

ESERCIZI (3 DICEMBRE 2003)

1. Calcolare i limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{x^2} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 2(x-1)}{1 - \cos(x-1)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log 2x}{x}.$$

2. Sia $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \log x$. Calcolare i limiti di f per x che tende a 0 , $+\infty$ e calcolare $f'(x)$. Determinare gli intervalli in cui la funzione è crescente e decrescente. Indicare i punti di massimo o minimo per f . Fare infine un grafico qualitativo per la funzione f .
3. Fare la stessa cosa per le funzioni $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \log x$ e $g : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$.