Mod. 136/1

ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

# Registro delle Lezioni

Anno Accademico *2015/2016*

**Scuola di** ***Scienze***

Corsi di Laurea o di Diploma *Triennale in Matematica (nuovo ordinamento)*

Insegnamento **Geometria I I**

**Docente titolare del corso Mirella Manaresi**

Altri docenti partecipanti (modulo)

*Data inizio Lezioni 21 settembre 2015*

*Data fine Lezioni 14 dicembre 2015*

Da consegnare al docente tramite la Presidenza della Facoltà di appartenenza entro il 31 ottobre e da riconsegnare improrogabilmente al Preside della medesima Facoltà entro 15 gg. dal termine delle lezioni.

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***21 settembre 2015***

*Obiettivi del corso, modalita' d'esame, ricevimento studenti, informazioni varie. Introduzione al corso.*
*Applicazioni bilineari su un $K$-spazio vettoriale $V$. Un'applicazione bilineare $V \times V \to K$ é determinata dai valori assunti sulle coppie di elementi di una base di $V$. Matrice $n \times n$ (dove $n = dim_K V$) associata, rispetto ad una base di $V$, ad un'applicazione bilineare su $V$. Esempi. Corrispondenza biunivoca tra forme bilineari su $V$ (con $dim_K V = n$) e matrici di $K^{n,n}$, fissata una base di $V$. Struttura di $K$-spazio vettoriale sull'insieme $Bil(V)$ delle applicazioni bilineari su $V$. Isomorfismo di $K$-spazi vettoriali tra $Bil(V)$ e $M^{n,n}(K)$, una volta fissata una base di $V$. Matrice associata ad una stessa applicazione bilineare rispetto a basi diverse. Matrici congruenti e loro proprietá. Le matrici associate ad una stessa forma bilineare rispetto a basi diverse sono congruenti. Rango di una forma bilineare. Forme bilineari degeneri e non degeneri. Esempi: calcolo delle matrici associate ad una stessa forma bilineare rispetto a basi diverse e della matrice di passaggio.*
*Forme bilieari simmetriche e antisimmetriche e matrici associate. Ogni forma bilineare si puó scrivere come somma di una forma bilineare simmetrica e una antisimmetrica. Esempi.*

***Ore 2 (14-16)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***22 settembre 2015***

*Ortogonalitá rispetto a una forma bilineare simmetrica. Radicale di una forma bilineare simmetrica. Vettori isotropi. Per ogni vettore non isotropo $v \in V$, lo spazio vettoriale $V$ si puo' scrivere come somma diretta di $< v >$ e del suo ortogonale. Basi diagonalizzanti per una forma bilineare simmetrica. Teorema di esistenza di una base diagonalizzante per una forma bilineare simmetrica. Ogni matrice $A \in K^{n,n}$ simmetrica é congruente ad una matrice diagonale. Esempi ed esercizi. Forma canonica per forme bilineari simmetriche su un $K$-spazio vettoriale di dimensione finita, con $K$ campo algebricamente chiuso. Forma canonica per forme bilineari simmetriche su un $R$-spazio vettoriale di dimensione finita. Esempi ed esercizi. Indice di positivitá e indice di negativitá per una forma bilineare simmetrica reale.*

***Ore 2 (9-11)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***23 settembre 2015***

*Segnatura di una forma bilineare simmerica reale. Esercizi sulla diagonalizzazione delle forme bilineari simmetriche. Forma quadratica su un $K$-spazio vettoriale associata a una forma bilineare simmetrica. Forma bilineare polare di una forma quadratica. Matrice associata alla forma quadratica rispetto ad una fissata base di $V$. Segno di una forma quadratica reale. Esempi. Data una forma quadratica $q(x)$ su $R^n$, associata canonicamente ad una matrice simmetrica $A$, é possibile determinare una matrice ortogonale speciale $P \in SO(n)$ tale che operando la trasformazione $x = Py$, nell'espressione della forma non compaiano piú i termini rettangolari, ma solo quadrati i cui coefficienti sono gli autovalori di $A$.*

