Mod. 136/1

ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Registro delle Lezioni

Anno Accademico *2011/2012*

Facoltà *Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali*

Corsi di Laurea o di Diploma *Triennale in Matematica (nuovo ordinamento)*

Insegnamento **Geometria I**

Docente titolare del corso **Mirella Manaresi**

Altri docenti partecipanti (modulo) **Stefano Francaviglia**

Data inizio Lezioni *26 settembre 2011*

Data fine Lezioni *23 maggio 2012*

Da consegnare al docente tramite la Presidenza della Facoltà di appartenenza entro il 31 ottobre e da riconsegnare improrogabilmente al Preside della medesima Facoltà entro 15 gg. dal termine delle lezioni.

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***26 settembre 2011***

Introduzione al corso: esempi di sistemi lineari e interpretazione geometrica della ricerca delle loro soluzioni. Obiettivi del corso, modalita' d'esame, ricevimento studenti, informazioni varie.
Applicazioni tra insiemi, applicazioni iniettive, applicazioni suriettive, applicazioni biunivoche. Applicazioni iniettive, suriettive, biunivoche tra insiemi finiti e numero degli elementi di tali insiemi.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***27 settembre 2011***

Composizione di applicazioni, inversa di un'applicazione biunivoca.
Permutazioni di un insieme. Permutazioni dell'insieme $\{1, ..., n\}$; composizione di permutazioni, permutazione inversa. Numero di inversioni di una permutazione, permutazioni pari e permutazioni dispari, segno di una permutazione.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***28 settembre 2011***

Correzione di esercizi assegnati nelle lezioni precedenti, in particolare: la composizione di due applicazioni biunivoche é un'applicazione biunivoca, l'inversa di un'applicazione biunivoca é un'applicazione biunivoca. Calcolo del segno di tutte le permutazioni su tre lettere.
Trasposizioni. Le trasposizioni sono permutazioni dispari. Segno di un prodotto di permutazioni, ogni permutazione e la sua inversa hanno lo stesso segno.
Matrici a coefficienti reali. Determinante di una matrice quadrata. Calcolo del determinante di una matrice 2×2 .

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***29 settembre 2011***

Determinante di una matrice quadrata 3×3. Se una matrice ha una riga o una colonna di zeri il suo determinante é nullo. Trasposta di una matrice. Il determinante di una matrice quadrata é uguale al determinante della sua trasposta.
Scambiando fra loro due righe (o due colonne) di una matrice il determinante cambia segno. Il determinante di una matrice con due righe (o due colonne) uguali é uguale a zero. Moltiplicando una riga (o una colonna) per λ il determinante della matrice viene moltiplicato per λ.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***5 ottobre 2011***

Elementi di R^n, somma di elementi di R^n, moltiplicazione di elementi (vettori) di R^n per uno scalare, combinazione lineare di vettori.
Il determinante di una matrice con due righe (o due colonne) proporzionali é uguale a zero. Se A e B sono due matrici $n \times n$ che hanno tutte le righe uguali tranne la h-esima e C é la matrice $n \times n$ che ha tutte le righe uguali a quelle di A e B tranne la h-esima, che é la somma delle righe h-esime di A e di B, allora $\det C = \det A + \det B$. Se $A^1, \dots, A^s$ sono matrici $n \times n$ che hanno tutte le righe uguali tranne la h-esima e C é la matrice $n \times n$ che ha tutte le righe uguali a quelle di $A^1, \dots, A^s$ tranne la h-esima, che é la somma delle righe h-esime di A e di B, allora $\det C = \det A^1, \dots, + \det A^s$.
Se B é la matrice $n \times n$ ottenuta sommando alla h-esima riga di una matrice A la k-esima riga della stessa matrice A (con $h \neq k$), allora $\det B = \det A$. Se B é la matrice $n \times n$ ottenuta sommando alla h-esima riga di una matrice A una combinazione lineare delle altre righe di A allora $\det B = \det A$.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***6 ottobre 2011***

Complemento algebrico di un elemento di una matrice. Teorema di Laplace. Sviluppo di Laplace del determinante secondo una riga o una colonna.Teorema di Laplace. Esempi ed esercizi.
Somma di matrici, prodotto di una matrice per uno scalare; proprietá di somma e prodotto per scalari.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***11 ottobre 2011***

