Esercizi (22 ottobre 2004)

1. Riconducendosi ai limiti noti $\lim_{x\to 0}(\sin x)/x = 1 = \lim_{x\to 0}(e^x - 1)/x$ visti a lezione, calcolare

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-1}{x^2+x^3}, \qquad \lim_{x\to 1}\frac{\sin(x-1)^2}{x-1}, \qquad \lim_{x\to 0}\frac{x\sin x^2}{\sin^3 x}.$$

2. Tenendo presente che

$$\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty, \qquad \lim_{x\to-\infty} e^x = 0, \qquad \lim_{x\to+\infty}\log x = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x\to 0, x>0}\log x = -\infty,$$

calcolare i limiti seguenti:

$$\lim_{x\to+\infty} e^{x^2}, \qquad \lim_{x\to-\infty} e^{x^2+x}, \qquad \lim_{x\to 0}\log(x^2-x^4),$$

3. Calcolare i limiti seguenti, utilizzando le proprieta' descritte in classe ($\frac{1}{0+} = +\infty$ e simili) :

$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{1-\cos x}, \quad \lim_{x\to 0}\frac{1}{e^{x^2}-1}, \quad \lim_{x\to 1}\frac{\log(x-\frac{1}{2})}{e^{(x-1)^2}-1}, \qquad \lim_{x\to+\infty}\frac{1+e^{-x^2}}{e^{-x}}$$

4. Calcolare i limiti dei seguenti quozienti, raccogliendo a fattor comune a numeratore e denominatore il termine di grado piu' grande:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{1+x}{x+2x^2}, \qquad \lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-x^3}{1+x} \qquad \lim_{x\to-\infty}\frac{x+1}{2-x}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{1+x^{3/2}+x^{1/2}}{x-2x^{3/2}-x^2}, \qquad \lim_{x\to-\infty}\frac{x^5}{(1+x+x^2)^2}$$