Mod. 136/1

ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Registro delle Lezioni

Anno Accademico *2012/2013*

Facoltà *Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali*

Corsi di Laurea o di Diploma *Triennale in Matematica (nuovo ordinamento)*

Insegnamento **Geometria I**

Docente titolare del corso **Luca Migliorini**

Altri docenti partecipanti (modulo) **Mirella Manaresi**

Data inizio Lezioni *24 settembre 2013*

Data fine Lezioni *23 maggio 2014*

Da consegnare al docente tramite la Presidenza della Facoltà di appartenenza entro il 31 ottobre e da riconsegnare improrogabilmente al Preside della medesima Facoltà entro 15 gg. dal termine delle lezioni.

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***24 settembre 2013***

Obiettivi del corso, modalita' d'esame, ricevimento studenti, informazioni varie.
Introduzione al corso: esempi di sistemi lineari e interpretazione geometrica della ricerca delle loro soluzioni.
Applicazioni tra insiemi, applicazioni iniettive, applicazioni suriettive, applicazioni biunivoche. Applicazioni iniettive, suriettive, biunivoche tra insiemi finiti e numero degli elementi di tali insiemi. Controimmagine mediante un'applicazione di un sottoinsieme del codominio.
Composizione di applicazioni. Esempi e esercizi.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***25 settembre 2013***

Correzione di esercizi assegnati nella lezione precedente sulla composizione di applicazioni.
Inversa di un'applicazione biunivoca e sue proprietá.
Permutazioni di un insieme. Permutazioni dell'insieme $\{1, ..., n\}$*. Composizione di permutazioni, permutazione inversa. Numero di inversioni di una permutazione, permutazioni pari e permutazioni dispari, segno di una permutazione. Trasposizioni. Le trasposizioni sono permutazioni dispari. Segno di un prodotto di permutazioni, ogni permutazione e la sua inversa hanno lo stesso segno.*
Matrici a coefficienti reali o complessi. Determinante di una matrice quadrata. Calcolo del determinante di una matrice 2×2*.*

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***26 settembre 2013***

Lezione non effettuata per la concomitanza con la presentazione del CdL in Matematica agli studenti.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***30 settembre 2013***

Calcolo del determinante di una matrice 3×3*.*
Se una matrice ha una riga o una colonna di zeri il suo determinante é nullo.
Trasposta di una matrice. Il determinante di una matrice quadrata é uguale al determinante della sua trasposta. Scambiando fra loro due righe (o due colonne) di una matrice il determinante cambia segno. Il determinante di una matrice con due righe (o due colonne) uguali é uguale a zero.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***1 ottobre2013***

Moltiplicando una riga (o una colonna) per λ il determinante della matrice viene moltiplicato per λ.
Elementi di R^n, somma di elementi di R^n, moltiplicazione di elementi (vettori) di R^n per uno scalare, combinazione lineare di vettori.
Il determinante di una matrice con due righe (o due colonne) proporzionali é uguale a zero. Se $A^1, \ldots, A^s$ sono matrici $n \times n$ che hanno tutte le righe uguali tranne la h-esima e C é la matrice $n \times n$ che ha tutte le righe uguali a quelle di $A^1, \ldots, A^s$ tranne la h-esima, che é la somma delle righe h-esime di A e di B, allora $\det C = \det A^1, \ldots, + \det A^s$. Se B é la matrice $n \times n$ ottenuta sommando alla h-esima riga di una matrice A la k-esima riga della stessa matrice A (con $h \neq k$), allora $\det B = \det A$. Se B é la matrice $n \times n$ ottenuta sommando alla h-esima riga di una matrice A una combinazione lineare delle altre righe di A allora $\det B = \det A$.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***3 ottobre2013***

Complemento algebrico di un elemento di una matrice. Teorema di Laplace. Sviluppo di Laplace del determinante secondo una riga o una colonna. Secondo teorema di Laplace. Esempi ed esercizi.
Somma di matrici, prodotto di una matrice per uno scalare; proprietá di somma e prodotto per scalari.
Prodotto riga per colonna di matrici.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***8 ottobre 2013***

Il prodotto tra matrici non é commutativo. Proprietá associativa del prodotto, distributivitá del prodotto rispetto alla somma. Teorema di Binet.
Matrice identica. Matrice inversa di una matrice data, unicitá della inversa (quando esiste). Una matrice é invertibile se e solo se il suo determinante e' diverso da zero. Espressione degli elementi dell'inversa A^{-1} nei coefficienti della matrice A. Esempi.
Esercizi che utilizzano il prodotto di matrici.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***9 ottobre 2013***