Prodotto riga per colonna di matrici. Il prodotto tra matrici non é commutativo. Proprietá associativa del prodotto, distributivitá del prodotto rispetto alla somma. Teorema di Binet. Matrice identica.
Matrici invertibili. Matrice inversa di una matrice data, unicitá della inversa (quando esiste). Una matrice é invertibile se e solo se il suo determinante e' diverso da zero. Espressione degli elementi dell'inversa A^{-1} nei coefficienti della matrice A. Esempi ed esercizi.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***12 ottobre 2011***

Dipendenza e indipendenza lineare di vettori di $\mathcal{R}^n$. I vettori $v_1, \dots, v_s$ sono linearmmente dipendenti se e solo se almeno uno di essi é combinazione lineare degli altri. Se le colonne (o le righe) di una matrice sono vettori linearmente dipendenti il determinante della matrice é zero.
Esercizi su matrici e determinanti, dipendenza e indipendenza lineare di vettori.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***13 ottobre 2011***

Sistemi lineari di m equazioni in n incognite, matrice del sistema, matrice completa del sistema. Se $m = n$ e la matrice A del sistema ha determinante non nullo, allora il sistema $AX = B$ ha una e una sola soluzione. Regola di Cramer. Esempi.
Un sistema lineare di m equazioni in n incognite é risolubile se e solo se la colonna dei termini noti é combinazione lineare delle colonne della matrice A.
Caratteristica (rango) di una matrice. Esempi.
Teorema di Kroneker (enunciato).
Se $v_1, \ldots, v_s$ sono vettori di $\mathcal{R}^m$ linearmente indipendenti e $w_1, \ldots, w_s$ sono vettori di $\mathcal{R}^n, n \geq m$ tali che per ogni $i = 1, \ldots, m$ le prime m componenti di w_i sono esattamente le componenti di v_i, allora $w_1, \ldots, w_s$ sono linearmente indipendenti.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***18 ottobre 2011***

Dimostrazione del Teorema di Kronecker. Il rango di una matrice é il massimo numero delle colonne (e delle righe) linearmente indipendenti. Esempi ed esercizi sul rango delle matrici.
Teorema di Rouché-Capelli.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***19 ottobre 2011***

Metodo di Rouché-Capelli per la risoluzione di sistemi lineari. Esempi ed esercizi.
Sistemi lineari omogenei. Un sistema lineare omogeneo ammette sempre la soluzione nulla; il sistema ammette soluzioni non nulle se e solo se il numero delle incognite é strettamente maggiore del rango della matrice dei coefficienti.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***20 ottobre 2011***

Esercizi sui sistemi lineari omogenei.
Sommando ad una riga una combinazione lineare delle altre righe non si altera il rango di una matrice.
Matrici ridotte per righe e loro rango. Esempi ed esercizi.
Sistemi lineari equivalenti. Sommando a una equazione di un sistema lineare una combinazione lineare delle altre equazioni si ottiene un sistema equivalente. Esempi ed esercizi.
Metodo per risolvere un sistema di equazioni lineari trasformandolo in uno equivalente in cui la matrice dei coefficienti e la matrice completa sono ridotte per righe. Metodo di Gauss.
Esempi ed esercizi.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***25 ottobre 2011***

Esercizi sul rango delle matrici e sui sistemi lineari.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***26 ottobre 2011***

Vettori applicati: direzione, verso, lunghezza. Unicita' del vettore applicato in un punto O di cui siano assegnati direzione, lunghezza e verso.
Somma di vettori con lo stesso punto iniziale. Proprietá della somma: associativitá, commutativitá, esistenza e unicitá dell'opposto di ogni vettore non nullo.
Moltiplicazione di un vettore per uno scalare e sue proprietá. Disuguaglianza triangolare.
Sistemi di coordinate cartesiane sulla retta; coordinata cartesiana di un vettore della retta. Corrispondenza biunivoca tra i vettori applicati (i punti) di una retta su cui é fissato un sistema di coordinate cartesiane e i numeri reali.
Sistemi di coordinate cartesiane nel piano; coordinate di un punto e componenti di un vettore applicato rispetto a un sistema di coordinate. Corrispondenza biunivoca tra i vettori applicati (i punti) di un piano su cui é fissato un sistema di coordinate cartesiane e le coppie ordinate di numeri reali.
Sistemi di coordinate cartesiane nello spazio; coordinate di un punto e componenti di un vettore applicato rispetto a un sistema di coordinate. Corrispondenza biunivoca tra i vettori applicati (i punti) dello spazio su cui é fissato un sistema di coordinate cartesiane e le terne ordinate di numeri reali.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***27 ottobre 2011***

