



ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Registro delle Lezioni

Anno Accademico *2015/2016*

Scuola di Scienze

Corsi di Laurea o di Diploma *Triennale in Matematica (nuovo ordinamento)*

Insegnamento **Geometria I**

Docente titolare del corso **Mirella Manaresi (I semestre)**

Altri docenti partecipanti (modulo) **Monica Idá (II semestre)**

Data inizio Lezioni 21 settembre 2015

Data fine Lezioni 16 dicembre 2015

Da consegnare al docente tramite la Presidenza della Facoltà di appartenenza entro il 31 ottobre e da riconsegnare improrogabilmente al Preside della medesima Facoltà entro 15 gg. dal termine delle lezioni.

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 21 settembre 2015

Obiettivi del corso, modalita' d'esame, ricevimento studenti, informazioni varie.

Introduzione al corso: esempi di sistemi lineari e interpretazione geometrica della ricerca delle loro soluzioni.

Applicazioni tra insiemi, applicazioni iniettive, applicazioni suriettive, applicazioni biunivoche. Applicazioni iniettive, suriettive, biunivoche tra insiemi finiti e numero degli elementi di tali insiemi. Controimmagine mediante un'applicazione di un elemento del codominio.

Composizione di applicazioni. Esempi.

Ore 2 (11-13)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 28 settembre 2015

Se una matrice ha una riga o una colonna di zeri il suo determinante é nullo.

Trasposta di una matrice. Il determinante di una matrice quadrata é uguale al determinante della sua trasposta.

Scambiando fra loro due righe (o due colonne) di una matrice il determinante cambia segno.

Il determinante di una matrice con due righe (o due colonne) uguali é uguale a zero.

Moltiplicando una riga (o una colonna) per λ il determinante della matrice viene moltiplicato per λ .

Elementi di R^n , somma di elementi di R^n , moltiplicazione di elementi (vettori) di R^n per uno scalare, combinazione lineare di vettori.

Ore 2 (11-13)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 24 settembre 2015

Inversa di un'applicazione biunivoca e sue proprietá.

Permutazioni di un insieme. Permutazioni dell'insieme $\{1, \dots, n\}$. Composizione di permutazioni, permutazione inversa. Numero di inversioni di una permutazione, permutazioni pari e permutazioni dispari, segno di una permutazione. Trasposizioni. Le trasposizioni sono permutazioni dispari. Segno di un prodotto di permutazioni, ogni permutazione e la sua inversa hanno lo stesso segno.

Matrici a coefficienti reali. Determinante di una matrice quadrata. Calcolo del determinante di una matrice 2×2 e 3×3 .

Ore 2 (9-11)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 1 Ottobre 2015

Il determinante di una matrice con due righe (o due colonne) proporzionali é uguale a zero. Se A^1, \dots, A^s sono matrici $n \times n$ che hanno tutte le righe uguali tranne la h -esima e C é la matrice $n \times n$ che ha tutte le righe uguali a quelle di A^1, \dots, A^s tranne la h -esima, che é la somma delle righe h -esime di A e di B , allora $\det C = \det A^1, \dots, + \det A^s$.

Se B é la matrice $n \times n$ ottenuta sommando alla h -esima riga di una matrice A una combinazione lineare delle altre righe di A allora $\det B = \det A$.

Complemento algebrico di un elemento di una matrice. Teorema di Laplace. Sviluppo di Laplace del determinante secondo una riga o una colonna. Esempi.

Ore 2 (9-11)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 2 ottobre 2015

*Secondo teorema di Laplace. Esempi ed esercizi.
Somma di matrici, prodotto di una matrice per uno scalare; propriet  di somma e prodotto per scalari. Esempi.
Prodotto riga per colonna di matrici. Il prodotto tra matrici non   commutativo. Propriet  associativa del prodotto, distributivit  del prodotto rispetto alla somma. Teorema di Binet. Esempi.
Matrice identica. Matrice inversa di una matrice data, unicit  della inversa (quando esiste).*

Ore 2 (9-11)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 5 ottobre 2015

*Una matrice   invertibile se e solo se il suo determinante   diverso da zero. Espressione degli elementi dell'inversa A^{-1} nei coefficienti della matrice A .
Dipendenza e indipendenza lineare di vettori di \mathcal{R}^n . Esempi. I vettori v_1, \dots, v_s sono linearmente dipendenti se e solo se almeno uno di essi   combinazione lineare degli altri.
Se le colonne (o le righe) di una matrice sono vettori linearmente dipendenti il determinante della matrice   zero.
Esercizi su matrici e determinanti.*

