## Esercizi (24 ottobre 2003)

1. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{e^n+1}{2^n-3^n}, \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{e^n}{e^{n^2}} \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{n+1-n^2}{e^{-n}-e^{-n^2}}$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\alpha e^n+n}{n+\sqrt{1+2n^2}}, \quad \text{al variare di } \alpha\in\mathbb{R}.$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt{1+4^n}}{2^n} \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt{e^n}}{2^n}$$

2. Dire per quali $x$ valgono le seguenti disuguaglianze (qui log indica il logaritmo naturale o in base $e$):

$$\log x < 4, \qquad e^{x^2+2x-7} < -5 \qquad e^{x+1} < 2e, \qquad e^{x^2} > 3e,$$

$$\log x + \log(x+1) > 0, \qquad \log\left((x^2+1)^2\right) < -1 \qquad 2\log\left(\frac{1}{x}\right) < -1$$

3. Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ una funzione. Assumiamo di sapere che $f$ e' monotona crescente strettamente su un intervallo $[a,b]$. [1] Cosa si puo' dire delle proprieta' di monotonia della funzione $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(-x)$ sull' intervallo $[-b,-a]$? Per rispondere alla domanda riflettere prima su come e' fatto il grafico di $g$ a partire da quello di $f$ (i due si ottengono l'uno dall'altro con una operazione elementare di quelle viste in classe)...

[1] Questo **per definizione** significa che $\forall x_1, x_2 \in [a,b]$ si ha $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.