Somma di vettori in componenti. Prodotto di un vettore per uno scalare in componenti. Angolo di due vettori applicati. Prodotto scalare di due vettori, suo significato geometrico e sue proprietá. Prodotto scalare di due vettori espressi mediante le loro componenti. Coseni direttori di un vettore applicato. Esempi.
Prodotto vettoriale di due vettori e sue proprietá. La lunghezza del vettore prodotto vettoriale di due vettori dati é uguale all'area del parallelogramma individuato da due vettori.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***2 novembre 2011***

Componenti del prodotto vettoriale.
Prodotto misto di vettori e sua espressione in coordinate.
Esercizi sui vettori.
Equipollenza di vettori applicati; vettori liberi. Postulato del trasporto, corrispondenza biunivoca tra vettori applicati in un punto e vettori liberi. Somma di vettori liberi.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***3 novembre 2011***

Prodotto di un vettore libero per uno scalare; prodotto scalare, prodotto vettoriale, prodotto misto di vettori liberi. Rappresentazione dei vettori liberi in coordinate.
Cambiamenti di riferimento: traslazioni, rotazioni, rototraslazioni; legame tra le coordinate nei due sistemi di riferimento.
Equazione della retta nel piano. Rette ortogonali, rette parallele, rette coincidenti.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***8 novembre 2011***

Equazione della retta per due punti. Intersezione di rette. Rette per il punto di intersezione di due rette. Fascio di rette per un punto del piano. Fasci di rette parallele. Esercizi che utilizzano i fasci di rette.
Retta per un punto e parallela a un vettore dato. Angolo di due rette del piano. Equazioni parametriche della retta nel piano.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***9 novembre 2011***

Test di autovalutazione (9-11).
Correzione del test di autovalutazione (11-13).

Ore 4 (9-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***15 novembre 2011***

Retta per due punti in forma parametrica. Intersezione di rette date in forma parametrica. Distanza di un punto del piano da una retta del piano.
Retta dello spazio per un punto e parallela a un vettore dato; equazioni parametriche della retta; retta per due punti.
Piano per un punto e ortogonale a un vettore dato. Ogni piano dello spazio é rappresentato da un'equazione del tipo $ax + by + cz + d = 0$ con $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$.
Condizione di allineamento di tre punti dello spazio. Piano individuato da tre punti non allineati: vettore ortogonale a tale piano, equazione cartesiana.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***16 novembre 2011***

Equazioni parametriche del piano; condizioni imposte sui coefficienti del piano dal passaggio per i tre punti.
Piani ortogonali, paralleli, coincidenti.
Intersezione di due piani. Retta intersezione di due piani distinti e non paralleli; vettori paralleli a tale retta.
Fascio di piani per una retta dello spazio. Intersezioni tra un piano e una retta nel caso il piano sia in forma cartesiana e la retta sia in forma parametrica o nel caso entrambi siano dati da equazioni cartesiane. Esercizi. Esempi di problemi risolubili utilizzando i fasci di piani. Piano per un punto e per una retta che non contiene il punto.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***17 novembre 2011***

Esercizi su rette e piani dello spazio tridimensionale.
Rette complanari e rette sghembe. Ricerca del piano che contiene due rette incidenti o parallele. Esempi ed esercizi.
Retta incidente e ortogonale a due rette sghembe. Esercizi.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***22 novembre 2011***

Distanza di un punto da un piano: esempi. Distanza di due piani paralleli, distanza di un punto da una retta; esempi. Distanza di due rette parallele e di due rette sghembe; esempi.
Esercizi su rette e piani.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***23 novembre 2011***

Esercizi su rette e piani dello spazio.
Definizione di campo. Spazi vettoriali: definizioni ed esempi (K^n, vettori applicati, vettori liberi, matrici).

