Compito Luglio 2003, ESERCIZI

Matematica Generale, Scienze di Internet

Prof. Manaresi, Dott. Fioresi

NOME:

COGNOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

Non sono permesse calcolatrici, telefonini, libri o appunti.

Ci sono 5 esercizi per un totale di 70 punti. Tutto il lavoro deve essere svolto su queste pagine. Non fate la brutta e siate chiari nei ragionamenti.

1	
2	
3	
4	
5	
Totale	

Esercizio 1 (10 punti)

a) Sia data l'applicazione lineare $f : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}^2$ $f((1,0,0)) = (1,1)$, $f((0,1,0)) = (2,-2)$, $f((0,0,1)) = (1,0)$. Si determinino il nucleo e l'immagine di f e per ciascuno di essi si determini una base.

b) L'applicazione data e' iniettiva, e' suriettiva, e' biunivoca?

Esercizio 2 (15 punti)

a) Sia data l'applicazione $f : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}^2$ $f(x, y) = (x + 2k, x - y)$. Si calcolino i valori di k per cui tale applicazione e' lineare.

b) Scelto un valore di k per cui f e' lineare si calcolino gli autovalori e si stabilisca se esiste una base di $\mathbf{R}^2$ costituita da autovettori di f.

c) Scelto un valore di k per cui f e' lineare si stabilisca se essa e' invertibile e in caso positivo se ne determini l'applicazione inversa.

Esercizio 3 (10 punti)

a) Determinare per quali valori di a la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ a & 3 \end{pmatrix}$$

e' invertibile.

b) Scelto uno dei valori per cui e' invertibile calcolarne l'inversa.

Esercizio 4 (25 punti)

Sia data la funzione:

$$y = xe^{1-x^2}$$

Si studi la funzione determinando espressamente:
1) il dominio in cui la funzione e' definita;
2) gli intervalli in cui la funzione e' continua;
3) gli intervalli in cui la funzione e' crescente o decrescente;
4) i minimi e i massimi relativi ed assoluti;
5) gli intervalli per cui la funzione e' convessa o concava;
6) gli asintoti (se esistono);
7) se esiste, la retta tangente al grafico nel punto $(1/2, f(1/2))$ e infine disegnare il grafico della funzione.
8) Si calcoli l'area compresa tra la funzione e le rette $x = 1$, $x = 2$, $y = 0$.

Esercizio 5 (10 punti)

Si calcoli il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{x^2 - x}{x^2 - 4} dx$$