***Ore 2 (9-11)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***28 settembre 2015***

*Esercizi su forme bilineari e forme quadratiche.*

***Ore 2 (14-16)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***29 settembre 2015***

*Esercizio sulla riduzione di una forma quadratica reale a forma canonica.*
*Curve algebriche nel piano affine $A^2(K)$ o nello spazio euclideo $E^2$. Grado e supporto di una curva algebrica. Curve riducibili e irriducibili. Trasformata di una curva attraverso un'affinitá (risp. un'isometria). Proprietá affini di una curva.*
*Coniche di $A^2(K)$ e loro matrici associate, rango di una conica. Coniche degeneri e non degeneri, coniche a centro e parabole. Enunciato del teorema di riduzione a forma canonica affine delle coniche e primi due passi della dimostrazione.*

***Ore 2 (9-11)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***30 settembre 2015***

*Completamento della dimostrazione del teorema di riduzione a forma canonica affine delle coniche. Esempi. Teorema di riduzione a forma canonica euclidea delle coniche. Ricerca del centro e degli assi di simmetria di una conica a centro. Ricerca degli asintoti di un'iperbole, ricerca dell'asse e del vertice di una parabola. Esempi.*

***Ore 2 (9-11)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***5 ottobre 2015***

*Esercizi sulle coniche.*
*Quadriche di $R^3$ e loro matrici associate, rango di una quadrica. Quadriche degeneri e non degeneri, quadriche a centro e paraboloidi. Forma canonica di una quadrica.*

***Ore 2 (14-16)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***12 ottobre 2015***

*Studio di ellissoidi, iperboloidi, paraboloidi, cilindri. Quadriche di rotazione.*

***Ore 2 (14-16)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***13 ottobre 2015***

*Coni, coppie di piani, piani doppi. Classificazione delle quadriche euclideee e delle quadriche affini reali e complesse. Esercizi.*

***Ore 2 (9-11)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***14 ottobre 2015***

*Quadriche a punti ellittici, parabolici, iperbolici, quadriche doppiamente rigate. Esempi.*
*Trasformazioni ortogonali di $R^3$. Isometrie dello spazio euclideo tridimensionale.*
*Esercizi sulle quadriche.*

***Ore 2 (9-11)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***19 ottobre 2015***

*Esercizi su forme bilineari, forme quadratiche, coniche e quadriche*

***Ore 2 (14-16)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***20 ottobre 2015***

*Introduzione alla seconda parte del corso: continuitá di funzioni da $R$ a $R$, $R^n$ a $R^n$ da o piú in generale tra due spazi metrici, proprietá della famiglia degli aperti definiti attraverso la metrica, caratterizzazione della continuitá attraverso gli aperti definiti mediante la metrica.*
*Topologia su un insieme. Esempi di topologie. Spazi topologici. La famiglia dei chiusi in una topologia, proprietá. Possibilitá di assegnare una topologia assegnando la famiglia dei chiusi. Intorni: proprietá della famiglia di tutti gli intorni di un punto in una topologia. Possibilitá di assegnare una topologia assegnando per ogni punto la famiglia di tutti gli intorni del punto. Distanza su un insieme, topologia indotta da una distanza.*

***Ore 2 (9-11)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***21 ottobre 2015***

*Distanze diverse possono indurre la stessa topologia.*
*Sistemi fondamentali di intorni. Sistemi fondamentali di intorni numerabili. In uno spazio metrico ogni punto ammette un sistema fondamentale di intorni numerabile. Funzioni continue tra due spazi topologici. Composizione di funzioni continue.*
*Confronto di topologie su un insieme. Esempi ed esercizi.*

***Ore 2 (9-11)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***26 ottobre 2015***

*Esercizi su: topologie su un insieme, topologie indotte da una metrica, funzioni continue, funzioni aperte, omeomorfismi tra spazi topologici. Confronto tra topologie su uno stesso insieme.*