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***24 novembre 2011***

Sottospazi di uno spazio vettoriale. I sottospazi vettoriali di R^2 sono $\{0\}, R^2$ e le rette per l'origine; i sottospazi vettoriali di R^3 sono $\{0\}, R^3$, le rette per l'origine e i piani per l'origine.
L'intersezione di sottospazi é un sottospazio, l'unione di sottospazi non e' un sottospazio.
Sottospazio somma di due sottospazi. Somma diretta. La somma di due sottospazi é una somma diretta se e solo se l'intersezione dei due sottospazi é costituita dal solo vettore nullo.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***29 novembre 2011***

Correzione di un esercizio sui sottospazi vettoriali. L'insieme delle soluzioni di un sistema lineare non omogeneo non é un sottospazio vettoriale di R^n, l'insieme delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo é un sottospazio vettoriale di R^n. Sottospazio generato da un insieme finito di vettori di uno spazio vettoriale V e sue proprietá. Esempi in R^n e nello spazio vettoriale delle matrici 2×2. Sistemi di generatori di uno spazio vettoriale. Esempi. Sistemi liberi di vettori di uno spazio vettoriale; base di uno spazio vettoriale.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***30 novembre 2011***

Esempi di basi. Basi standard per K^n, per lo spazio $M_{m,n}(K)$ delle matrici $m \times n$ a coefficienti in K. Caratterizzazione dei sistemi liberi di vettori. Metodo degli scarti successivi per la determinazione di una base a partire da un insieme di generatori. Esempi. Completamento di un sistema libero ad una base in uno spazio vettoriale finitamente generato.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***2 dicembre 2011***

Un insieme finito di vettori $v_1, \cdots, v_n$ di un K-spazio vettoriale V é una base se e solo se ogni vettore $v \in V$ si puó scrivere in modo unico come combinazione lineare di $v_1, \cdots, v_n$. Il numero degli elementi di una base di uno spazio vettoriale finitamente generato non dipende dalla scelta della base ed é detto dimensione dello spazio vettoriale. Se V é uno spazio vettoriale di dimensione finita n e $W \subset V$ é un sottospazio vettoriale, allora W ha dimensione finita $m \leq n$ e se $\dim_K W = n$ allora $W = V$. Sia V un K-spazio vettoriale di dimensione n e siano $v_1, \cdots, v_n$ elementi di V. Allora $v_1, \cdots, v_n$ é una base di V se e solo se $v_1, \cdots, v_n$ é un sistema libero di V, se e solo se $v_1, \cdots, v_n$ é un sistema di generatori di V.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***6 dicembre 2011***

Esercizi su spazi vettoriali, sottospazi, sistemi di generatori, basi. L'insieme delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo di m equazioni in n incognite costituiscono un sottospazio vettoriale di K^n di dimensione $n-k$, dove k é il rango della matrice dei coefficienti del sistema. Basi di tale sottospazio vettoriale di K^n.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***7 dicembre 2011***

L'insieme delle soluzioni di un sistema lineare non omogeneo di m equazioni in n incognite non costituiscono un sottospazio vettoriale di K^n, ma sono il traslato di un sottospazio vettoriale di K^n, piú precisamente, se X_0 é una soluzione di tale sistema, allora ogni altra soluzione si puó scrivere nella forma $X = X_0 + Y$, dove Y é una soluzione del sistema omogeneo associato.
Sia V uno spazio vettoriale finitamente generato e siano $V_1, \cdots, V_n$ sottospazi vettoriali di V. Allora $\dim_K(V_1 + \cdots V_n) \leq \dim_K V_1 + \cdots + \dim_K V_n$. Esempio. Sia V uno spazio vettoriale finitamente generato, siano $V_1, \cdots, V_n$ sottospazi vettoriali di V e siano $B_1, \cdots, B_n$ una base per ciascuno di tali sottospazi. Allora la somma $V_1 + \cdots + V_n$ é diretta se e solo se $B_1 \cup \cdots \cup B_n$ é una base di V, se e solo se $\dim_K V_1 + \cdots + dim_K V_n = \dim_K(V_1 + \cdots + V_n)$. Formula di Grassmann per spazi vettoriali. Esempi.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***13 dicembre 2011***

