

Esercizi (21 Novembre 2003)

1. Calcolare, usando le regole di derivazione di prodotti e quozienti, le derivate delle seguenti funzioni:

$$f(x) = (x + 3) \sin x, \quad f(x) = \sqrt{x}e^x, \quad f(x) = \frac{x + 1}{x^2 + x}, \quad f(x) = \frac{x^2 + x \sin x}{x + 3},$$

$$f(x) = (\tan x)(1 + e^x), \quad f(x) = (1 + x^2) \cos x e^x, \quad f(x) = \frac{\sin^2 x \log x}{1 + 2x}.$$

2. Ricordiamo che, date $f : A \rightarrow B$ e $g : B \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione composta $g \circ f$ e' definita da $(g \circ f)(x) = g(f(x))$. La derivata di $(g \circ f)$ e' data da

$$(g \circ f)'(x) = g'(f(x))f'(x).$$

Calcolare le derivate delle funzioni seguenti:

$$f(x) = \sin(x^2), \quad f(x) = \cos^2 x, \quad f(x) = e^{-x^2}, \quad f(x) = \sqrt{1 + x^2},$$

$$f(x) = \cos(2x)e^{-x}, \quad f(x) = (1 + e^{2x})^{3/2}, \quad f(x) = \frac{1 + \log^2 x}{1 + \log(x^2)}, \quad f(x) = \sqrt{1 + x \cos(x^2)}$$

3. Ricordiamo che data una funzione f derivabile in \bar{x} , la retta tangente al grafico di f in $(\bar{x}, f(\bar{x}))$ ha equazione

$$y = f(\bar{x}) + f'(\bar{x})(x - \bar{x}).$$

Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 + x^2$ nel punto $(1, 2)$.

Scrivere poi l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + \sin x$ nel punto del suo grafico che ha ascissa π .

4. Assumendo che

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1,$$

dire quanto vale, al variare di a ,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}.$$