Ore 2 (11-13)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 8 ottobre 2015

*Esercizi sulle matrici.
Sistemi lineari di m equazioni in n incognite, matrice del sistema, matrice dei termini noti, matrice completa del sistema. Se $m = n$ e la matrice A del sistema ha determinante non nullo, allora il sistema $AX = B$ ha una e una sola soluzione. Regola di Cramer. Esempi.*

Ore 2 (9-11)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 9 ottobre 2015

*Un sistema lineare di m equazioni in n incognite   risolvibile se e solo se la colonna dei termini noti   combinazione lineare delle colonne della matrice A . Esempi.
Caratteristica (rango) di una matrice. Esempi.
Teorema di Kroneker.*

Ore 2 (9-11)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 12 ottobre 2015

Esempi di applicazioni del teorema di Kronecker. Il rango di una matrice é il massimo numero delle colonne (e delle righe) linearmente indipendenti. Esempi ed esercizi sul rango delle matrici.

Teorema di Rouché-Capelli. Esempi.

Se in un sistema $AX = B$ il rango h della matrice A é uguale al rango della matrice completa e il minore costituito dalle prime h righe e h colonne é diverso da zero, allora il sistema é equivalente al sistema costituito solo dalle prime h equazioni.

Ore 2 (11-13)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 15 ottobre 2015

Metodo di Rouché-Capelli per la risoluzione di sistemi lineari. Esempi ed esercizi.

Sistemi lineari omogenei. Un sistema lineare omogeneo ammette sempre la soluzione nulla; il sistema ammette soluzioni non nulle se e solo se il numero delle incognite é strettamente maggiore del rango della matrice dei coefficienti.

Sommando ad una riga una combinazione lineare delle altre righe non si altera il rango di una matrice.

Ore 2 (9-11)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 16 ottobre 2015

Sommando a una equazione di un sistema lineare una combinazione lineare delle altre equazioni si ottiene un sistema equivalente. Esempi.

Metodo per risolvere un sistema di equazioni lineari trasformandolo in uno equivalente in cui la matrice dei coefficienti é ridotta per righe. Metodo di eliminazione di Gauss. Esempi ed esercizi.

Ore 2 (9-11)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 19 ottobre 2015

Esercizi su sistemi lineari e matrici.

Ore 2 (11-13)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 22 ottobre 2015

Correzione di esercizi su matrici e sistemi lineari.
Vettori applicati: direzione, verso, lunghezza. Unicit  del vettore applicato in un punto O di cui siano assegnati direzione, lunghezza e verso. Somma di vettori con lo stesso punto iniziale. Propriet  della somma: associativit , commutativit , esistenza e unicit  dell'opposto di ogni vettore non nullo. Disuguaglianza triangolare. Moltiplicazione di un vettore per uno scalare e sue propriet .
Sistemi di coordinate cartesiane sulla retta; coordinata cartesiana di un vettore della retta. Corrispondenza biunivoca tra i vettori applicati (i punti) di una retta su cui   fissato un sistema di coordinate cartesiane e i numeri reali.
Sistemi di coordinate cartesiane nel piano; coordinate di un punto e componenti di un vettore applicato rispetto a un sistema di coordinate. Corrispondenza biunivoca tra i vettori applicati (i punti) di un piano su cui   fissato un sistema di coordinate cartesiane e le coppie ordinate di numeri reali.

Ore 2 (9-11)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 23 ottobre 2015

Sistemi di coordinate cartesiane nello spazio; coordinate di un punto e componenti di un vettore applicato rispetto a un sistema di coordinate. Corrispondenza biunivoca tra i vettori applicati (i punti) dello spazio su cui   fissato un sistema di coordinate cartesiane e le terne ordinate di numeri reali.
Componenti di un vettore applicato in un sistema di riferimento. Somma di vettori in componenti. Prodotto di un vettore per uno scalare in componenti. Angolo di due vettori applicati. Prodotto scalare di due vettori, suo significato geometrico. Propriet  del prodotto scalare di due vettori. Prodotto scalare di due vettori espressi mediante le loro componenti. Coseni direttori di un vettore applicato. Esempi. Prodotto vettoriale di due vettori.

