di $P^n(K)$ in sé.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***12 novembre 2013***

I luoghi di zeri di polinomi omogene sono chiusi dello spazio proiettivo. Immersione standard di K^n in $P^n(K)$. Chiusura proiettiva dell'immagine di un sottoinsieme di K^n. Esempi ed esercizi.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***13 novembre 2013***

Spazi topologici connessi: definizione e caratterizzazioni. L'immagine continua di un connesso é connessa. Il prodotto di due spazi connessi é connesso. Se uno spazio topologico ha un sottoinsieme denso connesso, allora é connesso.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***19 novembre 2013***

L'unione di connessi aventi a due a due intersezione non vuota é connessa. Componenti connesse di uno spazio topologico e loro proprietá. Un omeomorfismo tra spazi topologici induce una corrispondenza biunivoca tra le componenti connesse. Esempi ed esercizi sulla connessione. Spazi topologici localmente connessi. Le componenti connesse di uno spazio topologico localmente connesso sono sottoinsiemi aperti.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***20 novembre 2013***

Caratterizzazione degli spazi localmente connessi. Spazi topologici totalmente sconnessi.
Cammini in uno spazio topologico. Spazi topologici connessi per archi. Ogni spazio topologico connesso per archi é connesso. Esempio di spazio topologico connesso, ma non localmente connesso e non connesso per archi.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***25 novembre 2013***

Ogni aperto di R^n é connesso se e solo se é connesso per archi. Il gruppo lineare $GL(n, R)$ é un aperto di $M_n(R)$ non connesso; il gruppo ortogonale $O(n)$ é compatto e non connesso; le sue componenti connesse sono $SO(n)$ e il suo complementare, ed é una varietá topologica di dimensione $\frac{n(n-1)}{2}$.
Studio degli spazi topologici quoziente di R^2 rispetto a due diverse azioni del gruppo Z (cilindro e nastro di Moebius).

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***26 novembre 2013***

Studio delle quadriche di R^3 e della loro topologia.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***27 novembre 2013***

Quadriche di R^3 e di $P^3(R)$ e loro topologia. Chiusura proiettiva di una quadrica di R^3.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***2 dicembre 2013***

Correzione di un foglio di esercizi distribuito a lezione. Soluzione di esercizi di vecchie prove d'esame.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***3 dicembre 2013***

Soluzione di esercizi di vecchie prove d'esame.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***3 dicembre 2013***

Soluzione di esercizi di vecchie prove d'esame.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***