Esercizi su matrici e determinanti.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***10 ottobre 2013***

Dipendenza e indipendenza lineare di vettori di $\mathcal{R}^n$. Esempi. I vettori $v_1, \dots, v_s$ sono linearmente dipendenti se e solo se almeno uno di essi é combinazione lineare degli altri. Se le colonne (o le righe) di una matrice sono vettori linearmente dipendenti il determinante della matrice é zero. Se $v_1, \dots, v_s$ sono vettori di $\mathcal{R}^m$ linearmente indipendenti e $w_1, \dots, w_s$ sono vettori di $\mathcal{R}^n, n \geq m$ tali che per ogni $i = 1, \dots, m$ le prime m componenti di w_i sono esattamente le componenti di v_i, allora $w_1, \dots, w_s$ sono linearmente indipendenti.
Caratteristica (rango) di una matrice. Esempi.
Sistemi lineari di m equazioni in n incognite, matrice del sistema, matrice dei termini noti, matrice completa del sistema. Se $m = n$ e la matrice A del sistema ha determinante non nullo, allora il sistema $AX = B$ ha una e una sola soluzione.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***15 ottobre 2013***

Regola di Cramer. Esempi.
Un sistema lineare di m equazioni in n incognite é risolubile se e solo se la colonna dei termini noti é combinazione lineare delle colonne della matrice A. Esempi.
Teorema di Kroneker.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***16 ottobre 2013***

Completamento della dimostrazione del teorema di Kronecker. Esempi.
Il rango di una matrice é il massimo numero delle colonne (e delle righe) linearmente indipendenti. Esempi ed esercizi sul rango delle matrici.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***17 ottobre 2013***

Teorema di Rouché-Capelli. Metodo di Rouché-Capelli per la risoluzione di sistemi lineari. Esempi ed esercizi.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***22 ottobre 2013***

Sistemi lineari omogenei. Un sistema lineare omogeneo ammette sempre la soluzione nulla; il sistema ammette soluzioni non nulle se e solo se il numero delle incognite é strettamente maggiore del rango della matrice dei coefficienti.
Sommando ad una riga una combinazione lineare delle altre righe non si altera il rango di una matrice. Matrici ridotte per righe e loro rango. Calcolo del rango di matrici.
Sistemi lineari equivalenti. Sommando a una equazione di un sistema lineare una combinazione lineare delle altre equazioni si ottiene un sistema equivalente. Esempi ed esercizi.
Metodo per risolvere un sistema di equazioni lineari trasformandolo in uno equivalente in cui la matrice dei coefficienti é ridotta per righe. Metodo di Gauss.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***23 ottobre 2013***

Esempi ed esercizi riguardanti la risoluzione di sistemi di equazioni lineari

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***24 ottobre 2013***

Vettori applicati: direzione, verso, lunghezza. Unicita' del vettore applicato in un punto O di cui siano assegnati direzione, lunghezza e verso.
Somma di vettori con lo stesso punto iniziale. Proprietá della somma: associativitá, commutativitá, esistenza e unicitá dell'opposto di ogni vettore non nullo. Disuguaglianza triangolare.
Moltiplicazione di un vettore per uno scalare e sue proprietá.
Sistemi di coordinate cartesiane sulla retta; coordinata cartesiana di un vettore della retta. Corrispondenza biunivoca tra i vettori applicati (i punti) di una retta su cui é fissato un sistema di coordinate cartesiane e i numeri reali.
Sistemi di coordinate cartesiane nel piano; coordinate di un punto e componenti di un vettore applicato rispetto a un sistema di coordinate. Corrispondenza biunivoca tra i vettori applicati (i punti) di un piano su cui é fissato un sistema di coordinate cartesiane e le coppie ordinate di numeri reali.
Sistemi di coordinate cartesiane nello spazio; coordinate di un punto e componenti di un vettore applicato rispetto a un sistema di coordinate. Corrispondenza biunivoca tra i vettori applicati (i punti) dello spazio su cui é fissato un sistema di coordinate cartesiane e le terne ordinate di numeri reali.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***29 ottobre 2013***