Ore 2 (9-11)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 26 ottobre 2015

Propriet  del prodotto vettoriale. La lunghezza del vettore prodotto vettoriale di due vettori dati   uguale all'area del parallelogramma individuato da due vettori. Componenti del prodotto vettoriale.
Prodotto misto di tre vettori, suo significato geometrico e sua espressione mediante le componenti dei vettori. Il prodotto misto di tre vettori   nullo se e solo se i tre vettori sono complanari, se e solo se sono linearmente dipendenti. Esercizi sui vettori applicati.

Ore 2 (11-13)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 29 ottobre 2015

Equipollenza di segmenti orientati. Vettori liberi. Operazioni tra vettori liberi: somma di vettori liberi, prodotto di un vettore libero per uno scalare; prodotto scalare, prodotto vettoriale, prodotto misto di vettori liberi. Rappresentazione dei vettori liberi in coordinate. Cambiamenti di riferimento: traslazioni, rotazioni, roto-traslazioni; legame tra le coordinate nei due sistemi di riferimento. Equazione vettoriale e cartesiana della retta nel piano.

Ore 2 (9-11)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 2 novembre 2015

Risoluzione di esercizi su sistemi lineari e matrici.
Rette ortogonali, rette parallele, rette coincidenti. Equazione della retta per due punti. Intersezione di rette. Esercizi. Angolo di due rette del piano. Fascio di rette per un punto del piano.

Ore 2 (11-13) Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 3 novembre 2015

Test di autovalutazione + correzione

Ore 2 (13-16) Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 5 novembre 2015

Correzione degli ultimi due esercizi del test di autovalutazione.
Fascio (improprio) di rette parallele ad una retta data. Esercizi sui fasci di rette.
Retta per un punto e parallela a un vettore dato. Equazioni parametriche della retta nel piano. Intersezione di rette date in forma parametrica. Esercizi.

Ore 2 (9-11) Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 6 novembre 2015

Distanza di un punto del piano da una retta del piano.
Retta dello spazio per un punto e parallela a un vettore dato; equazioni parametriche della retta; retta per due punti. Condizione di allineamento di tre punti dello spazio. Esempi.
Piano per un punto e ortogonale a un vettore dato. Ogni piano dello spazio è rappresentato da un'equazione del tipo $ax + by + cz + d = 0$ con $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$. Esempi.
Piano individuato da tre punti non allineati: vettore ortogonale a tale piano, equazione cartesiana. Esempi.
Equazioni parametriche del piano; condizioni imposte sui coefficienti del piano dal passaggio per tre punti. Esempi ed esercizi.

Ore 2 (9-11) Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 9 novembre 2015

*Piani ortogonali tra loro, paralleli, coincidenti.
Intersezioni di piani dello spazio. Fasci di piani.
Esercizi che utilizzano i fasci di piani.
Intersezioni di rette e piani dello spazio. Esercizi su rette e piani dello spazio.*

Ore 2 (11-13) Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 12 novembre 2015

*Esercizi su rette e piani dello spazio.
Rette complanari e rette sghembe. Esempi. Retta che interseca ortogonalmente due rette sghembe. Esempi.*

Ore 2 (9-11) Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 13 novembre 2015

*Distanza di un punto da un piano. Distanza di due piani paralleli, distanza di un punto da una retta; esempi. Distanza di due rette parallele e di due rette sghembe; esempi.
Esercizi su rette e piani dello spazio.*

Ore 2 (9-11) Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 16 novembre 2015

*Correzione della prima parte di un test su rette e piani dello spazio.
Spazi vettoriali su un campo K : definizioni, esempi (K^n , vettori applicati, vettori liberi, matrici) e prime proprietà.*

Ore 2 (11-13) Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 19 novembre 2015

Sottospazi di uno spazio vettoriale. I sottospazi vettoriali di R^2 sono $\{0\}, R^2$ e le rette per l'origine. I sottospazi vettoriali di R^3 sono $\{0\}, R^3$, le rette per l'origine e i piani per l'origine. L'insieme delle soluzioni di un sistema lineare non omogeneo non é un sottospazio vettoriale di R^n , l'insieme delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo é un sottospazio vettoriale di R^n . Esempi di sottospazi vettoriali.

L'intersezione di sottospazi é un sottospazio, l'unione insiemistica di sottospazi non é un sottospazio. Sottospazio somma di due sottospazi. Il sottospazio somma di due sottospazi é il piu' piccolo sottospazio contiene i due sottospazi. Somma diretta di sottospazi. La somma di due sottospazi é una somma diretta se e solo se l'intersezione dei due sottospazi é costituita dal solo vettore nullo.