Esercizi sulla formula di Grassmann.
Sistemi di generatori e basi per spazi vettoriali qualunque (non finitamente generati). Esempi ed esercizi.
Applicazioni lineari tra spazi vettoriali: definizione ed esempi.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***14 dicembre 2011***

Nucleo e immagine di un'applicazione lineare. Il nucleo di un'applicazione lieare $\phi : V \to W$ é un sottospazio vettoriale di V, l'immagine é un sottospazio vettoriale di W. La composizione di applicazioni lineari é un'applicazione lineare. Isomorfismi. L'insieme $L(V, W)$ di tutte le applicazioni K-lineari da V a W puo' essere munito di una struttura di K-spazio vettoriale. Spazio vettoriale duale di uno spazio vettoriale V. Isomorfismo tra lo spazio vettoriale delle matrici $m \times n$ a coefficienti in un campo K e lo spazio vettoriale delle applicazioni lineari da K^n a K^m.
Esiste ed é unica l'applicazione lineare da K^n a K^m che fa corrispondere ordinatamente ai vettori $e_1, \cdots e_n$ della base canonica di K^n n vettori fissati $w_1, \cdots, w_n$ di K^m.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***15 dicembre 2011***

Se $\phi : V \to W$ *é un'applicazione lineare tra* K*-spazi vettoriali, le immagini mediante* ϕ *degli elementi di una base di* V *costituiscono un sistema di generatori per* $Im\phi$*. Vale la relazione* $\dim_K V = \dim_K \ker(\phi) + \dim_K Im(\phi)$*. Costruzione di applicazioni lineari di cui é assegnato il nucleo e l'immagine.*

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***20 dicembre 2011***

Correzione degli esercizi del foglio di autoverifica del 23.11.2011.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***20 febbraio 2012***

Richiami su applicazioni lineari e loro proprietá, sullo spazio vettoriale delle applicazioni lineari tra due K-spazi vettoriali, sul duale V^* *di uno spazio vettoriale* V*. Base duale di una base di* V*.*
Matrice $M_{E,F}(\phi)$ *associata ad un'applicazione lineare* $\phi : V \to W$ *rispetto ad una base* E *di* V *e una base* F *di* W*. Isomorfismo lineare tra* $L(V, W)$ *e lo spazio* $K^{m,n}$ *delle matrici* m *per* n *(fissate una base* E *di* V *e una base* F *di* W*). Esempi*

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***21 febbraio 2012***

Esempi di matrici associate ad applicazioni lieari rispetto a basi fissate. Espressione dell'applicazione nelle coordinate rispetto alle basi fissate. Matrice associata alla somma e alla composizione di due applicazioni lineari. Matrici associate a isomorfismi. Esempi. Richiami sulla relazione che lega la dimensione del nucleo, dell'immagine e del dominio di un'applicazione lineare.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***22 febbraio 2012***

Correzione dei primi due esercizi della prova intermedia del 17.2.2012.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Stefano Francaviglia)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***27 febbraio 2012***

Esercizi su applicazioni lineari e matrici associate, estensioni di applicazioni lineari, calcolo della dimensione di spazi di endomorfismi lineari.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***28 febbraio 2012***

Correzione del terzo esercizio della prova intermedia del 17.2.2012.
Esercizi su applicazioni lineari e matrici associate.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Stefano Francaviglia)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***29 febbraio 2012***

Matrice del cambio di base in un K-spazio vettoriale e sue proprietá. Esempi. Matrice di passaggio e componenti di uno stesso vettore nelle due basi. Esempi. Teorema del cambio di base e alcuni suoi corollari. Esempi. Matrici simili. Due matrici simili hanno lo stesso rango.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***5 marzo 2012***

Correzione di un esercizio (dimostrazione diretta di uno dei corollari del teorema del cambio di base).
Matrici simili hanno lo stesso determinante e la stessa traccia. Definizione di determinante e di traccia di un endomorfismo.
Autovalore di un endomorfismo. Autovettori relativi ad un autovalore. Autospazi. Esempi di autovalori e relativi autospazi.
Se $\lambda_1, \cdots, \lambda_n$ *sono autovalori a due a due distinti di un endomorfismo* $\phi : V \to V$ *e per ogni* $i = 1, \cdots, n$, *indichiamo con* v_i *un autovettore non nullo relativo all'autovalore* λ_i, *allora* $\{v_1, \cdots, v_n\}$ *é un sistema libero di vettori di* V.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***6 marzo 2012***