Componenti di un vettore applicato in un sistema di riferimento. Somma di vettori in componenti. Prodotto di un vettore per uno scalare in componenti. Angolo di due vettori applicati. Prodotto scalare di due vettori, suo significato geometrico. Proprietá del prodotto scalare di due vettori. Prodotto scalare di due vettori espressi mediante le loro componenti. Coseni direttori di un vettore applicato. Esempi. Prodotto vettoriale di due vettori e sue proprietá. La lunghezza del vettore prodotto vettoriale di due vettori dati é uguale all'area del parallelogramma individuato da due vettori.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***30 ottobre 2013***

Lezione non tenuta per sospensione dell'attivitá didattica.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***31 ottobre 2013***

Componenti del prodotto vettoriale.
Prodotto misto di tre vettori, suo significato geometrico e sua espressione mediante le componenti dei vettori. Il prodotto misto di tre vettori é nullo se e solo se i tre vettori sono complanari, se e solo se sono linearmente dipendenti.
Esercizi sui vettori applicati.
Richiami sul postulato del trasporto. Vettori liberi. Operazioni tra vettori liberi: somma di vettori liberi

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***5 novembre 2013***

Test di autovalutazione (ore 9 -11).
Correzione del test di autovalutazione (11-13)

Ore 4 (9-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***7 novembre 2013***

Prodotto di un vettore libero per uno scalare; prodotto scalare, prodotto vettoriale, prodotto misto di vettori liberi. Rappresentazione dei vettori liberi in coordinate.
Cambiamenti di riferimento: traslazioni, rotazioni, rototraslazioni; legame tra le coordinate nei due sistemi di riferimento.
Equazione vettoriale e cartesiana della retta nel piano. Retta per un punto e parallela a un vettore dato. Equazioni parametriche della retta nel piano. Equazione della retta per due punti. Rette ortogonali, rette parallele, rette coincidenti.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***12 novembre 2013***

Intersezione di rette. Intersezione di rette date in forma parametrica. Esercizi. Angolo di due rette del piano. Fascio di rette per un punto del piano. Fasci di rette parallele. Esercizi che utilizzano i fasci di rette. Distanza di un punto del piano da una retta del piano.
Retta dello spazio per un punto e parallela a un vettore dato; equazioni parametriche della retta; retta per due punti.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***13 novembre 2013***

Condizione di allineamento di tre punti dello spazio. Esempi.
Piano per un punto e ortogonale a un vettore dato. Ogni piano dello spazio é rappresentato da un'equazione del tipo $ax + by + cz + d = 0$ *con* $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$. *Esempi.*
Piano individuato da tre punti non allineati: vettore ortogonale a tale piano, equazione cartesiana. Esempi.
Equazioni parametriche del piano; condizioni imposte sui coefficienti del piano dal passaggio per tre punti.
Intersezioni di piani dello spazio. Fasci di piani.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***14 novembre 2013***

Fasci di piani. Esempi ed esercizi.
Intersezioni di rette e piani dello spazio. Esercizi su rette e piani dello spazio.
Rette complanari e rette sghembe. Esempi. Retta che interseca ortogonalmente due rette sghembe.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***19 novembre 2012***

Distanza di un punto da un piano. Distanza di due piani paralleli, distanza di un punto da una retta; esempi. Distanza di due rette parallele e di due rette sghembe; esempi.
Esercizi su rette e piani dello spazio.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***20 novembre 2013***

Correzione di un foglio di esercizi di autovalutazione su rette, piani, distanze.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***21 novembre 2013***

Spazi vettoriali su un campo K: definizioni ed esempi (K^n, vettori applicati, vettori liberi, matrici).
Sottospazi di uno spazio vettoriale. I sottospazi vettoriali di R^2 sono $\{0\}, R^2$ e le rette per l'origine; i sottospazi vettoriali di R^3 sono $\{0\}, R^3$, le rette per l'origine e i piani per l'origine. L'insieme delle soluzioni di un sistema lineare non omogeneo non é un sottospazio vettoriale di R^n, l'insieme delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo é un sottospazio vettoriale di R^n.
L'intersezione di sottospazi é un sottospazio, l'unione insiemistica di sottospazi non é' un sottospazio. Sottospazio somma di due sottospazi. Il sottospazio somma di due sottospazi é il piu' piccolo sottospazio contenente entrambi i sottospazi. Esempi.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***22 novembre 2013***

Somma diretta di sottospazi. La somma di due sottospazi é una somma diretta se e solo se l'intersezione dei due sottospazi é costituita dal solo vettore nullo.
Sottospazio generato da un insieme finito di vettori di uno spazio vettoriale V. Esempi. Sistemi di generatori di uno spazio vettoriale. Esempi. Spazi vettoriali finitamente generati.
Sistemi liberi di vettori di uno spazio vettoriale. Esempi.
Caratterizzazione dei sistemi liberi di vettori.
Base di uno spazio vettoriale.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***26 novembre 2013***

