

1. ESERCIZI (18 NOVEMBRE)

- (1) Dire in quali intervalli sono crescenti o decrescenti le seguenti funzioni e stabilirne gli eventuali punti di massimo o di minimo relativo.

$$f(x) = (x - 2)^4, \quad f(x) = (x + 4)^3, \quad f(x) = (x - 3)\sqrt{x}, \quad f(x) = e^{-(x-1)^2},$$

$$f(x) = x \log x, \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{(x^2 + 8)}}, \quad f(x) = \frac{x}{x + 2}.$$

- (2) Calcolare usando, quando opportuno, la regola di de l'Hôpital, i limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x) - \cos x}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin(2x - 2)}{1 - \cos(x - 1)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\log x)^{100}}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x - x}{x^2}.$$

- (3) Usando il Teorema di Lagrange, verificare che se una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ha derivata f' strettamente positiva per ogni $x \in]a, b[$, allora f è *strettamente* crescente in $]a, b[$.