Lo spazio vettoriale somma degli autospazi di un endomorfismo é una somma diretta. Se $dim_K V = n$, *ogni endomorfismo* $\phi : V \to V$ *ha al piú* n *autovalori distinti. Se* $dim_K V = n$ *e l'endomorfismo* $\phi : V \to V$ *ha* n *autovalori distinti, allora* V *ammette una base costituita da autovalori di* ϕ.
Se $dim_K V = n$, $\phi : V \to V$ *é un endomorfismo lineare,* E *é una base di* V *e* A *é la matrice associata a* ϕ *rispetto alla base* E, *allora* $\lambda \in K$ *é un autovalore di* ϕ *se e solo se il sistema lineare omogeneo* $(A - \lambda I)x = 0$ *ha soluzioni non banali, se e solo se* $det(A - \lambda I) = 0$.
Polinomio caratteristico di una matrice. Matrici simili hanno lo stesso polinomio caratteristico. Polinomio caratteristico di un endomorfismo. Autovalori come radici del polinomio caratteristico. Coefficienti del polinomio caratteristico. Esempi.
Se $\phi : V \to V$ *é un endomorfismo di* V, *con* $dim_K V = n$, *e* λ *é un autovalore di* ϕ, *allora la dimensione dell'autospazio* V_λ *é minore o uguale alla molteplicitá di* λ *come radice del polinomio caratteristico di* ϕ.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***7 marzo 2012***

Esempio in cui la molteplicitá algebrica di un autovalore e' strettamente maggiore della dimensione dell'autospazio relativo all'autovalore. Molteplicitá geometrica di un autovalore.
Endomorfismi semplici. Se K *é un sottocampo del campo complesso,* $dim_K V = n$, $\phi : V \to V$ *é un endomorfismo di* V, *allora* ϕ *é semplice se e solo se* V *é somma diretta degli autospazi di* ϕ, *se e solo se tutte le radici del polinomio caratteristico di* ϕ *stanno in* K *e le loro molteplicitá algebrica e geometrica coincidono.*
Esempi di endomorfismi semplici, determinazione di una base di V *costituita da autovettori di* ϕ.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***12 marzo 2012***

La matrice associata a un endomorfismo rispetto a una base di autovettori é una matrice diagonale, che ha sulla diagonale gli autovalori dell'endomorfismo ripetuti tante volte quanto é la loro molteplicitá. Matrici diagonalizzabili. Se $A \in K^{n,n}$ *e* $f : K^n \to K^n$ *é l'enomorfismo associato canonicamente ad* A, *allora* A *é diagonalizzabile se e solo se* f *é un endomorfismo semplice.*
Esempi ed esercizi su autovalori autovettori, diagonalizzabilitá.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***13 marzo 2012***

Eservizi su autovalori autovettori, diagonalizzabilitá. Esercizi su matrici associate ad applicazioni lineari rispetto a basi scelte opportunamente.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***14 marzo 2012***

Prodotto scalare su uno spazio vettoriale reale: definizione, proprietá, esempi. Prodotto scalare euclideo su R^n. Prodotto scalare (hermitiano) su uno spazio vettoriale complesso: definizione, proprietá, esempi. Prodotto scalare euclideo su C^n. Norma su uno spazio vettoriale reale o complesso. Norma associata ad un prodotto scalare su uno spazio vettoriale reale o complesso. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***19 marzo 2012***

Ortogonalitá di vettori in un K-spazio vettoriale munito di prodotto scalare e sue proprietá. Ortogonale di un sottospazio vettoriale e sue proprietá. Esempi. Sistemi ortonormali di vettori, basi ortonormali. Esempi. Componenti di un vettore rispetto a una base ortonormale, espressione del prodotto scalare attraverso le componenti rispetto ad una base ortonormale. Isomorfismo che preserva i prodotti scalari tra K^n ($K = R$ o $K = C$) e un K-spazio vettoriale munito di prodotto scalare in cui si sia fissata una base ortonormale. Processo di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt, esistenza di basi ortonormali negli spazi vettoriali di dimensione finita.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***20 marzo 2012***