Esempi di basi. Basi standard per K^n, per lo spazio $M_{m,n}(K)$ delle matrici $m \times n$ a coefficienti in K, per lo spazio vettoriale dei polinomi in una variabile a coefficienti in K.
Metodo degli scarti successivi per la determinazione di una base a partire da un insieme di generatori. Esempi. Completamento di un sistema libero ad una base in uno spazio vettoriale finitamente generato.
Un insieme finito di vettori $v_1, \cdots, v_n$ di un K-spazio vettoriale V é una base se e solo se ogni vettore $v \in V$ si puó scrivere in modo unico come combinazione lineare di $v_1, \cdots, v_n$. Esempi.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***27 novembre 2013***

Il numero degli elementi di una base di uno spazio vettoriale finitamente generato non dipende dalla scelta della base ed é detto dimensione dello spazio vettoriale. Se V é uno spazio vettoriale di dimensione finita n e $W \subset V$ é un sottospazio vettoriale, allora W ha dimensione finita $m \leq n$ e se $\dim_K W = n$ allora $W = V$. Sia V un K-spazio vettoriale di dimensione n e siano $v_1, \cdots, v_n$ elementi di V. Allora $v_1, \cdots, v_n$ é una base di V se e solo se $v_1, \cdots, v_n$ é un sistema libero di V , se e solo se $v_1, \cdots, v_n$ é un sistema di generatori di V. Esempi.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***3 dicembre 2013***

L'insieme delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo di m equazioni in n incognite costituiscono un sottospazio vettoriale di K^n di dimensione $n-r$, dove r é il rango della matrice dei coefficienti del sistema. Basi di tale sottospazio vettoriale di K^n.
Sia V uno spazio vettoriale finitamente generato e siano $V_1, \cdots, V_n$ sottospazi vettoriali di V. Allora $\dim_K(V_1 + \cdots V_n) \leq \dim_K V_1 + \cdots + \dim_K V_n$. Esempio. Sia V uno spazio vettoriale finitamente generato, siano $V_1, \cdots, V_n$ sottospazi vettoriali di V e siano $B_1, \cdots, B_n$ una base per ciascuno di tali sottospazi. Allora la somma $V_1 + \cdots + V_n$ é diretta se e solo se $B_1 \cup \cdots \cup B_n$ é una base di V, se e solo se $\dim_K V_1 + \cdots + dim_K V_n = \dim_K(V_1 + \cdots + V_n)$.
Esercizi su basi di un sottospazio vettoriale, somme e somme dirette di sottospazi e loro basi.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***4 dicembre 2013***

Corollari e osservazioni sui risultati provati nella lezione precedente.
Formula di Grassmann per spazi vettoriali. Esempi.
Esercizi sui sottospazi e sulle somme di sottospazi.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***5 dicembre 2013***

Esercizi su sottospazi e formula di Grassmann. Applicazioni lineari tra spazi vettoriali: definizione ed esempi.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***10 dicembre 2013***

Esempi di applicazioni lineari.
Nucleo e immagine di un'applicazione lineare. Il nucleo di un'applicazione lineare $\phi : V \to W$ é un sottospazio vettoriale di V, l'immagine é un sottospazio vettoriale di W. l'immagine di un sottospazio di V in un'applicazione lineare é un sottospazio vettoriale di W, la controimmagine di un sottospazio di W in un'applicazione lineare é un sottospazio vettoriale di V. Esempi ed esercizi.
L'applicazione inversa di un'applicazione lineare biunivoca é lineare. Isomorfismi K-lineari.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Cremona***

Data ***11 dicembre 2013***

L'insieme $L(V, W)$ di tutte le applicazioni K-lineari da V a W puo' essere munito di una struttura di K-spazio vettoriale. La composizione di applicazioni lineari é un'applicazione lineare. La restrizione di un'applicazione lineare ad un sottospazio del dominio é un'applicazione lineare. L'immagine dei vettori di una base di V mediante un'applicazione lineare $f : V \to W$ costituiscono un sistema di generatori per l'immagine di f. Un'applicazione lineare $f : V \to W$ é completamente determinata dai valori che assume sui vettori di una base di V. Esempi e esercizi.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***