Ore 2 (9-11)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 20 novembre 2015

Esercizi sulla somma di sottospazi.

Sottospazio generato da un insieme finito di vettori di uno spazio vettoriale V . Esempi. Sistemi di generatori di uno spazio vettoriale. Esempi. Spazi vettoriali finitamente generati.

Sistemi liberi di vettori di uno spazio vettoriale. Esempi. Caratterizzazione dei sistemi liberi di vettori.

Base di uno spazio vettoriale. Esempi di basi.

Ore 2 (9-11)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 23 novembre 2015

Correzione della seconda parte di un test di rette e piani dello spazio.

Esempi di basi di uno spazio vettoriale: basi standard per K^n , per lo spazio $M_{m,n}(K)$ delle matrici $m \times n$ a coefficienti in K , per lo spazio vettoriale dei polinomi in una variabile a coefficienti in K di grado minore o uguale a n .

Sottospazio generato da un insieme finito di vettori di uno spazio vettoriale V : esempi ed esercizi.

Ore 2 (11-13)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 26 novembre 2015

Un insieme finito di vettori v_1, \dots, v_n di un K -spazio vettoriale V é una base se e solo se ogni vettore $v \in V$ si può scrivere in modo unico come combinazione lineare di v_1, \dots, v_n . Componenti di un vettore rispetto a una base.

Il numero degli elementi di una base di uno spazio vettoriale finitamente generato non dipende dalla scelta della base ed é detto dimensione dello spazio vettoriale. Esempi (dimensione degli spazi vettoriali $M_{m,n}(R)$, dei polinomi di grado $\leq m$ a coefficienti reali, delle matrici simmetriche, delle matrici antisimmetriche, ecc).

Ore 2 (9-11)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 27 novembre 2015

Metodo degli scarti successivi per la determinazione di una base a partire da un insieme di generatori. Esempi. Completamento di un sistema libero ad una base in uno spazio vettoriale finitamente generato. Esempi. Sia V un K -spazio vettoriale di dimensione n e siano v_1, \dots, v_n elementi di V . Allora v_1, \dots, v_n è una base di V se e solo se v_1, \dots, v_n è un sistema libero di V , se e solo se v_1, \dots, v_n è un sistema di generatori di V . Esempi.

Se V è uno spazio vettoriale di dimensione finita n e $W \subset V$ è un sottospazio vettoriale, allora W ha dimensione finita $m \leq n$ e se $\dim_K W = n$ allora $W = V$.

L'insieme delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo di m equazioni in n incognite è un sottospazio vettoriale di K^n di dimensione $n - r$, dove r è il rango della matrice dei coefficienti del sistema. Ricerca di una base per tale sottospazio vettoriale di K^n .

Ore 2 (9-11)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 30 novembre 2015

Sia V uno spazio vettoriale finitamente generato e siano V_1, \dots, V_n sottospazi vettoriali di V . Allora $\dim_K(V_1 + \dots + V_n) \leq \dim_K V_1 + \dots + \dim_K V_n$. Esempio.

Sia V uno spazio vettoriale finitamente generato, siano V_1, \dots, V_n sottospazi vettoriali di V e siano B_1, \dots, B_n una base per ciascuno di tali sottospazi. Allora la somma $V_1 + \dots + V_n$ è diretta se e solo se $B_1 \cup \dots \cup B_n$ è una base di V , se e solo se $\dim_K V_1 + \dots + \dim_K V_n = \dim_K(V_1 + \dots + V_n)$. Esercizi su basi di un sottospazio vettoriale, somme e somme dirette di sottospazi e loro basi. Formula di Grassmann per spazi vettoriali. Esempi.

Rilevazione didattica

Ore 2 (11-13)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 3 dicembre 2015

Esercizi su sottospazi vettoriali, basi, formula di Grassmann.

Ore 2 (9-11)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 4 dicembre 2015

Esercizi su basi, sistemi di generatori, sottospazi, formula di Grassmann

Ore 2 (9-11)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 10 dicembre 2015

Esercizi su spazi vettoriali e sottospazi.

Ore 2 (9-11)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 11 dicembre 2015

Correzione di vecchie prove d'esame.

Ore 2 (9-11)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 14 dicembre 2015

Correzione di vecchie prove d'esame.

Ore 2 (11-13)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Cremona

Data 16 dicembre 2015

Correzione di vecchie prove d'esame.

Ore 2 (9-11)

Firma (Mirella Manaresi)