Esempi di costruzione di basi ortnormali con il metodo di Gram-Schmidt. Ortogonale di un sottospazio negli spazi vettoriali di dimensione finita. Esempi.
Matrici ortogonali e loro proprietá. Matrici unitarie e loro proprietá.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***26 marzo 2012***

Esempi di matrici ortogonali e unitari. Caratterizzazione degli endomorfismi di K^n*, con* $K = R$ *o* C *che sono canonicamente associati a matrici ortogonali (rispett. unitarie). Esempi ed esercizi.*
Endomorfismi autoaggiunti di K^n *e matrici associate canonicamente.*

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***27 marzo 2012***

Le radici del polinomio caratteristico di un endomorfismo autoaggiunto di K^n*, con* $K = R$ *o* $K = C$*, sono tutte reali. Se* ϕ *é un endomorfismo autoaggiunto di* K^n*, allora esiste una base ortonormale di* K^n *costituita da autovettori di* ϕ*; in particolare ogni endomorfismo autoaggiunto é un endomorfismo semplice. Se* $A \in C^{n,n}$ *é una matrice hermitiana, allora esiste una matrice unitaria* $P \in C^{n,n}$ *tale che la matrice* $P^{-1}AP$ *sia una matrice diagonale. Se* $A \in R^{n,n}$ *é una matrice simmetrica, allora esiste una matrice ortogonale* $P \in R^{n,n}$ *tale che la matrice* $P^{-1}AP$ *sia una matrice diagonale. Esempi ed esercizi.*

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***28 marzo 2012***

Esercizi su endomorfismi ortogonali e endomorfismi autoaggiunti. Correzione di esercizi e vecchie prove d'esame su matrici associate applicazioni lineari e matrici associate.
Applicazioni bilineari su un K*-spazio vettoriale. Un'applicazione bilineare* $V \times V \to K$ *é determinata dai valori assunti sulle coppie di elementi di una base di* V*. Matrice* $n \times n$ *(dove* $n = dim_K V$*) associata rispetto ad una base di* V *ad un'applicazione bilineare su* V*.*

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***29 marzo 2012***

Corrispondenza biunivoca tra forme bilineari su V *(con* $dim_K V = n$*) e matrici di* $K^{n,n}$*, fissata una base di* V*. Forme bileari simmetriche e antisimmetriche e matrici associate.*
Matrici congruenti. Le matrici associate ad una stessa forma bilineare rispetto a basi diverse sono congruenti. Rango di una forma bilineare. Forme bilineari non degeneri. Ortogonalitá rispetto a una forma bilineare simmetrica.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***2 aprile 2012***

Radicale di uno spazio vettoriale su cui é definita una forma bilineare simmetrica. Vettori isotropi. Per ogni vettore non isotropo $v \in V$, lo spazio vettoriale V si puo' scrivere come somma diretta di $< v >$ e del suo ortogonale.
Forma quadratica su un K-spazio vettoriale associata a una forma bilineare simmetrica. Forma bilineare polare di una forma quadratica. Matrice associata alla forma quadratica rispetto ad una fissata base di V.
Base diagonalizzante per una forma bilineare simmetrica. Teorema di esistenza di una base diagonalizzante per una forma bilineare simmetrica. Ogni matrice $A \in K^{n,n}$ simmetrica é congruente ad una matrice diagonale. Esempi ed esercizi.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***3 aprile 2012***

Forma canonica per forme quadratiche su un K-spazio vettoriale di dimensione finita, con K campo algebricamente chiuso. Classi di congruenza di matrici simmetriche su un campo algebricamente chiuso. Forma canonica per forme quadratiche su un R-spazio vettoriale di dimensione finita. Segnatura di una forma quadratica reale. Classi di congruenza di matrici simmetriche reali. Segno di una forma quadratica reale. Esempi.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***4 aprile 2012***

Esercizi su forme bilineari.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***11 aprile 2012***

Esercizi su forme bilineari e forme quadratiche.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Stefano Francaviglia)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***16 aprile 2012***

