

ESERCIZI (21 OTTOBRE 2005)

(1) Verificare che se  $f : A \rightarrow B$  e  $g : B \rightarrow C$  sono entrambe monotone crescenti strettamente, allora anche  $g \circ f$  e' monotona crescente strettamente.

(2) Calcolare i limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^{x+1}}{x^2 - x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 + \sin x}{e^x - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x-1},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(x^2)}{\sin^3 x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x^2)}{\sin^2 x}.$$

(3) A partire dalla definizione di limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ , ( $L \in \mathbb{R}$ , oppure  $L = +\infty$  o  $-\infty$ ) data in classe, scrivere la definizione di  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ , facendo le modifiche opportune.

(4) Si verifichi che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} = 0.$$

Dopo aver verificato, o essersi intuitivamente convinti del fatto che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \log x = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \log x = -\infty,$$

calcolare i limiti seguenti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{(x-1)^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \log(x^2), \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \log(x-x^2),$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} e^{1/(x^2)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{1/x}, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} e^{1/(x-1)}.$$