***Ore 2 (14-16)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***27 ottobre 2015***

*Punti aderenti a un sottoinsieme di uno spazio topologico. Chiusura di un sottoinsieme di uno spazio topologico e sue proprietá. Sottoinsiemi densi in uno spazio topologico.*
*Punti interni a un sottoinsieme di uno spazio topologico. Interno di un sottoinsieme di uno spazio topologico e sue proprietá. Esempi.*
*Punti di accumulazione per un sottoinsieme di uno spazio topologico. Frontiera di un sottoinsieme $S$ di uno spazio topologico $X$.*
*Esercizi su interno, chiusura, frontiera, derivato*

***Ore 2 (9-11)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***28 ottobre 2015***

*Convergenza di successioni di punti di uno spazio topologico e punti aderenti ad un sottospazio; il caso degli spazi che verificano il primo assioma di numerabilitá.*
*Basi di aperti e loro proprietá, esempi. Topologia assegnata attraverso una base di aperti. Caratterizzazione delle funzioni continue mediante le basi di aperti. Secondo assioma di numerabilitá. Esempi. Se uno spazio topologico soddisfa il secondo assioma di numerabilitá soddisfa anche il primo, ma non vale il viceversa. (Esercizio: $R$ con la topologia cofinita non verifica i due assiomi di numerabilitá.)*

***Ore 2 (9-11)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***3 novembre 2015***

*Esercizi sulla convergenza di successioni e sulle basi di aperti.*
*Topologia immagine inversa e sue proprietá. Basi per la topologia immagine inversa. Topologia indotta da uno spazio topologico su un suo sottoinsieme: caratterizzazione degli aperti, dei chiusi, degli intorni. Esempi.*

***Ore 2 (9-11)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***4 novembre 2015***

*Restrizione di applicazioni continue. Esempi ed esercizi sulla topologia indotta e le sue proprietá.*
*Topologia immagine diretta e sue proprietá. Topologia quoziente. Esempi di spazi quoziente. Proprietá della topologia quoziente.*

***Ore 2 (9-11)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***9 novembre 2015***

*Esercizi su topologia indotta e topologia quoziente.*

***Ore 2 (14-16)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***10 novembre 2015***

*Aperti saturati. Applicazioni che passano al quoziente. Passaggio al quoziente di applicazioni continue. Esempi.*
*Azione di un gruppo su uno spazio topologico. Spazi di orbite. Esempi ed esercizi.*

***Ore 2 (9-11)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***11 novembre 2015***

*Topologia prodotto sul prodotto cartesiano di due spazi topologici. Basi di aperti per la topologia prodotto, sistemi fondamentali di intorni, applicazioni a valori in uno spazio prodotto e loro continuitá. Sottospazi di uno spazio prodotto. Esempi.*
*Grafico di un'applicazione continua tra spazi topologici.*

***Ore 2 (9-11)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***16 novembre 2015***

*Prodotto di spazi metrici. Prodotto di un numero finito di spazi topologici. Cenni ai prodotti infiniti. Esempi.*
*Spazi di Hausdorff: Esempi. Ogni spazio metrico é di Hausdorff. Sottospazi di uno spazio di Hausdorff. Prodotti di spazi di Hausdorff, quozienti di spazi di Hausdorff. Unicitá del limite di una successione convergente in uno spazio di Hausdorff. Esempi. Uno spazio topologico $X$ é di Hausdorff se e solo se la diagonale di $X \times X$ é chiusa in $X \times X$.*
*Applicazioni continue a valori in spazi di Haudorff.*

***Ore 2 (14-16)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***17 novembre 2015***

*Esercizi su topologia indotta, topologia prodotto, topologia quoziente e azione di gruppi.*

