1. Esercizi (3 novembre)

(1) Calcolare le seguenti derivate usando le formule per la derivata di un prodotto, di un quoziente e di una funzione composta:

$$\frac{d}{dx}(x^2+\sin x)e^x, \quad \frac{d}{dx}\frac{1}{1+\sin x}, \quad \frac{d}{dx}e^{-x^2}, \frac{d}{dx}(1+e^x)^3,$$

$$\frac{d}{dx}\frac{1+x^3}{1-x^2}, \quad \frac{d}{dx}(x\sin x)^3, \quad \frac{d}{dx}\tan x, \quad \frac{d}{dx}\exp(\sin(x^2)), \quad \frac{d}{dx}\log(1+e^x).$$

(Ricordiamo che la funzione tangente e' definita da $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$).

(2) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^{2x}$ nel punto del grafico di ascissa 3.

(3) Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2$. Dato un qualsiasi numero $a\in\mathbb{R}$, si scriva l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto del grafico di ascissa a. Tra tulle le rette tangenti determinate al variare di a, dire a quale valore di a corrispode quella che ha coefficiente angolare 1 e scriverne l'equazione.

(4) Sia g una funzione tale che $\lim_{h\to 0}\frac{g(h)}{h}=0$. Puo' essere che risulti $\lim_{h\to 0} g(h)\neq 0$?

Sia poi f una funzione derivabile in un punto x_0. Provare che

$$\lim_{h\to 0} f(x_0+h)=f(x_0),$$

cioe' che f e' necessariamente continua in x_0. [1]

[1] Una strada possibile per rispondere alla domanda: usare la funzione $g(h)=f(x_0+h)-f(x_0)-hf'(x_0)$ esaminare il limite $g(h)/h$ per $h\to 0$ e usare la risposta alla doanda precedente.