Esercizi su ortonormalizzazione di basi; segnatura di una forma quadratica e criterio di Sylvester. Come trovare vettori isotropi.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Stefano Francaviglia)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***17 aprile 2012***

Problema della riduzione di una matrice a forma canonica. Blocco di Jordan di ordine n, forma canonica di Jordan. Enunciato del teorema di Jordan: ogni matrice quadrata A di ordine n a coefficienti in un campo K, tale che tutte le raici del suo polinomio caratteristico siano in K é simile ad una matrice in forma canonica di Jordan e tale forma canonica é unica a meno di permutazioni dei blocchi di Jordan di cui é composta. Sottospazi invarianti rispetto ad un endomorfismo. Matrici nilpotenti. Strategia della dimostrazione del teorema di Jordan: separazione degli autovalori, riduzione al caso nilpotente, dimostrazione del teorema nel caso di matrici nilpotenti. Diimostrazione di alcuni lemmi relativi al passo di separazione degli autovalori.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***18 aprile 2012***

Autospazi generalizzati. Teorema di decomposizione in autospazi generalizzati dell'endomorfismo. Esempi. Riduzione al caso nilpotente. Determinazione di una opportuna base del nucleo per un endomorfismo nilpotente. Esempi.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***23 aprile 2012***

Determinazione di una base rispetto alla quale la matrice di un endomorfismo nilpotente é in forma canonica di Jordan. Esempi. Studio della diagonalizzabilitá di un endomorfismo di uno spazio vettoriale di dimensione $n > 1$ la cui immagine ha dimensione 1.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***24 aprile 2012***

Esercizi su operatori autoaggiunti. Date A,B sono matrici simmetriche, AB=BA se e solo se esiste una base comune di autovettori.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Stefano Francaviglia)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***2 maggio 2012***

Esercizi sulla forma canonica di Jordan e sulle basi rispetto alle quali la matrice di un endomorfismo ha la forma canonica di Jordan.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Stefano Fancaviglia)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***7 maggio 2012***

Traslazioni di uno spazio vettoriale e loro proprietá. Sottovarietá lineari di uno spazio vettoriale. Giacitura di una sottovarietá lineare. Se due sottovarietá lineari sono incidenti la loro intersezione é una sottovarietá lineare di giacitura l'intersezione delle giaciture. Sottovarieá lineari parallele, sottovarietá supplementari. Applicazioni affini tra due spazi vettoriali e loro proprietá. Affinitá di uno spazio vettoriale e loro proprietá. Date due sottovarietá lineari di uno spazio vettoriale V della stessa dimensione esiste sempre un'affinitá di V che muta l'una nell'altra.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***8 maggio 2012***

Le affinitá conservano il parallelismo. Punti fissi di un'affinitá e sottospazi mutati in sé da un'affinitá. Esempi ed esercizi.
Isometrie affini (movimenti) di uno spazio euclideo. Ogni applicazione di uno spazio euclideo in sé che conserva le distanze é un'isometria affine.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***9 maggio 2012***

Classificazione delle isometrie di R^2 ed R^3. Isometrie come composizioni di riflessioni.
Isometrie del piano e dello spazio muniti del prodotto di Minkowski (senza dimostrazioni).
Esercizi sulle affinitá.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Stefano Francaviglia)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***14 maggio 2012***

Coniche di di R^2 e quadriche diR^3. Riduzione a forma canonica mediante affinitá e mediante isometrie. Esempi ed esercizi.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Stefano Francaviglia)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***15 maggio 2012***

Esercizi su affinitá, isometrie, coniche e quadriche affinemente equivalenti o congruenti.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***16 maggio 2012***

Esercizi di riepilogo su sottospazi dello spazio degli endomorfismi di uno spazio vettoriale, sottospazi dello spazio delle applicazioni lineari tra due spazi vettoriali, forme bilineari e forme quadratiche, forma di Jordan.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***22 maggio 2012***

Risoluzione di vecchie prove d'esame a richiesta degli studenti.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***23 maggio 2012***

Risoluzione di vecchie prove d'esame a richiesta degli studenti.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula***

Data

Ore () ***Firma ()***

Luogo (Aula) ***Aula***

Data

Ore () ***Firma ()***