***Ore 2 (14-16)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***18 novembre 2015***

*Quasi-compattezza e compattezza: definizioni, caratterizzazioni, esempi. Teorema di Bolzano-Weierstass. Un sottospazio chiuso di uno spazio quasi-compatto é quasi-compatto. Un quasi-compatto di uno spazio di Hausdorff é chiuso. L'immagine continua di un quasi-compatto é quasi-compatto. Compact-Hausdorff theorem: un'applicazione continua da uno spazio quasi-compatto a uno spazio di Hausdorff é chiusa, una biezione continua da uno spazio quasi-compatto a uno spazio di Hausdorff é un omeomorfismo. Esempi di applicazione di questi risultati.*

***Ore 2 (9-11)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***23 novembre 2015***

*Teorema di Weirstass per funzioni continue da una spazio quasi compatto a $R$. Esercizio sulla compattezza.*
*Spazi topologici localmente compatti. $Q$ con la topologia indotta dalla topologia euclidea di $R$ non é localmente compatto. In uno spazio localmente compatto ogni punto ha un sistema fondamentale di intorni compatti.*
*Compattificazioni di uno spazio topologico.*
*Topologia sull'insieme ottenuto aggiungendo un punto ad uno spazio topologico dato.*

***Ore 2 (14-16)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***24 novembre 2015***

*Compattificazione di Alexandroff di uno spazio localmente compatto e sue proprietá.*
*Proiezione stereografica della sfera $S^n$ meno un punto su $R^n$. La sfera $S^n$ come compattificazione di Alexandroff di $R^n$. Compattificazione di Alexandroff di un iperboloide ellittico, di una parabola, di un'iperbole.*

***Ore 2 (9-11)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***25 novembre 2015***

*Spazi topologici connessi: definizione e caratterizzazioni. L'immagine continua di un connesso é connessa. Il quoziente di uno spazio connesso é connesso. Se uno spazio topologico ha un sottoinsieme denso connesso, allora é connesso. L'unione di connessi aventi intersezione non vuota é connessa. Componenti connesse di uno spazio topologico e loro proprietá.*

***Ore 2 (9-11)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***30 novembre 2015***

*Un omeomorfismo tra spazi topologici induce una corrispondenza biunivoca tra le componenti connesse. Esempi ed esercizi sulla connessione. Spazi topologici localmente connessi. Le componenti connesse di uno spazio topologico localmente connesso sono sottoinsiemi aperti.*
*Cammini in uno spazio topologico. Spazi topologici connessi per archi. Ogni spazio topologico connesso per archi é connesso.*

***Ore 2 (14-16)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***1 dicembre 2015***

*Ogni aperto di $R^n$ é connesso se e solo se é connesso per archi.*
*Varietá topologiche. La sfera come varietá topologica. Il toro $T^n$ come varietá topologica. Il toro $T^2$ come superficie di rotazione.*

***Ore 2 (9-11)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***2 dicembre 2015***

*Il toro $T^n$ come prodotto di $n$ circonferenze.*
*Lo spazio proiettivo $P^n(K)$ e le sue proprietá. Aperti coordinati per $P^n$. Lo spazio proiettivo $P^n(K)$ é a base numerabile, é uno spazio di Hausdorff, é una varietá topologica. Immersione di $R^n$ nello spazio proiettivo. Cenni sui modelli topologici di $P^n(R)$*
*Rilevazione didattica.*

***Ore 2 (9-11)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***9 dicembre 2015***

*$P^1(R)$ é omeomorfo a $S^1$, $P^1(C)$ é omeomorfo a $S^2$.*
*Topologia delle coniche di $R^2$ e delle quadriche di $R^3$.*
*Correzione della scheda sul quoziente di $R^3$ rispetto all'azione di $R*$.*

***Ore 2 (9-11)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***

**Luogo (Aula)** ***Aula Tonelli***

**Data** ***14 dicembre 2015***

*Correzione di esercizi assegnati nelle prove scritte degli anni precedenti.*

***Ore 2 (14-16)*** ***Firma (Mirella Manaresi)***