

ESERCIZI (3 DICEMBRE 2003)

1. Calcolare i limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{x^2} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 2(x-1)}{1 - \cos(x-1)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log 2x}{x}.$$

2. Sia  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x \log x$ . Calcolare i limiti di  $f$  per  $x$  che tende a  $0, +\infty$  e calcolare  $f'(x)$ . Determinare gli intervalli in cui la funzione è crescente e decrescente. Indicare i punti di massimo o minimo per  $f$ . Fare infine un grafico qualitativo per la funzione  $f$ .
3. Fare la stessa cosa per le funzioni  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x \log x$  e  $g : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$ .