

ESERCIZI (6 OTTOBRE 2005)

(1) Risolvere le seguenti disequazioni

$$(x+1)^2 < 3, \quad \frac{1}{1+|x|} > \frac{1}{2},$$

$$\frac{x}{x+1} > -1, \quad |x-3| < x.$$

(2) Tracciare il grafico delle funzioni $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 1 - 2x$. Tracciare poi il grafico della funzione $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = 2|x| + 1$.

(3) Si fissi $n \in \mathbb{N}$ e un numero $p \in]0, 1[$. È data la funzione

$$f(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}.$$

Verificare, usando la formula dello sviluppo di una potenza n -esima di un binomio, che $\sum_{k=0}^n f(k) = 1$. Verificare poi la formula seguente

$$\sum_{k=0}^n k f(k) = pn.$$

Suggerimento: osservare che $p + (1-p) = 1$.